

Исходные данные:

Точка профиля	Координаты точки, мм	
	x	y
M	0,0	18,542
E2	-0,36866	18,53833
CE2-E1	-0,36108	18,15741
RE2-E1	0,381	
E1	-0,66612	18,38569
CE1-2	8,58062	11,46567
RE1-2	11,54941	
2	-1,50998	17,08427
C2-3	4,80495	13,56802
R2-3	7,22789	
3	-2,21621	15,28432
C3-4	3,40058	13,91131
R3-4	5,78217	
4	-2,34953	14,51932
C4-L	-0,89698	14,36573
R4-L	1,46065	
L	-2,33828	14,12873
L1	-2,33280	14,09566
CL1-F	-3,71560	13,86681
RL1-F	1,40161	
F	-3,35284	12,51296

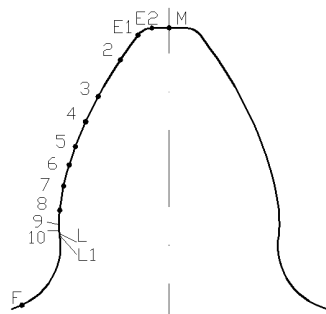


Рисунок 3 – Расчетная модель зубчатого колеса

Таблица 2 – Результаты конечноэлементного расчета на прочность зубчатого колеса

V_f	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,70
p , МПа	0,31	0,34	0,38	0,41	0,45	0,49	0,52	0,85
τ , МПа	0,006	0,004	0,006	0,010	0,016	0,019	0,022	0,060
u , мм	0,066	0,080	0,096	0,128	0,127	0,154	0,164	0,170
σ_{eqv} , МПа	0,39	0,47	0,57	0,67	0,76	0,86	0,96	2,11

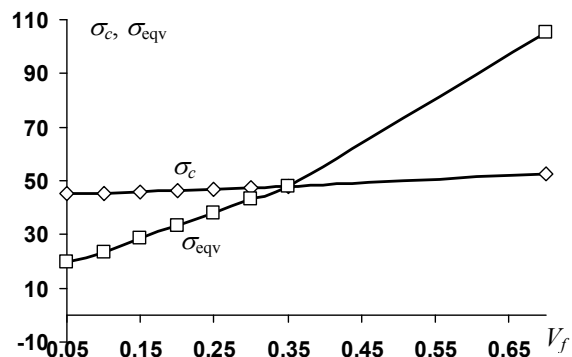


Рисунок 4 – Зависимости эквивалентного напряжения и предела текучести дисперсно-армированного композита от содержания наполнителя

Заключение. Показано применение двухуровневого метода расчета на прочность для выбора оптимального содержания дисперсного наполнителя при изготовлении композитных зубчатых колес. Таким образом, реализуется концепция компьютерного дизайна материалов. Это позволяет расширить использование микро- и нанокомпозитов для изготовления ответственных деталей машин и элементов конструкций, повысить эффективность проектирования и новых технических решений в машиностроении.

Список литературы: 1. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Шилько С.В. и др. Элементы привода приборов. Расчет, конструирование, технологии / Под общ. ред. Ю.М. Плескачевского. – Минск: Белорусская наука. – 2012. – 784с. 2. Буря А.И., Молчанов Б.И. Трение и изнашивание полиамида-6 и углепластика на его основе // Трение и износ. – 1992. – Т.13, №5. – С.900-904. 3. Сытар В.И., Кузьев И.М., Буря А.И. и др. Оптимизация состава композиции по комплексу триботехнических характеристик // Трение и износ. – 2004. – Т.25. – №2. – С.219-222. 4. Черноус Д.А., Шилько С.В., Панин С.В. Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокомпозита. Метод расчета эффективных упругих характеристик // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т.13, №4. – С.85-90. 5. Шилько С.В., Черноус Д.А., Панин С.В. Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокомпозита. Ч.2. Оценка локальной прочности включения, межфазного слоя и приграничного объема матрицы // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14, №1. – С.67-73.

Поступила в редколлегию 30.04.12

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машинознaвства СЧУ ім. В. Даля, Луганськ;
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознaвства СЧУ ім. В. Даля;
Т.Є. ЖУРАВЛЬОВА, аспірант каф. машинознaвства СЧУ ім. В. Даля;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. прикладної математики СЧУ ім. В. Даля

ГЕОМЕТРИЯ ТВІРНОЇ ПОВЕРХНІ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

В статті проведено теоретичне дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофільованої несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення. У загальному вигляді отримано рівняння поверхонь зубців інструментальної рейки, за допомогою яких розглянуто основні характеристики цієї твірної поверхні, а саме квадратичні форми і нормальні кривизни в заданих напрямках.

В статье проведено теоретическое исследование внутренней геометрии производящей поверхности, спрофилерованной несимметричным исходным контуром, для цилиндрических косозубых передач. В общем виде получены уравнения поверхностей зубьев инструментальной рейки, с помощью которых рассмотрены основные характеристики этой образующей поверхности, а именно квадратичные формы и нормальные кривизны в заданных направлениях.

In a paper theoretical research of internal geometry of a produced surface, delineated by an asymmetric initial contour, for cylindrical transmissions with a helical tooth is executed. In a general view the equations of surfaces of tool with which help the basic performances of this produced surface surveyed, namely quadratic forms and normal curvatures in the given directions are obtained.

Постановка проблеми. Серед продукції, що випускається підприємствами машинобудівної галузі, зубчасті передачі займають одне із провідних місць, тому що входять до складу приводів більшості машин. Тому завдання підвищення якості і надійності зубчастих передач є актуальним і може бути вирішено зокрема синтезом геометрії зубців за критеріями працездатності. Тому його можна віднести до наукової проблеми багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [1].

Аналіз літератури. Для передачі руху між паралельними осями валів значного поширення набули циліндричні косозубі передачі завдяки більшій навантажувальній здатності та плавності роботи. Більшість серед них становлять передачі з евольвентними профілями зубців коліс, які є найбільш вивченими, наприклад [2], тому стали вважатися традиційними. Але вони мають обмеження за навантажувальною здатністю через контакт опуклих поверхонь. Значного розвитку за останні десятиріччя набули також і альтернативні види зачеплень. Серед них найбільш дослідженим є зачеплення Новікова [3], в якому реалізовано точковий контакт опуклих і ввігнутих поверхонь, та як наслідок – більшу навантажувальну здатність. Але вони не мають профільного переспряження зубців, отже є більш віброактивними. Перспективним напрямом удосконалення зубчастих зачеплень є синтез геометрії вихідного контуру різального інструменту за якісними показниками працездатності [4]. Такий синтез реалізовано для більшості сучасних передач зачепленням, отримано велику кількість вихідних контурів, але їхнє масове поширення стримується складністю виготовлення інструменту, спрофільованого складною кривою. В роботі [5] запропоновано зручний спосіб побудови профілів, на основі якого створено новий тип зачеплення з опукло-ввігнутим контактом – евольутне. Переваги таких передач підтверджено, наприклад, в роботі [6], але таке зачеплення реалізовано для прямозубих передач. Майже усі альтернативні передачі ([4-6] та ін.) мають фази зачеплення, в яких переваги перед традиційними досить незначні. виправити такі недоліки можна застосовуючи змішані зачеплення, які виключатимуть вади різних видів зачеплень.

Таким чином, дослідження, спрямовані на створення косозубих передач змішаного зачеплення, які поєднують переваги різних видів зачеплення, а саме високу навантажувальну здатність, плавність роботи та меншу металомісткість, є актуальними й відповідають вимогам сучасного машинобудування.

Мета статті. Дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофільованої несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення.

Розглянемо несиметричний вихідний контур для випадку лінійного контакту зубців зубчастої пари (рисунок 1).

Будемо розглядати вихідний контур у системі координат $Y_k O_k Z_k$, яка пов'язана з одним з профілів вихідного контуру. Вісь $O_k Y_k$ спрямована по початковій прямій (на рисунку 1 позначена "п.п."). Відносно цієї системи координат рівняння профілю узагальненого вихідного контуру задамо в параметричному вигляді:

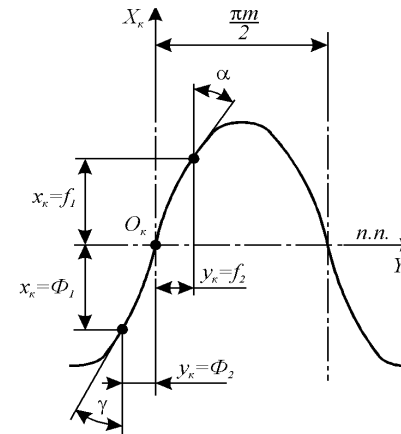


Рисунок 1 – Несиметричний вихідний контур

$$\begin{aligned} \text{для головки: } & \begin{cases} x_k = f_1(\lambda); \\ y_k = f_2(\lambda); \end{cases} & (1) \\ \text{для ніжки: } & \begin{cases} x_k = \Phi_1(\lambda); \\ y_k = \Phi_2(\lambda); \end{cases} & (2) \end{aligned}$$

Тут $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, $\Phi_1(\lambda)$, $\Phi_2(\lambda)$ – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, λ – параметр (далі вказуватися не буде).

Задамо поздовжню форму зубців твірної поверхні у вигляді прямої, яка розташована в площині $Y_n O_n Z_n$ і описана радіус-вектором $\vec{r}_0(\mu)$:

$$x_0 = 0; y_0 = y_0(\mu); z_0 = z_0(\mu),$$

де μ – параметр.

Рівняння цієї прямої для косозубої рейки має вигляд:

$$x_0 = 0; y_0(\mu) = \mu \sin \beta; z_0(\mu) = \mu \cos \beta, \quad (3)$$

де $\beta = \text{const}$ – значення кута нахилу зубців рейки.

Тоді на основі (3) з урахуванням (1) і (2) рівняння твірної поверхні отримуємо у вигляді:

$$\begin{aligned} \text{для головки: } & \begin{cases} x_n = f_1; \\ y_n = \mu \sin \beta + f_2 \cos \beta; \\ z_n = \mu \cos \beta - f_2 \sin \beta; \end{cases} & (4) \\ \text{для ніжки: } & \begin{cases} X_n = \Phi_1; \\ Y_n = \mu \sin \beta + \Phi_2 \cos \beta; \\ Z_n = \mu \cos \beta - \Phi_2 \sin \beta. \end{cases} & (5) \end{aligned}$$

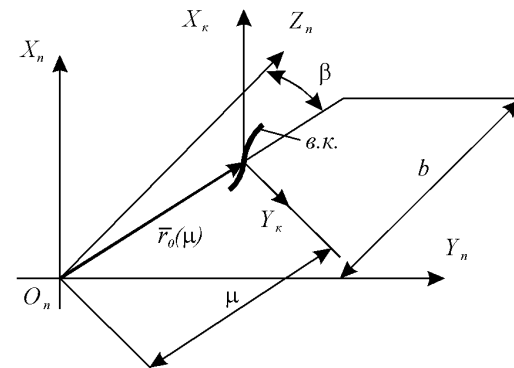


Рисунок 2 – Параметри узагальненої твірної поверхні

Визначимо основні геометричні характеристики поверхні зубців інструментальної рейки. Такими характеристиками є: нормаль та її проекції на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$, коефіцієнти квадратичних форм, нормальні кривизни в заданих напрямках.

Вектор нормалі поверхні дорівнює векторному добутку:

$$\vec{N} = [\vec{r}^\lambda \times \vec{r}^\mu], \quad (6)$$

де \bar{r}^λ й \bar{r}^μ – проекції довільних векторів з координатами (4) і (5) по λ і μ відповідно.

Диференціюючи (4) і (5) по λ і μ відповідно, отримуємо проекції векторів \bar{r}^λ і \bar{r}^μ на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$:

$$\begin{aligned} r_{xn}^\lambda &= f_1'; & r_{xn}^\mu &= 0; \\ \text{для головки: } r_{yn}^\lambda &= f_2' \cos \beta; & r_{yn}^\mu &= |r_0'| \cdot y_0' \cdot f_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$r_{zn}^\lambda = f_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot f_2 \cdot \cos \beta = 0;$$

$$r_{xn}^\lambda = \Phi_1'; \quad r_{xn}^\mu = 0;$$

$$\text{для ніжки: } r_{yn}^\lambda = \Phi_2' \cos \beta; \quad r_{yn}^\mu = |r_0'| \cdot y_0' \cdot \Phi_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \quad (8)$$

$$r_{zn}^\lambda = \Phi_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot \Phi_2 \cdot \cos \beta = 0.$$

Тут $|r_0'| = \sqrt{y_0'^2 + z_0'^2} = 1$ – модуль похідної вектора \bar{r}_0 ; $K = (\ddot{z}y - \dot{z}\ddot{y}) / \sqrt{(y^2 + z^2)^3} = 0$ – кривизна кривої з координатами y_0 і z_0 .

Зі співвідношень (6) – (8) з використанням [7] знайдемо проекції вектора нормалі твірної поверхні в системі координат $X_n Y_n Z_n$.

Оскільки модуль вектора нормалі дорівнює:

$$\text{для головки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot f_2) \cdot \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2} = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2},$$

$$\text{для ніжки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot \Phi_2) \cdot \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2} = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2},$$

то проекції одиничного вектора нормалі твірної поверхні дорівнюють:

$$\text{для головки: } e_{xn} = \frac{f_2'}{n_f}; \quad e_{yn} = \frac{-f_1' \cdot \cos \beta}{n_f}; \quad e_{zn} = \frac{f_1' \cdot \sin \beta}{n_f}, \quad (9)$$

$$\text{для ніжки: } e_{xn} = \frac{\Phi_2'}{n_\Phi}; \quad e_{yn} = \frac{-\Phi_1' \cdot \cos \beta}{n_\Phi}; \quad e_{zn} = \frac{\Phi_1' \cdot \sin \beta}{n_\Phi}, \quad (10)$$

де $n_f = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ та $n_\Phi = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2}$ – модуль вектора нормалі профілю головки та ніжки відповідно.

Коефіцієнти першої квадратичної форми в загальному вигляді дорівнюють [7]:

$$\begin{cases} E_n = (x_n^\lambda)^2 + (y_n^\lambda)^2 + (z_n^\lambda)^2; \\ F_n = x_n^\lambda x_n^\mu + y_n^\lambda y_n^\mu + z_n^\lambda z_n^\mu; \\ G_n = (x_n^\mu)^2 + (y_n^\mu)^2 + (z_n^\mu)^2. \end{cases} \quad (11)$$

Підставивши (7) і (8) в (11), для твірної поверхні отримуємо:

$$\text{для головки: } E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (f_1')^2 + (f_2')^2; \quad F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0; \quad G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1,$$

для ніжки: $E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2; \quad F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0; \quad G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1.$

Коефіцієнти другої квадратичної форми [7]:

$$\begin{cases} L_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{zn}; \\ M_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{zn}; \\ N_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{zn}. \end{cases} \quad (12)$$

Знайдемо другі похідні радіус-вектора твірної поверхні по λ і по μ :

$$\text{для головки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = f_1'', & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0; \end{array} \right. \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = \Phi_1'', & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0; \end{array} \right. \end{cases} \quad (14)$$

Підставляючи (13) і (14) в (12) отримуємо коефіцієнти другої квадратичної форми:

$$\text{для головки: } L_n = \frac{1}{n_f} (f_2' f_1'' - f_1' f_2''); \quad M_n = 0; \quad N_n = 0,$$

$$\text{для ніжки: } L_n = \frac{1}{n_\Phi} (\Phi_2' \Phi_1'' - \Phi_1' \Phi_2''), \quad M_n = 0, \quad N_n = 0.$$

Нормальна кривизна твірної поверхні в загальному вигляді може бути визначена залежністю [7]:

$$K = \frac{L_n d\lambda^2 + 2M_n d\lambda d\mu + N_n d\mu^2}{E_n d\lambda^2 + 2F_n d\lambda d\mu + G_n d\mu^2},$$

де $d\lambda$ й $d\mu$ – диференціали координатних ліній λ і μ .

При $\mu = \text{const}$ ($d\mu = 0$) у нормальному перерізі твірної поверхні маємо:

$$\text{для головки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{f_1' \cdot f_2'' - f_1'' \cdot f_2'}{n_f^3}, \quad (15)$$

$$\text{для ніжки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{\Phi_1' \cdot \Phi_2'' - \Phi_1'' \cdot \Phi_2'}{n_\Phi^3}, \quad (16)$$

що дорівнює кривизнам кривих, якими обкреслено профіль вихідного контуру.

При $\lambda = \text{const}$ ($d\lambda = 0$) маємо:

$$K_{n\lambda} = \frac{N_n}{G_n} = 0. \quad (17)$$

Застосовуючи методи диференціальної геометрії [7], можна визначити нормальну кривизну в будь-якому заданому напрямку на твірній поверхні. Слід відзначити, що кривизни (15)-(17) є головними кривизнами активних поверхонь зубців інструментальної рейки.

При синтезі циліндричних передач виникає необхідність завдання рівняння профілю вихідного контуру у формі:

$$\text{для головки: } x_p = f_1; y_p = f_2(f_1), \quad (18)$$

$$\text{для ніжки: } x_p = \Phi_1; y_p = \Phi_2(\Phi_1). \quad (19)$$

Тоді в отриманих вище співвідношеннях слід прийняти $f_1' = 1, f_1'' = 0$ на головці та $\Phi_1' = 1, \Phi_1'' = 0$ на ніжці. В отриманих при цьому виразах можна зробити заміну:

$$\xi = \sin \alpha; \zeta = \sin \gamma. \quad (20)$$

При такій заміні для профільного кута також справедливими є співвідношення

$$\text{для головки: } \text{tg } \alpha = \frac{f_2'}{f_1'},$$

$$\text{для ніжки: } \text{tg } \gamma = \frac{\Phi_2'}{\Phi_1'}.$$

Вони з урахуванням (20) дозволяють отримати:

$$\text{для головки: } \begin{cases} f_2' = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}; \\ f_2 = \int \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} df_1; \\ f_2'' = \frac{\xi'}{\sqrt{(1-\xi^2)^3}}, \end{cases} \quad (21)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} \Phi_2' = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}; \\ \Phi_2 = \int \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} d\Phi_1; \\ \Phi_2'' = \frac{\zeta'}{\sqrt{(1-\zeta^2)^3}}. \end{cases} \quad (22)$$

Використовуючи перші й треті співвідношення рівнянь (21)-(22) та здійснюючи заміну змінних (20) у співвідношеннях (7)-(10) і (13)-(17) отримуємо:

для головки:

$$e_{xn} = \xi; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\xi^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\xi^2}; E_n = \frac{1}{1-\xi^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\xi'}{1-\xi^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \xi'; K_{n\lambda} = 0.$$

для ніжки:

$$e_{xn} = \zeta; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\zeta^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\zeta^2}; E_n = \frac{1}{1-\zeta^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\zeta'}{1-\zeta^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \zeta'; K_{n\lambda} = 0.$$

Висновки:

1. Досліджено внутрішню геометрію узагальненої твірної поверхні циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення, зокрема отримано залежності для визначення коефіцієнтів квадратичних форм та нормальних кривизни в заданих напрямках.

2. Результати цього теоретичного дослідження можна використовувати при визначенні якісних показників працездатності і інших характеристик циліндричних косозубих передач.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: Техніка, 1978. – 144с. 4. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 5. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 6. Павлов А.И., Ткач П.Н., Ревакина О.А. Сравнение характеристик эвольвентного и эвольвентного зацеплений // *Вісник СНУ ім. В.Даля*. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2007. – №9(115). – С.171-174. 7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176с.

Надійшла до редколегії 25.04.12