

УДК 536.2:621.078

**В.Б. ВЕСЕЛОВСЬКИЙ**, канд. фіз.-мат. наук; доц. ДНУ ім. О. Гончара,  
м. Дніпропетровськ

**В.Ю. КЛИМ**, канд. техн. наук; с.н.с. ДНУ ім. О. Гончара, м. Дніпропетровськ

**О.В. БЕРЛОВ**, старший викладач ДНУ ім. О. Гончара, м. Дніпропетровськ

**С.В. ПІДЛІСНИЙ**, аспірант ДНУ ім. О. Гончара, м. Дніпропетровськ

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИСИПАТИВНОГО РОЗІГРІВУ І ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЦИКЛІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**

Предложен подход использования метода последовательных интервалов для определения температурных полей элементов конструкций при циклическом нагружении с учетом зависимости от температуры теплофизических, механических характеристик материала и источника тепла.

The technique of applied the method of successive intervals for definition temperature fields in elements of construction due to cyclic loading allows to take into account temperature dependences for thermomechanical properties of material and internal heat generation is obtained.

Актуальність проблеми забезпечення надійної роботи деталей машин і елементів конструкцій із збільшенням терміну їх експлуатації значно зростає внаслідок розвитку сучасних промислових технологій, які передбачають високу інтенсивність механічного навантаження водночас з нестационарним теплообміном із навколишнім середовищем.

Визначення температурних полів тіл пов'язане із широким класом задач розрахунку компресорних та турбінних лопаток, акустичних концентраторів, багатьох деталей обладнання із високоінтенсивним циклічним навантаженням. При цьому циклічне навантаження елементів конструкцій супроводжується розсіянням (дисипацією) енергії деформації, частина якої переходить в тепло [1, 2]. Нестационарність теплового процесу ускладнюється залежністю теплофізичних і механічних характеристик матеріалу від температури. Врахування температури дисипативного розігріву конструкційних матеріалів при циклічному навантаженні відноситься до розв'язання складних задач термопружності, де на першому етапі потрібно знайти розв'язок задачі про визначення температурного поля в елементах конструкцій із внутрішнім джерелом тепла. Для більшості задач такого типу використовують чисельні методи, які, проте, не можуть повною мірою уніфікувати граничні і початкові умови для крайової задачі. Тому якісний аналіз теплових режимів роботи елементів конструкцій для розв'язання інженерних задач нестационарної теплопровідності на практиці можливий при використанні наближених аналітичних методів.

Таким чином, завдання побудови математичної моделі процесу дисипативного розігріву тіл при циклічному навантаженні з урахуванням нестационарних умов теплообміну із зовнішнім середовищем і на границі стику елементів конструкцій, а також залежності від температури теплофізичних і механічних характеристик матеріалу є актуальним.

Мета роботи полягає в побудові математичної моделі нестационарних теплових процесів із внутрішнім джерелом тепла в однорідних і кусково-однорідних тілах (стрижнях) при циклічному навантаженні із нестационарними умовами теплообміну з

навколишнім середовищем і залежністю від температури теплофізичних, механічних характеристик матеріалу і джерел тепла.

Теплоутворення в процесі циклічного навантаження враховано введенням розподілених джерел тепла, наявність яких є результат перетворення частини енергії деформування в тепло. Вираз для джерел тепла, визначений через їх інтенсивність, при циклічному навантаженні за час  $\tau$  з частотою  $\nu$  для одновимірного випадку (по координаті  $x$ ) має вид

$$q(T) = \tau \nu q^*(T); \quad \nu q^*(T) = \begin{cases} \nu \sigma_a^2 \psi(T) / (2E(T)); \\ \nu \sigma_a^2 \delta(T) / (E(T)), \end{cases}$$

де  $T$  – температура;  $\psi(T)$  та  $\delta(T)$  – відносне розсіяння енергії та декремент коливань відповідно, які визначаються із експерименту;  $E(T)$  – модуль пружності при температурі  $T$ ;  $\sigma_a(x, \tau)$  – амплітуда напружень, що отримана із розв'язку задачі про вимушені моногармонічні коливання системи в першому наближенні, в резонансній зоні, із припущенням, що сили непружного опору не скривлюють форму коливань [3].

Математичне формулювання задачі нестационарної теплопровідності після деяких перетворень наведено в безрозмірній формі

$$\frac{\partial^2 T(z, Fo)}{\partial z^2} = \frac{\partial T(z, Fo)}{\partial Fo} + LT(z, Fo) + w(z, Fo); \quad (1)$$

$$0 \leq z \leq 1; \quad Fo > 0;$$

$$w(z, Fo) = -L\varphi(z) - q(z, Fo) \frac{l^2}{\lambda},$$

із початковими і граничними умовами у вигляді

$$T(z, Fo)|_{Fo=0} = \varphi(z); \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial T(z, Fo)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0; \\ \varepsilon_1 \frac{\partial T(z, Fo)}{\partial z} \Big|_{z=1} = \varepsilon_2 Bi_2 [f(Fo) - \varepsilon_3 T(z, Fo)] \Big|_{z=1}, \end{cases} \quad (3)$$

де  $T(z, Fo)$  – температура стрижня;  $z = x/l$  – безрозмірна координата;  $l$  – довжина стрижня;  $Fo = a\tau/l^2$  – безрозмірний час (критерій Фур'є);  $\tau$  – час;  $a$  – коефіцієнт температуропровідності;  $Bi_1 = \alpha_1 h/\lambda$  и  $Bi_2 = \alpha_2 h/\lambda$  – критерії Біо;  $\alpha_1, \alpha_2$  – коефіцієнти тепловіддачі із бокової поверхні і з торців стрижня в навколишнє середовище;  $h$  – відношення площі перетину стрижня до периметра перетину;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;  $L = Bi_1 l^2/h^2$ ;  $\varphi(z)$  – початковий розподіл температури;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – коефіцієнти, що приймають значення  $\pm 1$  або 0.

В залежності від сполучень значень  $\varepsilon_i$  на торці стрижня задаються граничні умови 1, 2 і 3 роду, а функція  $f(Fo)$  при цьому приймає значення температури поверхні торця стрижня, теплового потоку або температури навколишнього середовища. Для

розв'язання лінійних задач теплопровідності використано операційний метод, який базується на інтегральному перетворенні Лапласа.

Розв'язок задачі в полі зображень представлено в такому вигляді

$$\bar{T}(z, p) = \sum_{i=1}^2 \bar{g}_i(p) \frac{Q_i(z, p)}{\psi(p)} + \bar{\Gamma}^*(z, p) = \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n(\mu_n(z), \varphi_n) \bar{g}_i^{(n)}(p) + \bar{\Gamma}^*(z, p), \quad i=1, 2,$$

де  $\bar{\Gamma}^*(z, p)$  – частковий розв'язок неоднорідного рівняння (1), записаного в полі зображень.

Розв'язок задачі теплопровідності в оригіналах має вигляд

$$T(z, Fo) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_n[\mu_{n,i}(z), \varphi_n] g_i^{(n)}(Fo) + \sum_{k=1}^{\infty} E_i(z, p_k) \cdot \exp(p_k Fo) \right\} + \Gamma^*(z, Fo), \quad (4)$$

де

$$\begin{aligned} \Omega_n[\mu_{n,i}(z), \varphi_n] &= \frac{\mu_{n,i}(z)}{\varphi_0} - \sum_{j=1}^n \Omega_{n-1}[\mu_{n,i}(z), \varphi_n] \frac{\varphi_j}{\varphi_0}; \quad E_i(z, p_k) = \frac{\bar{g}_i(p_k)}{\psi'(p)|_{p=p_k}} \cdot Q_i(z, p_k); \\ Q_i(z, p) &= \sum_{n=0}^{\infty} \omega_{n,i}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \mu_{n,i}(z) \cdot p^n; \quad \psi(p) = \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n^*(p+L)^n = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n \cdot p^n; \\ \omega_n^* &= \varepsilon_1 \frac{1}{(2n+1)!} + \varepsilon_2 \varepsilon_3 \text{Bi}_2 \frac{1}{(2n)!}; \quad \varphi_n = \sum_{j=0}^n C_{j+n}^n L^j \omega_{j+n}^*; \quad \mu_{n,i}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} C_{j+n}^n \cdot L^j \omega_{j+n,i}(z); \\ g_1(Fo) &= \left. \frac{d\Gamma^*(z, Fo)}{dz} \right|_{z=0}; \quad g_2(Fo) = f(Fo) \varepsilon_2 \text{Bi}_2 - \varepsilon_1 \left. \frac{d\Gamma^*(z, Fo)}{dz} \right|_{z=1} - \varepsilon_2 \varepsilon_3 \text{Bi}_{2,j} \Gamma^*(z, Fo) \Big|_{z=1}; \end{aligned}$$

$C_j^n$  – біноміальні коефіцієнти.

До розв'язку (4) входять похідні функції  $\psi(p)$  при значеннях  $p = p_k = -\gamma_k^2 - L$ , де  $p_k$  – полюси трансцендентної функції

$$\frac{Q_i(z, p)}{\psi(p)} = \frac{Q_i(z, p)}{\varepsilon_1 \sqrt{p+L} \cdot \text{sh} \sqrt{p+L} + \varepsilon_2 \varepsilon_3 \text{Bi}_2 \text{ch} \sqrt{p+L}},$$

а  $\gamma_k$  – корені характеристичного рівняння  $\varepsilon_2 \varepsilon_3 \text{ctg} \gamma = \varepsilon_1 \cdot \frac{\gamma}{\text{Bi}_2}$ .

Введені в структуру розв'язку компоненти впливу  $g_i(Fo)$  на граничних поверхнях залежать від граничних функцій теплообміну та від часткових розв'язків задачі  $\Gamma^*(z, Fo)$ . Для найбільш характерних змін компонент впливу  $g_i(Fo)$  і функцій  $\varphi(z)$ ,  $\omega(z, Fo)$  отримані аналітичні вирази.

Таким чином викладено структурне розв'язання лінійних задач нестационарної теплопровідності. Розглянута задача визначення температурного поля однорідного стрижня обмеженої довжини при циклічному навантаженні.

У випадку кусково-однорідного стрижня (набір однорідних стрижнів, з'єднаних послідовно) аналогічно математичному формулюванню попередньої задачі, в рівнянні

теплопроводності із відповідними уніфікованими граничними і початковими умовами тепловий ефект дисипативного розігріву враховано у виді джерела тепла  $w_v(z_v, Fo)$

$$\beta_v \frac{\partial^2 T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v^2} = \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial Fo} - \beta_v^* w_v(z_v, Fo); \quad (5)$$

$$0 \leq z_v \leq 1; \quad Fo > 0; \quad v=1, 2, \dots, m;$$

$$T_v(z_v, Fo)|_{Fo=0} = \varphi_v(z_v); \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} K_0 \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} &= \frac{K_1}{R_{v,v+1}^*} \cdot [T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)|_{z_{v+1}=0} - T_v(z_v, Fo)|_{z_v=1}]; \\ \frac{\partial T_v(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} - \mu_{v,v+1} \frac{\partial T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)}{\partial z_{v+1}} \Big|_{z_{v+1}=0} &= K_2; \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_0 \frac{\partial T_1(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=0} &= h_0 Bi_0 [f_0(Fo) - \overline{M}_0 T_1(z_v, Fo)|_{z_v=0}]; \\ \alpha_1 \frac{\partial T_m(z_v, Fo)}{\partial z_v} \Big|_{z_v=1} &= h_1 Bi_1 [f_1(Fo) - \overline{M}_1 T_m(z_v, Fo)|_{z_v=1}], \end{aligned} \right. \quad (8)$$

де  $m$  – кількість стрижнів;  $z_v = x_v/R_v$ ,  $R_v$  – довжина  $v$ -го стрижня;  $Fo = \frac{a_0}{R_0^2} \tau$ ;  $\beta_v = \frac{a_v}{a_0} \frac{R_0^2}{R_v^2}$ ;

$$\beta_v^* = \beta_v \frac{R_v^2}{\lambda_v}; \quad Bi_0 = \frac{\alpha_0}{\lambda_1} R_1; \quad Bi_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda_m} R_m; \quad \mu_{v,v+1} = \frac{\lambda_{v+1}}{\lambda_v} \frac{R_v}{R_{v+1}}; \quad R_{v,v+1}^* = R_{v,v+1} \frac{\lambda_v}{R_v}; \quad R_{v,v+1} -$$

контактний термічний опір в місцях стику стрижнів;  $a_0, c_0, \lambda_0, R_0$  – деякі характерні параметри: коефіцієнти температуропровідності, теплоємності, теплопроводності та лінійний розмір; коефіцієнти  $\alpha_0, \alpha_1, h_0, h_1, \overline{M}_0, \overline{M}_1$  приймають значення 0 або  $\pm 1$  в залежності від виду граничних умов; коефіцієнти  $K_0, K_1, K_2$  для різних типів з'єднань в місцях стику стрижнів приймають значення відповідно:

а) у випадку ідеального контакту в місцях стику  $K_0 = 0, K_2 = 0$ ;

б) у випадку неідеального контакту в місцях стику  $K_0 = 1, K_1 = 1,$

$K_2 = \omega_{v,v+1}^*(1, Fo)$ , де  $\omega_{v,v+1}^*(1, Fo) = \frac{R_v}{\lambda_v} \omega_{v,v+1}(1, Fo)$  – джерела тепла в місцях стику;

в) у випадку, коли в місцях стику складених елементів конструкцій є тонка прокладка або клей  $K_0 = 0, K_2 = A_{v,v+1} \gamma_{v,v+1} \frac{\partial T_{v+1}(z_{v+1}, Fo)}{\partial Fo} \Big|_{z_{v+1}=0}$ ,  $A_{v,v+1} = \frac{\delta_{v,v+1}}{R_0^2} \frac{\lambda_0}{\lambda_v} \frac{c_{v,v+1}}{c_0}$ , де

$c_{v,v+1}, \gamma_{v,v+1}, \delta_{v,v+1}$  – відповідно теплоємність, щільність, товщина термічно тонкого шару.

Отриманий розв'язок (4) дозволяє визначити температурне поле кусково-однорідних стрижнів в залежності від умов нестационарного теплообміну з навколишнім середовищем, на границях стику стрижнів і нерівномірного початкового розподілу температури стрижня по довжині.

Обчислювальний алгоритм, оснований на структурному розв'язку лінійних задач нестационарної теплопровідності, на відміну від відомих розв'язків, одержаних операційним методом, має наступні переваги [3, 4]:

– розв'язок задач одержано в структурному вигляді (для кусково-однорідного стрижня з  $m$  частин – це  $2m$  розв'язки);

– введені компоненти дії  $g(F_0)$  на граничних поверхнях, які залежать від граничних нестационарних функцій теплообміну, умов неідеального теплового контакту та від часткових розв'язків задачі  $\Gamma^*(z, F_0)$ ;

– для кусково-однорідного стрижня компоненти дії доповнюються функціями неідеального теплового контакту в різній фізичній реалізації;

– компоненти дії є функціями часу і квазістационарна частина розв'язку представлена у виді ряду, що дозволяє уникнути застосування інтегралу Дюамеля.

Нелінійна задача нестационарної теплопровідності для однорідного стрижня обмеженої довжини  $l$  в фізичних змінних має вигляд

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T)\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] - \frac{\alpha(T)}{h} [T(x, \tau) - T_c] + q(T); \quad (9)$$

$$0 \leq x \leq l, \quad \tau > 0;$$

$$T(x, 0) = \varphi(x), \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \\ \varepsilon_1 \lambda(T) \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=l} = \varepsilon_2 \alpha_2(T) [f(\tau) - \varepsilon_3 T(x, \tau)] \Big|_{x=l}, \end{array} \right. \quad (11)$$

де  $c(T)$ ,  $\lambda(T)$  и  $\rho(T)$  – коефіцієнти питомої теплоємкості, теплопровідності та щільності матеріалу стрижня;  $T(x, \tau)$  – температура стрижня, що залежить від координати  $x$  та часу  $\tau$ ;  $T_c$  – температура навколишнього середовища;  $\alpha(T)$ ,  $\alpha_2(T)$  – коефіцієнти тепловіддачі із бокової поверхні і з торців стрижня в навколишнє середовище; функції  $\varphi(x)$ , коефіцієнти  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ , граничні функції  $f(\tau)$  та  $h$  мають такі самі значення та вміст як для умов (2)–(3).

Нелінійна задача із використанням методів послідовних інтервалів та просторово-часових квадрантів зводиться до послідовності розв'язків лінійних задач:

– весь час циклічного навантаження  $t$  розбивається на  $M$  інтервалів часу  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ ;

– на кожному інтервалі за часом зовнішні граничні умови (11) виражаються інтервально безперервними функціями;

– за координатою стрижень по довжині  $l$  розбивається на  $N$  інтервалів  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

– за координатою теплофізичні, механічні характеристики та джерела тепла приймаються кусково-постійними функціями.

Таким чином, розв'язується  $M \times N$  лінійних задач теплопровідності з відповідними початковими і граничними умовами: між інтервалами за координатою виконуються умови ідеального теплового контакту (безперервність функцій температури і теплових потоків), між інтервалами за часом виконуються умови  $\varphi^{j+1}(x) = T^j(x, \tau_j)$ .

Перехід до лінійних задач теплопровідності, враховуючи (5)–(8), здійснюється із використанням безрозмірних змінних.

Розв'язок лінійної задачі теплопровідності набуває наступного вигляду

$$T_i^j(z_i, Fo_i) = \sum_{l=1}^{2N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,i}^l [\mu_{n,i}^l(z_i), \varphi_{n,i}] g_{l,i}^{(n)}(Fo_i) + \sum_{k=1}^{\infty} E_{l,i}^j(z_i, p_k) \cdot \exp(p_k Fo_i) \right\} + \Gamma_i^{*j}(z_i, Fo_i); \quad (12)$$

$$E_{l,i}^j(z_i, p_k) = E_{l,i}^{j-1}(z_i, p_k) \cdot \exp(p_k \cdot \Delta Fo_i^{j-1}) + \frac{\overline{g_{l,i}^j}(p_k)}{\Psi_{N,j}^l(p_k)} \cdot Q_{l,i}^j(z_i, p_k);$$

$$\Gamma_{i,j}^*(z_i, Fo_i) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_i^n \frac{Fo_i^n}{n!} \varphi_i^{j(2n)}(z_i) + \beta_i^* \sum_{n=0}^{\infty} \beta_i^n \frac{Fo_i^n}{n!} w_i^{j(2n)}(z_i);$$

$$\varphi_i^j(z_i) = \Gamma_i^{*j-1}(z_i, \Delta Fo_i^{j-1}) + \sum_{l=1}^{2N} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Omega_{n,j-1}^l [\mu_{n,i}^l(z_i), \varphi_n] \cdot g_{l,i}^{j-1(n)}(Fo_i) \Big|_{Fo_i = \Delta Fo_i^{j-1}} \right\}.$$

Для зменшення обсягу обчислень операційний метод дозволяє отримати асимптотичний розв'язок, зручний для малих значень безрозмірного часу.

Таким чином, методом послідовних інтервалів за часом (і координатою) отримані розв'язки нелінійних задач нестационарної теплопровідності, які мають однакову структуру із розв'язком лінійних задач та враховують залежність від температури теплофізичних і механічних параметрів [3, 4].

Нелінійна задача нестационарної теплопровідності для кусково-однорідного стрижня з  $m$  частин ускладнюється узагальненими зовнішніми граничними умовами на торцях і для кожного  $v$ -го стрижня ( $v = 1, 2, \dots, m$ ) температурою навколишнього середовища ( $T_c^v$ ); відношенням площі поперечного перетину стержня  $F_v$  до його периметру ( $h_v$ ); коефіцієнтами тепловіддачі з вільних торців в місцях стику ( $\alpha_{v, v-1}(T_v)$ ); заданням умов неідеального теплового контакту в місцях стику.

Розв'язок задачі зведено до розв'язку  $m \times N \times M$  лінійних задач теплопровідності. При цьому для кожного  $v$ -го стрижня виконується розбиття по координаті на  $N_v$  частин, в яких теплофізичні, механічні характеристики і джерела тепла приймаються постійними. Розбиття на інтервали за часом виконується аналогічно задачі для однорідного стрижня.

Розв'язок задачі отримано у виді (12). Компоненти впливу для стиків кусково-однорідного стрижня доповнюються функціями теплового контакту.

Одержані розв'язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів та даних задачі й можуть бути використані як в теоретичних дослідженнях, так і в інженерних розрахунках.

Сформульований обчислювальний розрахунковий алгоритм дисипативного розігріву стрижневих елементів конструкцій при циклічному навантаженні.

Температура дисипативного розігріву стрижня при циклічному деформуванні визначається за наступним алгоритмом.

Весь час навантаження  $t$  розбивається на  $M$  скінчених часових інтервалів  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ .

За координатою стрижень довжиною  $l$  розбивається на  $N$  скінчених інтервалів  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Для інтервалу часу  $[\tau_{j-1}, \tau_j]$  на кожному інтервалі за координатою  $[x_{i-1}, x_i]$  виконується послідовність дій:

1. Теплофізичні ( $c(T)$ ,  $\lambda(T)$ ,  $a(T)$  – теплоємність, теплопровідність та температуропровідність відповідно) та механічні ( $\rho(T)$ ,  $E(T)$ ,  $\sigma_T(T)$  – щільність, модуль пружності та границя текучості відповідно) характеристики матеріалу приймають значення згідно виразу  $\text{char}(T) = (\text{char}(T(x_{i-1}, \tau_{j-1})) + \text{char}(T(x_i, \tau_{j-1}))) / 2$ .

2. Розв'язується задача про вимушені коливання. При цьому розглядаються коливання в резонансній зоні, передбачається виконання правила Відлера, тобто вважається, що розсіяння механічної енергії не впливає на форму коливань системи. Визначаються форми коливань, деформації і напруження по довжині стрижня для будь-якого моменту часу  $\tau \in [\tau_{j-1}, \tau_j]$ .

3. Перевіряється умова для амплітудних напружень в небезпечному перетині, тобто максимальне значення амплітудних напружень по довжині стрижня порівнюється із заданим значенням границі текучості  $\sigma_{\max}^a(x, \tau) < \sigma_T(T)$ .

4. Визначається кількість циклів навантаження  $N^*$ .

5. Визначається розподіл інтенсивності внутрішніх джерел тепла по довжині стрижня.

6. Розв'язується лінійна задача теплопровідності для визначення температурного поля  $T(x, \tau)$ .

7. Розподіл температури по координаті  $T(x, \tau_j)$  є початковим для наступного інтервалу по часу.

Для наступного інтервалу часу на кожному інтервалі за координатою повторюються попередні кроки алгоритму.

Розбиття на інтервали за часом та по координаті може бути нерівномірним. Для кусково-однорідного стрижня з  $m$  частин на кожній частині довжиною  $R_v$  визначається функція  $T_v(x_v, \tau)$ .

Для проведення обчислювального експерименту за розрахункову модель було взято однорідний суцільний стрижень круглого поперечного перетину із аустенітної сталі X18H10T, що знаходиться під дією циклічного розтягу-стиску. В розрахунках використовуються залежності теплофізичних і механічних властивостей матеріалу від температури, прийняті з відомих робіт. Для якісного аналізу результатів розрахунку було використано дані експериментальних випробувань на втому зразків із аустенітної хромонікелевої сталі.

На рис. 1 представлено залежності температури  $T$  в центральному перетині стрижня із координатою  $z = 0$  від безрозмірного часу. Залежності  $T(0, Fo)$ , отримані за розв'язком нелінійної (суцільні лінії) та лінійної задач (штрихові лінії) наближеним аналітичним методом. Штрих-пунктирними лініями показано розв'язок, отриманий чисельним методом [3].

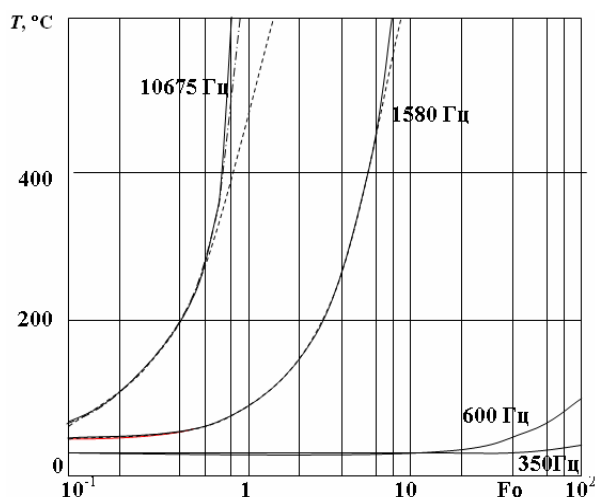


Рис. 1. Залежності температури  $T$  в центральному перетині стрижня із координатою  $z = 0$  від безрозмірного часу при різних частотах циклічного навантаження

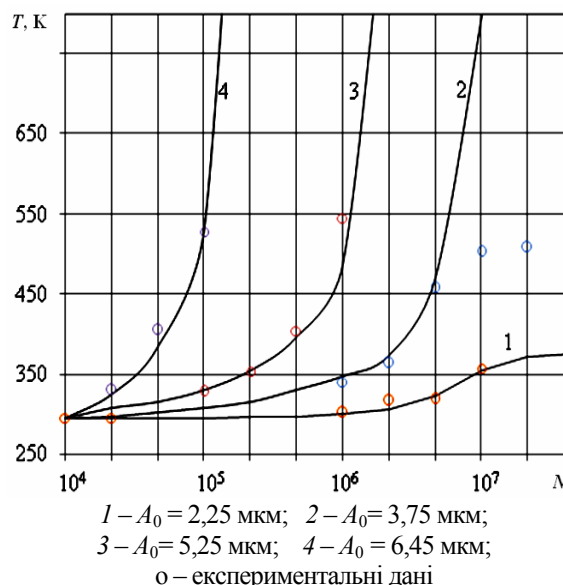


Рис. 2. Залежності температури в перетині, від числа циклів  $N$  за різними амплітудами коливань  $A_0$

На рис. 2 зображені залежності температури в перетині, від числа циклів  $N$  за різними амплітудами коливань  $A_0$ . Із рис. 2 видно, що в залежності від режиму навантаження, температура в перетині зразка може встановлюватись. Використання запропонованого підходу до визначення температури дисипативного розігріву стрижнів при циклічному навантаженні підтверджується задовільним узгодженням із експериментальними даними [4].

Запропонований підхід до визначення температури дисипативного розігріву стрижнів при циклічному навантаженні враховує вплив параметрів циклічного навантаження, вібропоглинаючих властивостей конструкційного матеріалу, умов теплообміну з навколишнім середовищем і між частинами кусково-однорідних стрижнів на температурні поля конкретних елементів конструкцій, зокрема при виборі раціональних експлуатаційних і технологічних параметрів режимів роботи стрижневих елементів конструкцій у вузлах обладнання, які знаходяться під дією тривалого (гігациклового) вібронавантаження.

**Список літератури:** 1. Ботвина Л.Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р. Ботвина. – М.: Наука, 2008. – 334 с. 2. Троценко В.Т. Рассеянное усталостное повреждение металлов и сплавов. Сообщение 1. Неупругость, методы и результаты исследования / В.Т. Троценко // Пробл. прочности. – 2005. – № 4. – С. 5-32. 3. Клим В.Ю. Математическая модель диссипативного разогрева стержней при циклическом деформировании / В.Ю. Клим // Системні технології. Регіональний міжвузівський зб. наук. праць. – Дніпропетровськ, 2010. – Вип. 2 (67). – С. 100-106. 4. Веселовский В.Б. Тепловыделение в стержневых элементах конструкций при циклическом нагружении / В.Б. Веселовский, И.А. Колесник, В.Ю. Клим // Металлургическая теплотехника: Сб. науч. тр. НМетАУ. – Вып. 2(17).- Днепропетровск: Новая идеология, 2010. – С. 23-31.

© Веселовський В.Б., Клим В.Ю., Берлов О.В., Підлісний С.В., 2011  
Надійшла до редколегії 03.03.11