

**В. В. КАРПУСЬ**, аспирант, НТУУ «КПИ», Киев;

**О. Н. ПЕТРИЩЕВ**, докт. техн. наук, профессор, НТУУ «КПИ», Киев;

**Г. М. СУЧКОВ**, докт. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ», Харьков

## **РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НАКЛАДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ РЕГИСТРАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ТРУБАХ И СТЕРЖНЯХ**

Предлагается метод построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн, распространяющихся в ферромагнитных и неферромагнитных металлах. Результативность метода показана на примере построения математической модели накладного преобразователя, который используется в устройствах неразрушающего контроля металлических труб.

Пропонується метод побудови математичних моделей ультразвукових перетворювачів електромагнітного типу в режимі реєстрації пружних хвиль, що поширюються в феромагнітних і неферомагнітних металах. Результативність методу показана на прикладі побудови математичної моделі накладного перетворювача, який використовується в пристроях неруйнівного контролю металевих труб.

The method of build-up of ultrasonic transducers mathematical models of an electromagnetic type in the mode of elastic waves registration spreading in ferromagnetic and nonferromagnetic metals is offered. The productivity of a method is shown on an example of build-up of mathematical model of a superimposed transducer, which is used in devices of a not destroying testing of metal pipes.

**Введение.** Под преобразователем (ультразвуковым преобразователем) электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, которое возникает в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменяющегося во времени магнитного поля. Таким образом, преобразователь электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн – это структура с распределенными параметрами, состоящая из приемника переменного магнитного поля, источника постоянного поля подмагничивания и некоторого объема деформируемого металла. Эти преобразователи используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1 – 4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], в ультразвуковых первичных преобразователях систем электрического измерения неэлектрических величин [7], в лабораторных установках для выполнения экспериментальных исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического использования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа естественным образом возникает вопрос о том, как влияют геометрические и физико-механические параметры преобразователя на эффективность его работы в том или ином диапазоне

частот. Не менее актуальным является вопрос о согласовании конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо регистрировать с его помощью. Методология математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн была определена статьями Шубаева С.Н. и Шкарлета Ю.М. [8, 9, 10]. В этих работах был осуществлен расчет электромагнитного поля рассеяния, которое возникает вне объема деформируемого металла, поляризованного постоянным магнитным полем. Затем рассматривалось взаимодействие этого поля с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа. Методика расчета, предложенная Шкарлетом С.Н. и Шубаевым Ю.М., не содержала в себе признаков универсального подхода и по этой причине приводила к результатам, которые не соответствовали физическому содержанию решаемых задач. Так, в работе [10] был сделан вывод, что разность электрических потенциалов на клеммах приемника переменного магнитного поля в форме кругового витка на высоких частотах возрастает при увеличении радиуса окружности. Этот вывод противоречит не только физической модели электромагнитного способа регистрации упругих волн, но и фундаментальному закону естествознания – закону сохранения энергии. Последующие за этим работы Комарова В.А. (см. монографию [11]) не столько внесли ясности, сколько окончательно запутали дело. Публикации [12, 13, 14], помещенные в малодоступных изданиях, остались незамеченными и не оказали никакого влияния на формирование теоретических основ расчета и проектирования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа. Своеобразным доказательством отсутствия практически значимой теории ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа является статья В.Я. Грошева [15] в журнале «Дефектоскопия», в котором систематически публикуются статьи, где обсуждаются те или иные аспекты этой теории. В первой строке текста статьи В.Я. Грошев пишет «данная работа является обобщением результатов практических исследований, проведенных автором...».

Таким образом, можно констатировать, что в настоящее время отсутствует универсальная и адекватная реальным объектам и происходящим в них процессам методика построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема (регистрации) ультразвуковых волн в пластинах и стержнях из ферромагнитных и неферромагнитных металлов.

Целью настоящей статьи является изложение основных положений нового, адекватного реальным ситуациям, метода расчета и демонстрация его работоспособности на примере построения математической модели полисекционного накладного преобразователя.

## Общая схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн

Словосочетанием «математическая модель» ультразвукового преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн в настоящем изложении определяется аналитическая конструкция, которая связывает компоненты вектора смещения материальных частиц в объеме деформируемого металла, т. е. входное воздействие, с разностью электрических потенциалов на электрическом выходе преобразователя.

Предположим, что в некотором объеме  $V$  металла существует напряженно-деформированное состояние, изменяющееся во времени по гармоническому закону  $e^{i\omega t}$ . Все без исключения параметры и характеристики этого состояния определяются вектором смещения  $\vec{u}(x_k, t) = \vec{u}(x_k)e^{i\omega t}$  материальных частиц. Будем считать, что пространственно-развитая амплитуда  $\vec{u}(x_k)$  гармонически изменяющегося во времени векторного поля  $\vec{u}(x_k, t)$  известна по определению. Предположим, что в объеме  $V$  существует постоянное во времени магнитное поле с напряженностью  $\vec{H}^0(x_k)$ . Если металл является ферромагнетиком, то его деформирование сопровождается изменением его намагниченности. То есть на фоне постоянной намагниченности появляется переменная составляющая  $\vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$ . Изменение намагниченности сопровождается перестройкой магнитного поля, которое существует в окружающем ферромагнитный металл пространстве. Переменное магнитное поле пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля, который является основным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, и на выходных клеммах этого контура возникает разность электрических потенциалов.

Таким образом, в режиме приема ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнетике, поляризованном постоянным магнитным полем  $\vec{H}^0(x_k)$ , реализуется следующая цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\text{вых}}(\omega)e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где символами  $\Phi$  и  $U_{\text{вых}}(\omega)$  обозначены амплитудные значения потока магнитной индукции через электрический контур преобразователя электромагнитного типа и разности электрических потенциалов на его выходе.

Если деформируемый металл не является ферромагнетиком, то реализуется иная цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{j}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\text{вых}}(\omega)e^{i\omega t}, \quad (2)$$

где  $\vec{j}(x_k)$  - амплитудное значение гармонически изменяющегося во времени вектора поверхностной плотности конвективного тока [16], причем  $j_k(x_k) = i\omega r \mu_0 \varepsilon_{kmn} u_n(x_k) H_m^0(x_k)$ , где  $r$  - компонент шарового тензора удельной электрической проводимости,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - магнитная проницаемость вакуума,  $\varepsilon_{kmn}$  - компонент тензора Леви-Чивиты, равный плюс единице, когда индексы образуют четную перестановку чисел 1, 2, 3; равный минус единице при нечетных перестановках и равный нулю при равенстве любых двух из трех индексов. При записи соотношения для расчета амплитудного значения гармонически изменяющегося во времени компонента вектора плотности конвективного тока принято соглашение о суммировании по дважды повторяющимся индексам. Переменный электрический ток с плотностью  $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$  порождает переменное магнитное поле, которое выходит за пределы деформируемого металла и пронизывает электрический контур приемника магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа.

Как в алгоритме (1), так и в алгоритме (2), переменный магнитный поток  $\Phi(t)$  индуцирует разность электрических потенциалов  $U_{\text{вых}}(t) = -\partial\Phi(t)/\partial t$  и поэтому амплитудное значение разности электрических потенциалов  $U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega\Phi$ .

Менее очевидно построение соотношения для расчета величины магнитного потока  $\Phi$ , который пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля в преобразователе электромагнитного типа. В работе [17] доказаны теоремы о наведенном магнитном потоке, математическая формулировка которых имеет следующий вид

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^{np}} \iiint_V \vec{M}(x_k) \cdot \vec{H}^{np}(x_k) dV, \quad (3)$$

где  $\vec{H}^{np}(x_k)$  - вектор напряженности магнитного поля, которое создает в вакууме приемник переменного магнитного поля при токе  $I^{np}$  в его электрическом контуре;  $\vec{M}(x_k)$  - амплитудное значение гармонически изменяющейся во времени намагниченности элемента объема  $dV$  деформируемого ферромагнетика. Интегрирование в формуле (3) выполняется по всему объему металла. Если регистрируемые электромагнитным способом ультразвуковые волны распространяются в металле, который не обладает ферромагнитными свойствами, то вектор  $\vec{M}(x_k) = [\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k)]/2$  определяет магнитный момент элементарной токовой трубки, образованной конвективным током  $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$ . Радиус кривизны  $\vec{R}(x_k)$  токовой трубки определяется по правилам

дифференциальной геометрии, однако в большинстве практически интересных ситуаций вектор  $\vec{R}(x_k)$  определяется геометрией поперечного сечения металлического образца.

Использование теоремы о наведенном магнитном потоке, заменяет процедуру решения сложной граничной задачи электродинамики, которая неизбежно сопровождается определением параметров и характеристик магнитных полей рассеяния, которые излучаются объемами деформируемого металла в окружающее пространство, значительно более простой операцией вычисления объемного интеграла (3).

Поскольку векторная величина  $\vec{M}(x_k)$  определяется распространяющейся гармонической волной, постольку она всегда может быть представлена в виде произведения  $\vec{M}(S)F(\gamma)$ , где  $\vec{M}(S)$  - векторная функция, определенная в произвольной точке поперечного сечения металлического образца;  $F(\gamma)$  - фазовая функция, зависящая от значений волнового числа  $\gamma$  распространяющейся ультразвуковой волны. Если в металлическом образце реализуется плоское напряженно-деформированное состояние или он имеет форму стержня, то ультразвуковая волна распространяется вдоль одной оси (её, для определенности, обозначим символом  $z$ ) и фазовая функция  $F(\gamma) = e^{\pm i\gamma z}$ . В этом случае выражение (3) можно записать в следующем виде

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^{np}} \iint_S \vec{M}(S) \cdot \vec{H}^{(\pm)}(S) dS, \quad (4)$$

где  $S$  - поперечное сечение металлического образца;  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  - интегральный образ (Фурье - образ) вектора напряженности магнитного поля, причем

$$\vec{H}^{(\pm)}(S) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{H}^{np}(x_k) e^{\pm i\gamma z} dz.$$

Необходимо особо подчеркнуть, что определение интегральных образов  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  требует значительно меньших усилий, чем вычисление оригинала векторной функции  $\vec{H}^{np}(x_k)$ . Таким образом, внутренняя логика математической формулировки теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет существенно упростить вычислительные процедуры, которые предваряют собственно расчет наведенного магнитного потока  $\Phi$ .

Предлагаемый метод построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в ферромагнитных металлах фактически сводится к определению Фурье - образов компонентов  $H_m^{(\pm)}(S)$  вектора напряженности магнитного поля, которое создается электрическим контуром приемника

переменного магнитного поля в пустом пространстве и последующему вычислению двойного интеграла (4). Расчет плотности конвективных токов  $\vec{j}(x_k)$  по известному вектору смещения материальных частиц деформируемого металла является тривиальной задачей.

Для ферромагнетиков ситуация несколько усложняется тем, что необходимо корректно определить переменную намагниченность  $\vec{M}(x_k)$ .

Для любого ферромагнетика, вне зависимости от качественного содержания происходящих в нем поляризационных процессов, справедливо [18] следующее определение намагниченности:

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H}, \quad (5)$$

где  $\vec{M}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  - гармонически изменяющиеся во времени векторы намагниченности, магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Поскольку внешние источники переменного магнитного поля отсутствуют по определению, постольку вектор  $\vec{H}$  следует понимать как вектор напряженности внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за изменения ориентации магнитных доменов в процессе динамического деформирования ферромагнетика.

То, что внутреннее магнитное поле существует в природе, следует из уравнения магнитной поляризации упругой среды с магнитострикционным эффектом, т. е. для деформируемого намагниченного ферромагнетика [19]. Из уравнений состояния деформируемого ферромагнетика [19] можно получить следующее соотношение для определения амплитудных значений гармонически изменяющихся во времени компонентов вектора  $\vec{B}(x_k)$

$$B_k = m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^\varepsilon H_k(x_k), \quad (6)$$

где  $m_{pkij}$  - компонент тензора магнитострикционных констант (для поликристаллических ферромагнетиков это компонент изотропного тензора четвертого ранга, т. е.  $m_{pkij} = m_2 \delta_{pk} \delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pi} \delta_{kj} + \delta_{pj} \delta_{ki})$ ;  $m_1$  и  $m_2$  - две экспериментально определяемые константы;  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера); запятая между индексами обозначает операцию дифференцирования выражения, которое стоит до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой;  $\mu_k^\varepsilon$  - компонент тензора второго ранга (индекс Фойгта  $k$  подчеркивает то, что матрица этого тензора имеет диагональную структуру) магнитной проницаемости ферромагнетика в режиме постоянства деформаций. Внутреннее магнитное поле с амплитудами  $H_k(x_k)$ , возникающее из-за вращения доменов, которым сопровождается деформирование предварительно намагниченного ферромагнетика, так дополняет первое слагаемое соотношения (6), что вектор  $\vec{B}(x_k)$

удовлетворяет фундаментальному (в рамках классической электродинамики) условию отсутствия магнитных зарядов, т. е.  $B_{k,k}(x_k) = 0 \forall x_k \in V$ .

Компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, которые для амплитудных значений составляющих электромагнитного поля в пренебрежении токами смещения могут быть записаны в следующем виде

$$\varepsilon_{ijk} H_{k,j}(x_k) = r E_i(x_k), \quad \varepsilon_{mni} E_{i,n}(x_k) = -i\omega B_m(x_k), \quad (7)$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – компонент тензора Леви-Чивиты;  $r$  – удельная электрическая проводимость (компонент шарового тензора второго ранга);  $\vec{E}(x_k)$  – амплитуда гармонически изменяющегося во времени электрического поля, которое возникает в перемагничиваемом проводнике электрического тока. Из уравнений Максвелла (7) следует дифференциальное уравнение для компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$\varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} H_{k,jn}(x_k) + i\omega r \mu_m^\varepsilon H_m(x_k) = -i\omega r m_{pmij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) \forall x_k \in V, \quad (8)$$

правая часть которого предполагается известной по сути постановки решаемой задачи.

Решение уравнения (8) (строго говоря – системы уравнений (8)) должны удовлетворять определенным условиям на ограничивающей объем  $V$  поверхности  $S_0$ , т. е.

$$\varepsilon_{ijk} n_j [H_k(x_k) - \tilde{H}_k(x_k)] = 0 \forall x_k \in S_0, \\ n_k [m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^\varepsilon H_k(x_k) - \mu_0 \tilde{H}_k(x_k)] = 0 \forall x_k \in S_0, \quad (9)$$

где  $n_j$  –  $j$  – й компонент вектора единичной нормали к поверхности  $S_0$  в точке с координатами  $x_k$ ;  $\tilde{H}_k(x_k)$  –  $k$  – й компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния, которое изменяется во времени по гармоническому закону и удовлетворяет уравнениям Максвелла для пустого пространства. Из этих уравнений следует, что

$$\varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} \tilde{H}_{k,jn}(x_k) - k_0^2 \tilde{H}_m(x_k) = 0 \forall x_k \notin V \quad (10)$$

где  $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \chi_0$ ;  $\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума. Решения уравнения (10) должны удовлетворять условиям физической реализуемости поля, т. е.  $\lim_{R \rightarrow \infty} \tilde{H}_k(x_k) = 0$ , где  $R$  – расстояние от поверхности  $S_0$ . Необходимо подчеркнуть, что граничные условия (9) полностью обеспечивают единственность решения системы уравнений (8), (10) в случае плоскопараллельного или осесимметричного деформированного состояния ферромагнитной пластины или цилиндра.

В более общей ситуации переменные магнитные поля имеют полный набор компонентов вектора напряженности и представленной соотношениями (9) системы граничных условий недостаточно для однозначного определения всех констант, которые появляются в общих

решениях уравнений (8), (10). В этом случае граничные условия (9) дополняются условиями отсутствия магнитных зарядов для поля рассеяния и магнитной индукции внутри деформируемого ферромагнетика. Эти условия должны выполняться везде, в том числе и на поверхности  $S_0$ . Дополнительно к этому следует потребовать, чтобы нормальная к поверхности  $S_0$  составляющая вихревого тока, который возникает в объеме деформируемого намагниченного ферромагнетика, обращалась в нуль на этой поверхности.

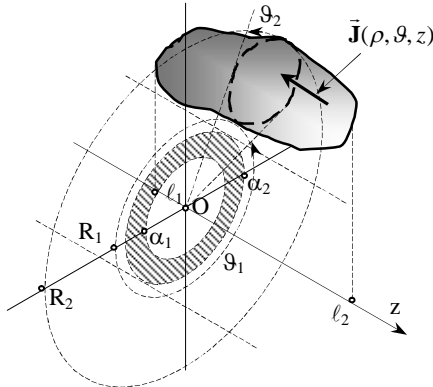


Рис. 1. Расчетная схема для определения компонентов  $H_{\beta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$  Фурье – образа вектора напряженности магнитного поля приемника

Это в достаточной мере очевидное условие. Действительно, обусловленные электрической проводимостью среды вихревые токи отсутствуют за пределами объема  $V$ , занятого металлом. Именно по этой причине они не имеют права перетекать через ограничивающую этот объем поверхность  $S_0$ , т. е. должно выполняться условие  $n_i \varepsilon_{ijk} H_{j,k} = 0 \forall x_k \in S_0$ .

Таким образом, предлагаемый метод построения математической модели преобразователя

электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнитных металлах, предполагает решение граничной задачи (8) - (10), которое определяет внутреннее магнитное поле с учетом радиационного демпфирования, т. е. с учетом выноса энергии полями рассеяния за пределы деформируемого ферромагнетика. После этого выполняется оценка динамической намагниченности  $\vec{M}(x_k)$  и по найденному Фурье – образу  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  производится вычисление магнитного потока  $\Phi$ .

Рассмотрим реализацию этого метода на примере построения математической модели накладного преобразователя в режиме регистрации продольных волн в ферромагнитном (стальном) стержне и трубе. Предваряя вычисления для определенной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля, рассмотрим общие решения двух основных задач, т. е. расчет Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля и определение намагниченности гармонически деформируемого полого ферромагнитного цилиндра, которые неизбежно возникают при расчете любой конструкции преобразователя



электромагнитного типа, который используется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах.

**Методика расчета интегрального образа вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром приемника переменного магнитного поля**

В общем случае произвольной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля, расчетная схема, используемая при определении Фурье – образа  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  вектора напряженности магнитного поля в пустоте, выглядит так, как это показано на рис. 1. Поскольку конечной целью всех вычислительных процедур является построение математической модели преобразователя электромагнитного типа, который регистрирует упругие волн в стержнях и трубах, постольку определение компонентов векторной функции будем производить в цилиндрической системе координат  $(\rho, \vartheta, z)$ , ось Oz которой совмещена с осью металлического стержня. Так как речь идет о пустом пространстве, то контуры поперечного сечения и образующие боковой поверхности трубы показаны на рис. 1 тонкими штриховыми линиями. Предположим, что в некотором объеме V (рис. 1), ограниченном координатными поверхностями  $R_1 \leq \rho \leq R_2$ ,  $\vartheta_1 \leq \vartheta \leq \vartheta_2$  и  $\ell_1 \leq z \leq \ell_2$ , существуют сторонние токи, вектор поверхностной плотности которых  $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$  - известная по сути постановки задачи функция.

Для того, чтобы получить выражения для расчета величин  $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ , введем векторный потенциал  $\vec{A}(\rho, \vartheta, z)$  такой, что  $\vec{H}(\rho, \vartheta, z) = \frac{1}{\mu_0} \text{rot}[\vec{A}(\rho, \vartheta, z)]$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Сообразно определению  $\vec{H}^{(\pm)}(S)$  введем Фурье – образ  $A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$  компонентов векторного потенциала

$$A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} A_\beta(\rho, \vartheta, z) e^{\pm i\gamma z} dz. \quad (11)$$

Будем полагать, что магнитное поле сторонних токов удовлетворяет условиям физической реализуемости, т. е. а priori выполняется предельное условие

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \left( \frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n} \right) = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

В этом случае

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n} \right) e^{\pm i\gamma z} dz = (\mp i\gamma)^n A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta). \quad (12)$$

Подставляя определение вектора напряженности магнитного поля сторонних токов через векторный потенциал в квазистационарную формулировку уравнений Максвелла (7), получаем векторное дифференциальное уравнение для потенциала  $\vec{A}(\rho, \vartheta, z)$

$$\text{rot rot } \vec{A} = \mu_0 \vec{j}, \quad (13)$$

где  $\vec{j}$  - поверхностная плотность тока проводимости в пределах объема  $V$  (рис. 1).

Векторное дифференциальное уравнение (13) в обязательном порядке дополняется условием

$$\text{div } \vec{A} = 0. \quad (14)$$

После определения компонентов векторного потенциала  $\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ , которые удовлетворяют уравнению (13) и условию (14), искомые величины  $H_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$  находятся по формуле  $\vec{H}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \text{rot}[\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)]/\mu_0$ , где операция дифференцирования по переменной  $z$  выполняется по формуле (12). Выполнив, с привлечением равенства (12), необходимые операции дифференцирования, получаем систему дифференциальных уравнений для Фурье – образов компонентов векторного потенциала  $\vec{A}^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ . Общее решение этой системы уравнений для внутренней ( $\rho \leq R_1$ ) пустого пространства имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} A_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\beta}^{(\pm)}(\rho) \begin{pmatrix} -\sin n\vartheta \\ \cos n\vartheta \end{pmatrix}, \quad \beta = \rho, z; \\ A_\vartheta^{(\pm)}(\rho, \vartheta) &= \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) \begin{pmatrix} \cos n\vartheta \\ \sin n\vartheta \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (15)$$

где коэффициенты разложений (15), т. е. величины  $A_{n\lambda}^{(\pm)}(\rho)$  ( $\lambda = \rho, \vartheta, z$ ) определяются следующим образом

$$\begin{aligned} A_{n\rho}^{(\pm)}(\rho) &= [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) + \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)]/2, \\ A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) &= [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)]/2, \quad A_{nz}^{(\pm)}(\rho) = C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho). \end{aligned} \quad (16)$$

В формулах (16) символом  $I_\nu(\gamma\rho)$  ( $\nu = n, n \pm 1$ ) обозначена модифицированная функция Бесселя порядка  $\nu$ . Константы  $C_n^{(\pm)}$ ,  $\Phi_n^{(\pm)}$  и  $\Psi_n^{(\pm)}$  определяются через компоненты вектора плотности сторонних токов  $\vec{j}(\rho, \vartheta, z)$  следующим образом

$$C_n^{(\pm)} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x j_{nz}^{(\pm)}(x) K_n(\gamma x) dx,$$

$$\begin{cases} \Phi_n^{(\pm)} \\ \Psi_n^{(\pm)} \end{cases} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dx \begin{cases} j_{n\rho}^{(\pm)}(x) + j_{n\vartheta}^{(\pm)}(x) \\ j_{n\rho}^{(\pm)}(x) - j_{n\vartheta}^{(\pm)}(x) \end{cases} \begin{cases} K_{n+1}(\gamma x) \\ K_{n-1}(\gamma x) \end{cases} dx, \quad (17)$$

где

$$j_{\begin{cases} n\rho \\ nz \end{cases}}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\begin{cases} \rho \\ z \end{cases}}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta;$$

$$j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta, \quad k = \begin{cases} 2 & n\rho i \quad n=0, \\ 1 & n\rho i \quad n \neq 0. \end{cases} \quad (18)$$

Символами  $I_n(z)$  и  $K_n(z)$  в соотношениях (17) обозначены модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда.

По известным компонентам векторного потенциала легко определяются Фурье – образы вектора напряженности магнитного поля, которое создается в вакууме, во внутренней области  $\rho \leq R_1$ , электрическим контуром произвольной конструкции:

$$H_{\rho}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \begin{cases} -\frac{n}{\gamma\rho} C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho) \pm \\ \pm \frac{i}{2} [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)] \end{cases} \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$H_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \mp \frac{i}{2} [\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho)] - \right.$$

$$\left. - C_n^{(\pm)} \left[ I_{n-1}(\gamma\rho) - \frac{n}{\gamma\rho} I_n(\gamma\rho) \right] \right\} \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$H_z^{(\pm)}(\rho, \vartheta) = \frac{\gamma}{2\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} [\Phi_n^{(\pm)} + \Psi_n^{(\pm)}] J_n(\gamma\rho) \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}. \quad (21)$$

**Определение Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром полисекционного накладным преобразователя**

На рис. 2 схематически показана конструкция накладного полисекционного преобразователя, который применяется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах. Он состоит из двух плоских катушек (позиция 2 на рис.2) которые могут быть включены либо встречно, либо согласно. Вообще говоря, количество плоских катушек может быть произвольным, и так же произвольно они могут быть соединены между собой. Это определяется конкретными условиями решаемой технической задачи. Устройство, создающее постоянное поле подмагничивания, на рис. 2 не показано. Протекающий по плоской катушке накладного преобразователя электрический ток можно представить в виде векторной суммы двух токов –

окружного, с поверхностной плотностью  $j_g(\rho, \vartheta, z)$ , существующего в левой и правой трапециях плоской катушки (рис. 2,б), и аксиального, с поверхностной плотностью  $j_z(\rho, \vartheta, z)$ , существующего в верхней и нижней трапециях плоской катушки.

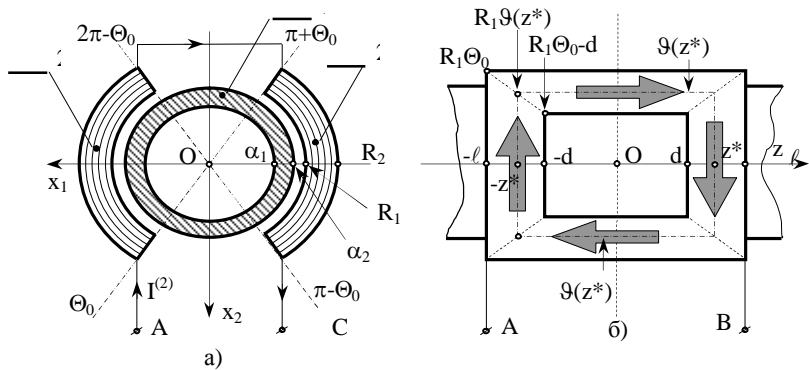


Рис. 2. Расчетная схема накладного ультразвукового преобразователя электромагнитного типа

При последовательном включении двух плоских катушек окружная и аксиальная плотности токов изменяются вдоль криволинейной оси полярных углов  $\vartheta$  так, как это показано на рис. 3,а и рис. 3,б соответственно. Эти компоненты вектора плотности тока проводимости можно записать следующим образом  $j_g(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_g(\rho) \varphi_g(\vartheta, z)$  и  $j_z(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_z(\rho) \varphi_z(\vartheta, z)$ , где  $j_0 = I^{np} N / [(R_2 - R_1)(\ell - d)]$  - плотность тока в пакете из  $N$  витков плоской катушки; характер изменения функций  $\varphi_g(\vartheta, z^*)$  и  $\varphi_z(\vartheta, z^*)$  показан на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Символами  $z^*$  в аргументах этих функций обозначено фиксированное значение аксиальной координаты (см. рис. 2,б).

$$\text{Функция } f_\beta(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2]. \end{cases}$$

При таком определении сторонних токов Фурье-трансформанты компонентов вектора поверхностной плотности тока будут задаваться следующим образом. Если в соотношениях (18) принять во внимание только лишь верхние тригонометрические функции и положить при этом  $n = 0$ , то при сформулированном выше определении сторонних токов после очевидных вычислений приходим к выводу, что  $j_{0\rho}^{(\pm)}(\rho) = j_{0z}^{(\pm)}(\rho) = 0$ , а

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{2j_0}{\pi} f_\vartheta(\rho) \int_{-\infty}^{\infty} \vartheta(z) e^{\pm i\gamma z} dz, \quad (22)$$

где  $\vartheta(z)$  – половина углового размера фрагментов витков плоской катушки, которые ориентированы вдоль криволинейной оси полярных углов  $\vartheta$  (рис. 2,б). Величина  $\vartheta(z)$  определяется элементарными геометрическими построениями и может быть описана следующими аналитическими выражениями

$$\vartheta(z) = \begin{cases} \left( \Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} - \frac{z}{R_1} \right) \forall z \in [-\ell, -d], \\ - \left( \Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} - \frac{z}{R_1} \right) \forall z \in [d, \ell]. \end{cases} \quad (23)$$

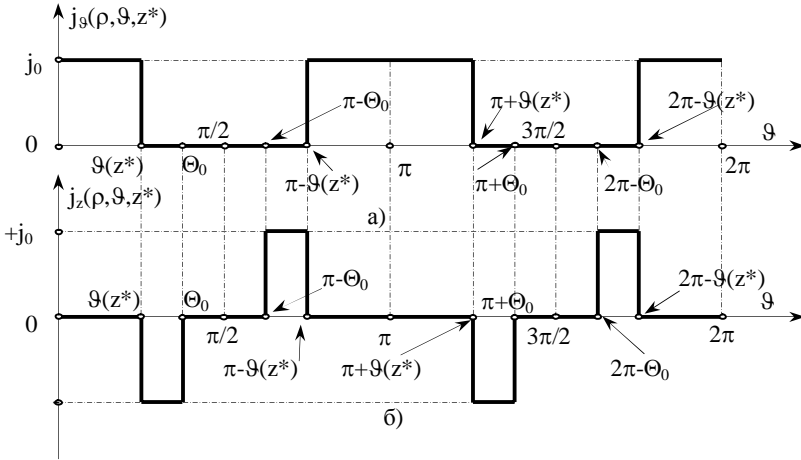


Рис. 3. Характер изменения компонентов вектора плотности  
сторонних токов

Знак минус во второй строке аналитической конструкции (23) учитывает смену направления вектора плотности тока в правой трапеции плоской катушки (рис. 2,б). Подставляя соотношение (23) в формулу (22), получаем

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \pm i \frac{4j_0}{\gamma} f_\vartheta(\rho) W(\Theta_0, \gamma), \quad (24)$$

где

$$W(\Theta_0, \gamma) = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left( \Theta_0 - \frac{\ell}{R_1} \right) (\cos \gamma \ell - \cos \gamma d) - \\ & - \frac{1}{R_1} (\ell \cos \gamma \ell - d \cos \gamma d) + \frac{1}{R_1 \gamma} (\sin \gamma \ell - \sin \gamma d) \end{aligned} \right\}.$$

Подставляя выражение (24) в формулу для расчета коэффициентов  $\Phi_0^{(\pm)}$  и  $\Psi_0^{(\pm)}$  (константа  $C_0^{(\pm)} = 0$ ), получаем

$$\Phi_0^{(\pm)} = -\Psi_0^{(\pm)} = \pm i\mu_0 \frac{4I^{(2)}N}{(\ell-d)\gamma^2} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma),$$

где  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$  - частотная характеристика плоской катушки накладного преобразователя, причем  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = W(\Theta_0, \gamma)R_K(R_1, R_2, \gamma)$ . Функция  $R_K(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$  описывает влияние толщины пакета витков катушки накладного преобразователя на эффективность регистрации ультразвуковых волн на данной частоте и определяется комбинацией модифицированных функций Струве и функций Макдональда, т. е.

$$R_K(R_1, R_2, \gamma) = \frac{\pi}{2(1 - R_1/R_2)} (Q_1 - \frac{R_1}{R_2} Q_2),$$

где  $Q_m = K_1(\gamma R_m) \mathbf{L}_0(\gamma R_m) + K_0(\gamma R_m) \mathbf{L}_1(\gamma R_m)$ ;  $m = 1, 2$ . Функция  $R_K(R_1, R_2, \gamma) = 1$  при  $\gamma \rightarrow 0$  и асимптотически устремляется к нулю при  $\gamma \rightarrow \infty$ . Скорость уменьшения значений функции  $R_K(R_1, R_2, \gamma)$  прямо пропорциональна толщине пакета витков накладного преобразователя. Функция  $R_K(R_1, R_2, \gamma)$  имеет вполне определенный физический смысл. Её можно назвать коэффициентом потерь эффективности регистрации из-за усреднения магнитных потоков рассеяния по толщине (область  $R_1 \leq \rho \leq R_2$ ) плоской катушки накладного преобразователя.

На рис. 4 показаны графики модулей функции  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ , т. е. частотные характеристики плоской катушки в составе накладного ультразвукового преобразователя. Во всех расчетах, результаты которых показаны на рис. 4, были зафиксированы размеры  $R_1 = 1,05\alpha_2$  и  $R_2 = 1,10\alpha_2$ . Графики показанные на рис. 4, а, б построены в предположении, что  $\Theta_0 = \pi/4$ , а  $\ell = \alpha_2$  (рис. 4, а) и  $\ell = 1,5\alpha_2$  (рис. 4, б). Для рис. 4, в, г  $\Theta_0 = \pi/3$  и  $\ell = \alpha_2$  (рис. 4, в) и  $\ell = 1,5\alpha_2$  (рис. 4, г). Варьируемым параметром во всех сериях расчетов является величина  $d$  - половина размера окна плоской катушки, последовательно принимающая значения  $0,2\ell$ ,  $0,4\ell$ ,  $0,6\ell$  и  $0,8\ell$ . По оси абсцисс откладывается безразмерное волновое число  $\gamma\alpha_2$ .

Характерной особенностью показанных на рис. 4 графиков является то, что при  $\gamma \rightarrow 0$  частотная характеристика  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$  устремляется к нулю как  $\omega^2$ . Следует подчеркнуть, что частотные характеристики проходных преобразователей при  $\gamma \rightarrow 0$  ( $\omega \rightarrow 0$ ) устремляются к своему максимальному значению.

Равенство  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, 0) = 0$  можно прокомментировать следующим образом. При  $\gamma \rightarrow 0$  ( $\omega \rightarrow 0$ ) расстояние между областями ферромагнитного стержня с противоположными знаками деформации неограниченно

возрастает. Это эквивалентно неограниченному увеличению расстояния между магнитными полюсами, которые являются источниками переменного внутреннего магнитного поля.

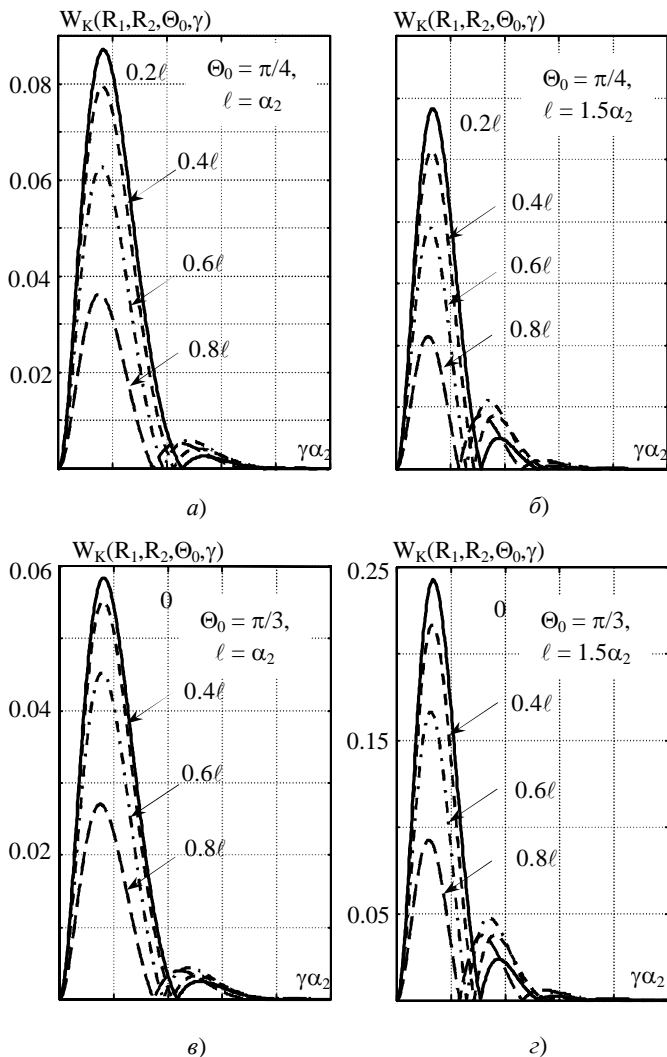


Рис. 4. Частотные характеристики плоской катушки в составе ультразвукового накладного преобразователя.

При этом уровни магнитного поля рассеяния устремляются к нулю и, в пределе при  $\omega = 0$ , магнитное поле рассеяния становится равным нулю. При этом становится равным нулю и радиальный компонент вектора

напряженности магнитного поля рассеяния. Именно этот компонент формирует переменный магнитный поток, который пронизывает витки плоской катушки накладного преобразователя. Таким образом, при  $\omega \rightarrow 0$  поток магнитной индукции через плоскую катушку становится равным нулю. Так как частотная характеристика ультразвукового преобразователя отображает все основные особенности его конструкции и происходящих в ней процессов, то, естественно, и тот факт, что при  $\omega \rightarrow 0$  магнитный поток через электрический контур преобразователя равен нулю, также должным образом отображается функцией  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ . С ростом частоты начинает увеличиваться интенсивность магнитного поля рассеяния, и начинают возрастать уровни радиальных компонентов вектора напряженности магнитного поля рассеяния. Этому соответствует возрастание уровня потока магнитной индукции через плоскость витков плоской катушки. Этому соответствует рост абсолютных значений функции  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ .

Дальнейшее увеличение частоты (уменьшение длины волны) приводит к тому, что в плоскости катушки возникают встречно ориентированные потоки вектора магнитной индукции. При определенных значениях длины волны, вернее – при определенных сочетаниях длины волны упругого возмущения и размеров плоской катушки, эти потоки полностью компенсируют друг друга и функция  $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = 0$ . Чем больше размер окна катушки (параметр  $d$ ), тем на более низких частотах наблюдается взаимная компенсация встречных потоков магнитной индукции. Описанные выше особенности изменения частотной характеристики присущи всем без исключения конструкциям ультразвуковых накладных преобразователей в режиме приема (регистрации) упругих волн.

Завершая построение математической модели ультразвукового накладного преобразователя, подставим найденные коэффициенты  $\Phi_0^{(\pm)}$  и  $\Psi_0^{(\pm)}$  в формулы (19), ..., (21) и определим Фурье-трансформанты компонентов вектора напряженности осесимметричной составляющей магнитного поля, которое создается в вакууме двумя последовательно включенными плоскими катушками. Очевидно, что  $H_g^{(\pm)}(\rho) = H_z^{(\pm)}(\rho) = 0$ , а

$$H_\rho^{(\pm)}(\rho) = -\frac{4I^{np}N}{(\ell - d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) I_1(\gamma\rho). \quad (25)$$

Так как речь идет об осесимметричной составляющей магнитного поля, то подстановка выражения (25) в основную формулу (4) дает следующий результат



$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\omega \frac{8\pi\mu_0 N}{(\ell-d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_{\rho}^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho. \quad (26)$$

Интегральный множитель в формуле (26) имеет смысл компонента частотной характеристики накладного преобразователя, который учитывает влияние размеров поперечного сечения и физико-механических параметров материала трубы или, при  $\alpha_1 \rightarrow 0$ , стержня на эффективность процесса регистрации ультразвуковых волн в заданном диапазоне частот. Определение функции

$$W_{CT}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_{\rho}^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho \quad (27)$$

становится возможным после решения второй основной задачи теории электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах, которая заключается в расчете характеристик внутреннего магнитного поля и динамической намагниченности деформируемого намагниченного ферромагнетика.

Будем считать, что в ферромагнитном стержне распространяется плоская продольная волна. Пространственно-развитая амплитуда смещений материальных частиц стержня описывается вектором с единственным аксиальным компонентом, причем  $u_z(z) = U_z^{(\pm)} e^{\pm i\gamma z}$  ( $U_z^{(\pm)}$  - амплитуда смещений материальных частиц стержня во фронте плоской продольной волны;  $\gamma = \omega/v_{ct}$ ). Если материал стержня поляризован (по крайней мере, в области действия накладного преобразователя) постоянным аксиальным магнитным полем  $H_z^0$ , то решение граничной задачи (5) – (7) приводит к следующему результату

$$M_{\rho}^{(\pm)}(\rho) = \frac{m_1 H_z^0 \gamma^2}{\mu_0 \zeta} U_z^{(\pm)} \cdot \frac{I_1(\zeta\rho)}{\left[ I_0(\zeta\alpha_2) + \frac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \cdot \frac{I_1(\zeta\alpha_2)}{K_1(\gamma\alpha_2)} K_0(\gamma\alpha_2) \right]}, \quad (28)$$

где  $\zeta = \sqrt{\gamma^2 + i\omega\gamma\mu^\varepsilon}$ . Подставляя выражение (28) в формулу (25), получаем аналитическую конструкцию следующего вида

$$U_{\text{вых}}(\omega) = W_z^{(\pm)}(\gamma) U_z^{(\pm)}, \quad (27)$$

где  $W_z^{(\pm)}(\gamma) = -(\gamma\alpha)U_0W_{yII}(\gamma)$  - математическая модель (в осесимметричном приближении) накладного преобразователя в режиме регистрации плоской продольной волны; множитель  $\gamma\alpha$  подчеркивает прямую пропорциональность круговой частоте  $\omega$ , т. е. подчеркивает индукционный (электромагнитный) способ регистрации упругой волны;  $U_0$  – абсолютная чувствительность преобразователя (размерность Вольт/метр) к смещениям материальных частиц деформируемого стержня. Величина

$U_0 = 4\pi\alpha m_1 H_z^0 N v_{cm} / (\ell - d)$ . Порядок  $U_0 \cong 10^7$  В/м при размерах  $\alpha$ ,  $\ell$  и  $d$  в единицы миллиметров.  $W_{УП}(\gamma) = W_K(\alpha_1, \alpha_2, \Theta_0, \gamma) W_{СТ}(\alpha, \gamma)$  - частотная характеристика ультразвукового преобразователя, где составляющая, определяемая процессами в стержне  $W_{СТ}(\alpha, \gamma)$  определяется для плоской продольной волны следующим образом

$$W_{СТ}(\gamma) = \frac{(\gamma/\zeta)}{1 - (\gamma/\zeta)^2} \cdot \frac{2I_1(\zeta\alpha_2)}{\zeta\alpha_2} \cdot \frac{\left[ \frac{I_2(\zeta\alpha_2)}{I_1(\zeta\alpha_2)} I_1(\gamma\alpha_2) - \frac{\gamma}{\zeta} I_2(\gamma\alpha_2) \right]}{\left[ I_0(\zeta\alpha_2) + \frac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \frac{I_1(\zeta\alpha_2)}{K_1(\gamma\alpha_2)} K_0(\gamma\alpha_2) \right]}.$$

На рис. 5, а, б показаны графики модуля частотной характеристики накладного преобразователя  $W_{УП}(\gamma)$ , построенные для магнитоstrictionного феррита ( $\gamma = 1$  См·м) (рис. 5,а) и никеля ( $\gamma = 14,3$  МСм·м) (рис. 5,б), в предположении, что тот и другой материал имеют одинаковую относительную магнитную проницаемость  $\mu^\varepsilon/\mu_0 = 32$ .

Геометрические параметры накладного преобразователя из двух плоских и последовательно включенных катушек таковы:  $\Theta_0 = \pi/3$ ;  $\ell = \alpha$ ;  $\alpha_1 = 1,05\alpha$ ;  $\alpha_2 = 1,1\alpha$ ;  $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$  м. Для определения стержневой скорости  $v_{cm} = \sqrt{E/\rho_0}$ , без которой нельзя вычислить комплексное волновое число  $\zeta$ , было принято, что никель и феррит имеют одинаковые модули Юнга  $E = 2,15 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup> и плотности  $\rho_0 = 8900$  кг/м<sup>3</sup>. Это, конечно, весьма приблизительно соответствует действительности (такие значения плотностей являются очень большими для ферритов), но этот факт не имеет особого значения при выполнении данной серии расчетов. Варьируемым параметром семейства кривых на рис. 5 является величина  $d$  – половинный размер квадратного окна плоской катушки. Значение параметра  $d$  проставлено возле каждой кривой. По оси абсцисс на рис. 5 откладывается безразмерное волновое число  $\gamma\alpha$  (можно говорить, если угодно, безразмерная частота  $\omega\tau_0$ , где  $\tau_0 = \alpha/v_{ст}$ ).

Основным результатом этой серии расчетов можно считать то, что абсолютные значения  $W_{УП}(\gamma)$  для ферродиелектриков практически в 50 раз превосходят значения  $W_{УП}(\gamma)$  для токопроводящего ферромагнетика. Объяснить это можно лишь тем, что в токопроводящих ферромагнетиках сколь ни будь заметные уровни намагниченности формируются в узких приповерхностных областях (что-то сродни общеизвестному скин-эффекту). Этот факт учитывается функцией  $W_{СТ}(\gamma)$ , которая формирует числовые значения модуля частотной характеристики накладного ультразвукового преобразователя.

Следует подчеркнуть, что графики, показанные на рис. 5, дают представление об эффективности работы преобразователя в широком

диапазоне частот при условии, что произведение  $\gamma\alpha U_z^{(\pm)}$  остается постоянной величиной в этом диапазоне частот. В действительности (см., например [20]) амплитудные значения ультразвуковых волн столь быстро спадают с ростом частоты, что произведение  $\gamma\alpha U_z^{(\pm)}$  изменяется с ростом частоты (по крайней мере, для катушечных преобразователей – источников упругих колебаний) подобно функции  $e^{-m\gamma\alpha}$ , где число  $m$  имеет порядок единицы. При этом частотный диапазон эффективной работы накладного преобразователя в режиме регистрации ультразвуковых колебаний ограничивается фактически первым лепестком частотной характеристики  $W_{уп}(\gamma)$ , т. е. ограничивается сверху значениями безразмерных частот  $\omega\tau_0 < 4$ .

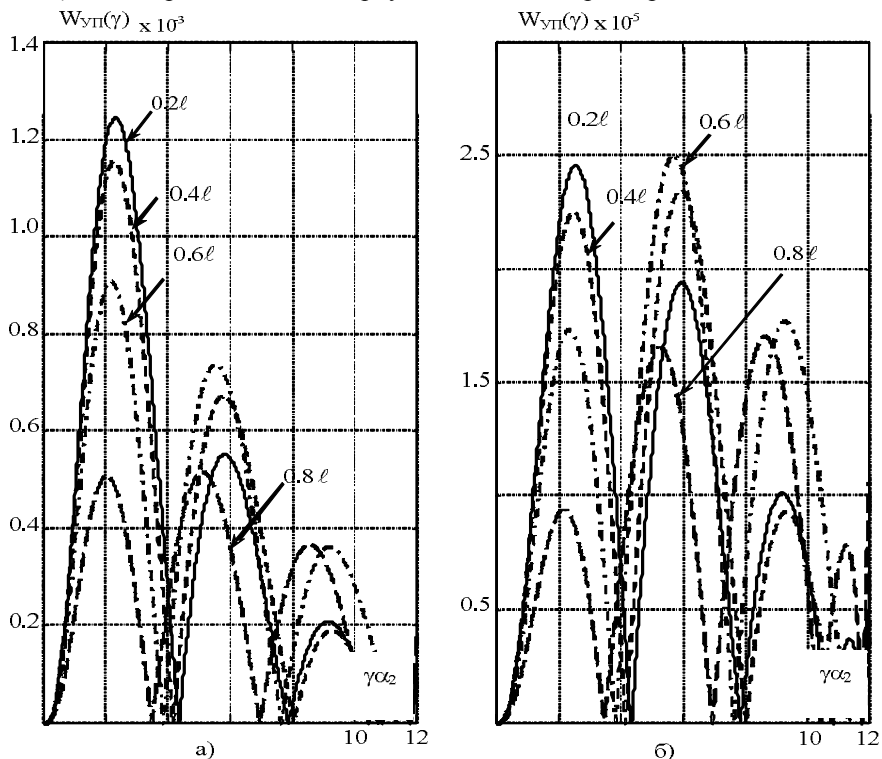


Рис. 5. Зависимость модуля частотной характеристики накладного преобразователя от размеров окна плоской катушки в случае ферродиелектрика (а) и токопроводящего ферромагнетика (б)

**Выводы.** В работе предложена схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн. Эта схема опирается на фундаментальные положения электродинамики и механики деформируемых твердых тел с усложненными

(магнотристрикционными) свойствами. Ключевым элементом предлагаемой схемы является теорема о наведенном магнитном потоке, которая исключает из перечня вычислительных процедур решение сложной граничной задачи электродинамики о взаимодействии потоков магнитного поля рассеяния с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Решение граничной задачи о внутренних магнитных полях и последующее использование теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет строить содержательные математические модели преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в ферромагнитных металлах.

**Список литературы:** 1. *Schlawne F., Graff A., Scheider H.* Use of EMATs for Inspection of Tubes and Pipes // NDT.net. – 2003. – V.8.- №3. 2. *Hutchins D.A., Hu J.K., Young R.P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q.L.* Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Am. - 1989 – 85 - №2 – P. 747 – 752. 3. *Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R.* Health Monitoring of Piping and Plate using the Magnetostrictive Sensor (McS) Guided Wave Technology //NDT.net. – 2004. – V.9. - №2. 4. *Elshaftey I., Udrea L.* A New Eddy Current Imaging System for Enhancement of Nondestructive Evaluation // NDT.net. – 2004. – V.9. - №9. 5. *Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M.* Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Am. - 1999 – 106 - №2 – P. 666 – 665. 6. *Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M.* Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Am. - 2004 – 115 - №2 – P. 630 – 636. 7. *Петрищев О. Н., Шпиль А. П.* Ультразвуковые магнотристрикционные волноводные системы. – Киев: Изд-во при Киевском ун-те, 1989. – 132 с. 8. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Общие закономерности электромагнитного метода приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №5, 1972. С.63 – 72. 9. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Электромагнитные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №6, 1972. С.62 –68. 10. *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №1, 1973. С.81 – 89. 11. *Комаров В.А.* Квазистационарное электромагнитно – акустическое преобразование в металлах (основы теории и применение при неразрушающих исследованиях). – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986. – 235 с. 12. *Петрищев О. Н.* Системный подход к исследованию передаточных характеристик ультразвуковых магнотристрикционных трактов // Акустика и ультразвуковая техника. – 1984. – Вып. 19. – С. 64–70. 13. *Петрищев О. Н., Спасокукоцкий Л. О.* Исследование передаточных характеристик электроакустических преобразователей в режиме регистрации крутильных волн в полых магнотристрикционных цилиндрах // Акустика и ультразвуковая техника. – 1988. – Вып. 23. – С. 100–111. 14. *Петрищев О. Н., Шпиль А. П.* Регистрация неосесимметричных (изгибных) волн в магнотристрикционных цилиндрах // Вестник Киевского политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника. – 1990. – Вып. 14. – С. 35–42. 15. *Грошев В. Я.* Анализ влияния конструктивных параметров на чувствительность электромагнитно – акустических преобразователей // Дефектоскопия, №4, 1998. С.32 – 40. 16. *Бардокас Д.И., Кудряцев Б.А., Сенюк Н.А.* Распространение волн в электромагнитоупругих средах. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 336 с. 17. *Петрищев О. Н.* Математическое моделирование преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах // Акуст. вісн. – 2005. – 8. – №3. – С. 50 – 59. 18. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. 19. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнотристрикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая. – 1957. – Т. 21. – № 8. – С. 1140–1148. 20. *Петрищев О.Н.* Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // Электроника и связь. - 2005. - №25. – С. 50 – 61.

*Надійшла до редакції 15.04.12*