

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля;
А.А. МУХОВАТЫЙ, к.т.н., ст. преп. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ НЕЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Проведен анализ величины критерия контактной прочности разработанных различными исследователями неэвольвентных цилиндрических зубчатых передач.

Проведено аналіз величини критерію контактної міцності неевольвентних циліндричних зубчатих передач, що розроблені різними дослідникам.

The assaying of magnitude of criterion of contact strength developed by various contributors not involute cylindrical gears is carried out.

Постановка задачи. В приводах современных машин широко распространены зубчатые передачи, нагрузочная способность, надежность которых существенно влияют на экономические показатели оборудования. Поэтому решение задачи повышения нагрузочной способности таких передач является актуальным.

Анализ литературы. Известны различные методы синтеза неэвольвентных зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью [1]. К таким методам относятся: синтез цилиндрических зубчатых передач с конхоидной линией зацепления [2], синтез синусоидальных зубчатых передач [3], синтез зубчатых передач с линией зацепления, очерченной дугами окружностей [4], синтез зубчатых передач по критерию контактной прочности [5], синтез "эволютных" зубчатых передач [6]. Однако до настоящего времени не произведена сравнительная оценка нагрузочной способности зубчатых передач, синтезированных указанными методами.

Цель статьи. Провести сравнительный анализ значений критерия контактной прочности неэвольвентных цилиндрических зубчатых передач, исследованных в работах [2...6].

1. Критерий контактной прочности зубчатых передач. Этот критерий с использованием формулы Герца для определения контактных напряжений на поверхности зубьев цилиндрических прямозубых передач внешнего зацепления получен в форме [1]:

$$\Theta = \frac{n^2 \tau_1 \tau_2}{(R_1 + R_2) f_2' (\Omega_2')^2}, \tag{1}$$

где $\Omega_2' = \frac{f_2' - f_1 f_2''}{(f_2')^2} + f_2'$; $\tau_1 = R_1 + \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2'}$; $\tau_2 = R_2 - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2'}$; $n = \sqrt{1 + (f_2')^2}$;

R_1, R_2 – радиусы начальных цилиндров шестерни и колеса; f_1, f_2 — функции, определяющие геометрию исходного контура зацепляющихся колес (рисунок 1); f_2', f_2'' – первая и вторая производные функции f_2 по f_1 .

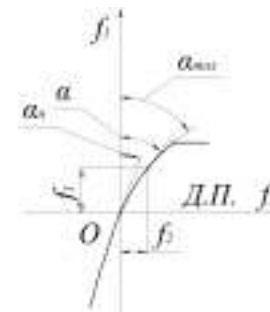


Рисунок 1 – Схема исходного контура (Д.П. – делительная прямая)

Для упрощения исследования (это не уменьшает общность исследований) будем полагать, что R_1 и R_2 имеют значения, когда

$$1 + \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' R_1} \approx 1; \quad 1 - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' R_2} \approx 1.$$

В этом случае оценку контактной прочности зубьев можно производить величиной, полученной из (1)

$$\Theta_1 = \frac{n^3 \cos \alpha}{f_2' (\Omega_2')^2}, \tag{2}$$

где α – угол профиля исходного контура ($f_2' = \tan \alpha$).

Ниже приведены значения функции f_2 и ее производных для исходных контуров, рекомендуемых в работах [2...6].

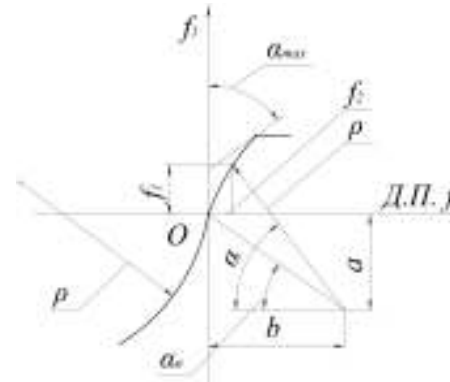


Рисунок 2 – Исходный контур, очерченный дугами окружности (Д.П. – делительная прямая)

2. Параметры исходных контуров. Эти параметры определены при следующих исходных данных:

- угол профиля исходного контура на делительной прямой $\alpha_n = 20^\circ$;
- максимальный угол профиля исходного контура при $f_{1\max} = 1 - \alpha_{\max} = 33,157^\circ$;
- модуль зацепления $m = 1$ мм.

2.1. Исходный контур, очерченный дугами окружностей (рисунок 2) [2] (с конхоидальной линией зацепления). Из рисунка следует

$$f_1 = \rho \sin \alpha - a; \quad f_2 = b - \rho \cos \alpha; \quad a = \rho \sin \alpha_n; \quad b = \rho \cos \alpha_n, \tag{3}$$

где ρ – радиус окружности.

Используя (3), получаем

$$f_2 = b - \sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}. \tag{4}$$

Дифференцируя (4), имеем значения производных

$$f_2' = \frac{f_1 + a}{\sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}}; \quad f_2'' = \frac{\rho^2}{\left[\sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}\right]^3}. \quad (5)$$

Для приведенных выше значений α_n , α_{\max} , $f_{1\max}$ значения ρ и a будут равны: $\rho = 4,87959$; $a = 1,66882$.

2.2. Исходный контур, очерченный синусоидой [3] (рисунок 3). Уравнение синусоиды имеет вид

$$f_1 = A \sin \omega f_2, \quad (6)$$

где A – амплитуда; ω – частота.

Производные равны

$$f_1' = A\omega \cos \omega f_2; \quad f_1'' = -A\omega^2 \sin \omega f_2. \quad (7)$$

В этом случае $f_1' = \operatorname{tg}(90 - \alpha)$, а функция Ω_2' равна

$$\Omega_2' = (f_1')^2 + f_1 f_1'' + 1; \quad n = \sqrt{1 + (f_1')^2}. \quad (8)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,157^\circ$, $f_{1\max} = 1$ получаем: $A = 1,2042$; $\omega = 2,28158$; $0 \leq \omega f_2 \leq 56,143^\circ$.

2.3. Исходный контур зубьев с линией зацепления, очерченной дугами окружностей [4] (рисунок 4). Уравнение дуги окружности A_1O имеет вид

$$(x - a_K)^2 + (y - b_K)^2 = r_K^2, \quad (9)$$

где a_K , b_K – координаты центра окружности; r_K – радиус окружности.

Решая (9) относительно y , получаем для участка линии зацепления A_1O

$$y = -\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (x - a_K)^2}\right]; \quad b_K = r_K \sin \alpha_n; \quad a_K = r_K \cos \alpha_n. \quad (10)$$

Согласно уравнения линии зацепления в системе координат XOY (рисунок 4) равны

$$x = f_1; \quad y = -\frac{f_1}{f_2}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует:

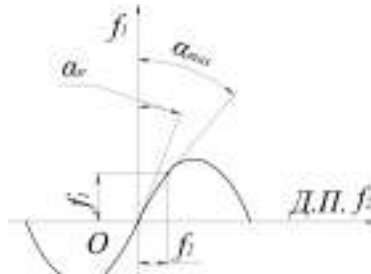


Рисунок 3 – Исходный контур, очерченный синусоидой (ДП – делительная прямая)

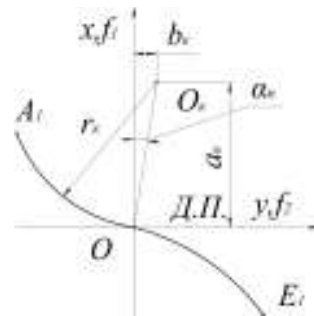


Рисунок 4 – Линия зацепления A_1E_1 , очерченная дугами окружностей (ДП – делительная прямая)

$$f_2' = -\frac{f_1}{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right]}; \quad f_2'' = -\frac{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right] \cdot \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2} - f_1(f_1 - a_K)}{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right] \cdot \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}}. \quad (12)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,195^\circ$, $f_{1\max} = 1$ ($f_2' = \operatorname{tg} \alpha$) из равенства (12) $r_K = 4$; $a_K = 3,7587$, $b_K = 1,3680$.

2.4. Исходный контур, очерченный логарифмической кривой [5] (рисунок 1). Уравнение кривой, которой очерчен исходный контур имеет вид

$$f_2 = \frac{2}{k} \ln \left(\frac{kf_1}{2 \operatorname{ctg} \alpha_n} + 1 \right), \quad (13)$$

где k – постоянная величина.

Для этого исходного контура

$$f_2' = \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_n}; \quad \Omega_2' = kf_1 + \operatorname{ctg} \alpha_n + f_2'. \quad (14)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,195^\circ$, $f_{1\max} = 1$ из (14)

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} - \operatorname{ctg} \alpha_n)}{f_{1\max}} = -2,4336. \quad (15)$$

Из (13) и (15) имеем:

$$f_2 = -0,8218 \ln(1 - 0,4447 f_1). \quad (16)$$

2.5. Исходный контур "эволютного" зацепления [6] (рисунок 1). В данном случае уравнение кривой, которой очерчен исходный контур, имеет вид (для принятых нами обозначений):

$$f_2 = 0,36397 f_1 + 0,126246 f_1^3 + 0,0089702 f_1^5 - 0,0191787 f_1^7. \quad (17)$$

Производные этой функции равны

$$f_2' = 0,36397 f_1 + 0,378738 f_1^2 + 0,044851 f_1^4 - 0,1342509 f_1^6; \quad f_2'' = 0,757476 f_1 + 0,179404 f_1^3 - 0,8055054 f_1^5. \quad (18)$$

2.6. Исходный контур, обеспечивающий выпукло-вогнутый контакт рабочих поверхностей зубьев зацепляющихся колес [1]. Уравнение кривой, которой очерчен профиль исходного контура, имеет вид (рисунок 1)

$$f_2 = 0,048f_1^8 - 0,241f_1^7 + 0,512f_1^6 - 0,614f_1^5 + 0,478f_1^4 - 0,281f_1^3 + 0,276f_1^2 + 0,338f_1 - 0,017. \quad (19)$$

Производные этой функции равны

$$f_2' = 0,390f_1^7 - 1,692f_1^6 + 3,073f_1^5 - 3,069f_1^4 + 1,911f_1^3 - 0,843f_1^2 + 0,552f_1 + 0,338;$$

$$f_2'' = 2,729f_1^6 - 10,154f_1^5 + 15,363f_1^4 - 12,279f_1^3 + 5,734f_1^2 - 1,686f_1 + 0,552. \quad (20)$$

Значения критерия контактной прочности будем определять, используя (2) для положительных значений f_1 в пределах $0 \leq f_1 \leq f_{1\max} = 1$. При заданных R_1 и R_2 эти значения следует умножить на τ_1 и τ_2 при положительных f_1 для $f_1 > 0$ и отрицательных f_1 для $f_1 < 0$. Заметим, что произведения τ_1 и τ_2 для рассмотренных исходных контуров имеют приблизительно равные значения.

На рисунке 5 даны графики изменения критерия контактной прочности по полю зацепления зубчатых передач при использовании для нарезания их зубьев реечных инструментов, спрофилированных представленными выше исходными контурами.

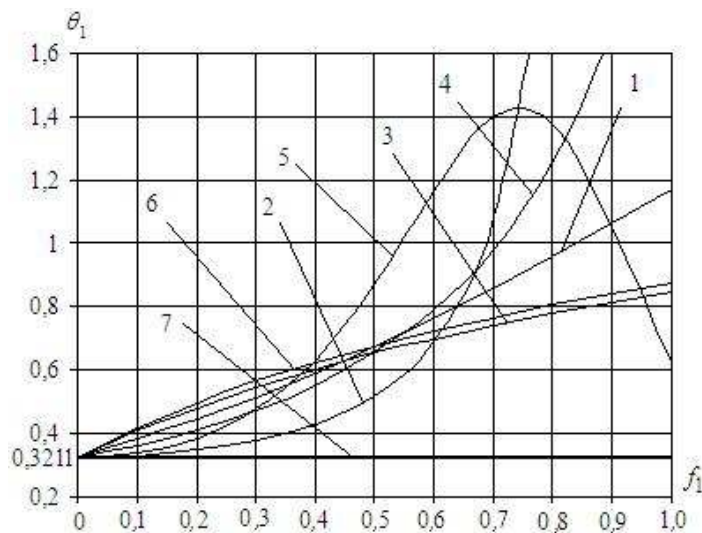


Рисунок 5 – Значения критерия контактной прочности:

- | | |
|---|--------------------------------|
| 1 – исходный контур по п. 2.1; | 2 – исходный контур по п. 2.2; |
| 3 – исходный контур по п. 2.3; | 4 – исходный контур по п. 2.4; |
| 5 – исходный контур по п. 2.5; | 6 – исходный контур по п. 2.6; |
| 7 – прямобочный исходный контур при $\alpha_n = 20^\circ$ | |

Из анализа графиков следует, что в зоне однопарного зацепления ($0 \leq f_1 \leq 0,3$):

- исходные контуры по п.2.1 и 2.3 обеспечивают практически равные значения критерия контактной прочности;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром п.2.2 (синусоидальные передачи) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 37%...46% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром п.2.5 ("эвольютные" передачи) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 10%...15% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром по п.2.4 (логарифмический исходный контур) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 8%...10% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром по п.2.6 (выпукло-вогнутый контакт зубьев) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 5%...10% больше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3.

Критерий контактной прочности в полюсе зацепления для всех передач равен значению этого критерия для эвольвентных передач при $\alpha_n = 20^\circ$.

Из сказанного следует, что по критерию контактной прочности при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ предпочтительны передачи с исходными контурами по п.2.1, п.2.3 и п.2.6.

Выводы:

1. Проведен анализ величины критерия контактной прочности неэвольвентных цилиндрических зубчатых передач с различными исходными контурами.
2. Установлено, что по значению критерия контактной прочности в околополюсной зоне предпочтение следует отдать конхоидальным передачам, передачам с линией зацепления, очерченной дугами окружности и передачам с выпукло-вогнутым контактом зубьев.

Список литературы: 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. Монография. – Луганск: вид-во СНУ ім. В.Далы, 2006. – 408с. 2. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. НИИ ИНФОРМТЯЖМАШ. 18-67-106, 1967. – С.1-8. 3. Аникин Ю.В. Синусоидальное зацепление. – Воронеж: изд-во ВГУ, 1975. – 56с. 4. Бошански М., Токоли П., Ваня Ф., Кожух И. Возможность использования неэвольвентного зацепления в коробках передач сельскохозяйственных машин // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.21-30. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Мухомитый А.А. Высоконагруженные зубчатые передачи // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №28. – С.180-186. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование коэффициента перекрытия эвольвентных передач // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.154-165.

Поступила в редколлегию 30.04.12