

ОСОБЕННОСТИ ТОКОВ, ИНДУЦИРОВАННЫХ НИЗКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ ОДНОВИТКОВОГО СОЛЕНОИДА В ПЛОСКИХ ЛИСТОВЫХ МЕТАЛЛАХ

Батыгин Ю.В., д.т.н., проф., Лавинский В.И., д.т.н., проф.

Национальный технический университет Харьковский политехнический институт"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Высшая математика",
кафедра "Сопrotивление материалов"
тел. (057) 707-60-87, Email: batygin@kpi.kharkov.ua, lavinsky@kpi.kharkov.ua

Чаплыгин Е.А.

Харьковский Национальный автомобильно-дорожный университет
Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25, "Автомобильная электроника"
тел. (057) 707-37-74, Email: chaplygin_e_a@mail.ru

В дійсній роботі проведено теоретичний аналіз електродинамічних процесів збудження вихрових струмів у плоских листових металах. Показано, що у випадку режиму різкого поверхневого ефекту (ідеально провідна заготовка) індукований струм є дзеркальним відображенням струму в індукторі. Їх напрямлення протилежні (або зсув за фазою $\sim \pi$). У випадку низькочастотних полів (тонкостінний метал) зсув за фазою між ними скорочується до величини $\sim \pi / 2$. Зміна напрямлення індукованого струму у зрівнянні з режимом різкого поверхневого ефекту не відбувається.

В настоящей работе проведен теоретический анализ электродинамических процессов возбуждения вихревых токов в плоских листовых металах. Показано, что в случае режима резкого поверхностного эффекта (идеально проводящая заготовка) индуцированный ток является зеркальным отражением тока в индукторе. Их направления противоположны (или сдвиг по фазе $\sim \pi$). В случае низкочастотных полей (тонкостенный металл) сдвиг по фазе между ними сокращается до величины $\sim \pi / 2$. Изменения направления индуцированного тока по сравнению с режимом резкого поверхностного эффекта не происходит.

В экспериментах с плоскими одновитковыми индукторными системами при деформировании тонкостенных листовых заготовок на низких частотах возбуждаемых полей был зафиксирован эффект притяжения заготовки к индуктору. Так, при протекании токового импульса воздействие пондеромоторных сил приводило к притяжению металла и образованию вмятины сферической формы на участке ровной поверхности листовой заготовки, расположенном напротив внутреннего отверстия витка индуктора [1].

Известно, что силовое взаимодействие поля с проводящей средой обусловлено возбуждением сил Лоренца. Их направление определяется взаимным расположением вектора магнитной напряженности и вектора индуцированного тока.

В традиционной магнитно-импульсной обработке металлов силовое воздействие на заготовку в режиме резкого скин-эффекта (высокие рабочие частоты и незначительные диффузионные явления) имело известный характер её отталкивания от индуктора. Обработываемый металл подвергался, так называемому, магнитному давлению [2]. При этом никаких сомнений направление вектора силы не вызывало, так как его амплитуда определялась как разность квадратов касательных компонент напряженности магнитного поля на граничных поверхностях обрабатываемого металла (в сторону её меньшего значения).

Естественно предположить, что в случае достаточно низких частот физическое объяснение обнаруженного феномена притяжения может состоять в изменении направления (или соответствующем фазовом сдвиге) тока, индуцированного в металле листовой заготовки внешним магнитным полем. Эта гипотеза, прежде всего, нуждается в теоретическом анализе.

Цель настоящего рассмотрения - электродинамический анализ процессов возбуждения вихревых токов в металле тонкостенной листовой заготовки низкочастотным магнитным полем плоского одновиткового индуктора. Расчетная модель исследуемой индукторной системы представлена на рис. 1.

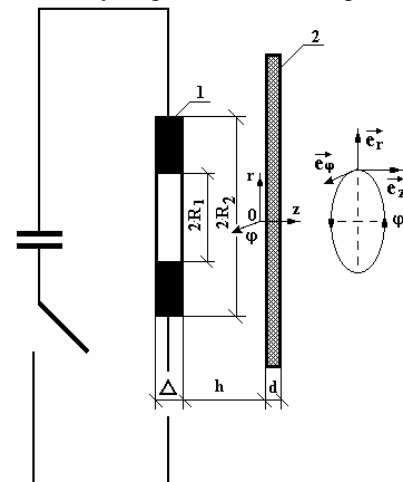


Рис. 1. Схема индукторной системы с одновитковым соленоидом (1) и плоской листовой заготовкой (2), ($\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$ - направляющие орты цилиндрической системы координат)

Принятая модель максимально соответствует реальной конструкции, содержащей одновитковый соленоид, как источник импульсного магнитного поля, и расположенную поверх него тонкостенную листовую заготовку.

В цилиндрической системе координат, связанной с рассматриваемой индукторной системой, примем следующие допущения.

- Виток индуктора достаточно тонок и "прозрачен" для действующих полей ($\Delta \rightarrow 0$), так что его металл не оказывает никакого влияния на протекающие электромагнитные процессы.

- Система обладает аксиальной симметрией, так что $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ (φ - полярный угол).

- Поперечные размеры индукторной системы настолько велики, что в рамках поставленной задачи их можно считать бесконечными.

- В индукторе течёт ток $I(t)$, временные параметры которого таковы, что в расчётах вполне приемлемо известное условие квазистационарности происходящих электромагнитных процессов, так что $\frac{\omega}{c} \cdot l \ll 1$ (здесь ω - циклическая частота процесса, c - скорость света в вакууме, l - наибольший характерный геометрический размер системы, в данном случае - это поперечный размер, $l \gg 2R_2$).

- Листовая заготовка является достаточно тонкостенной с геометрической - $\frac{d}{R_{1,2}} \ll 1$ и электродинамической - $\omega \cdot \tau \ll 1$ точек зрения (в последнем неравенстве: $\tau = \mu_0 \cdot \gamma \cdot d^2$, μ_0 - магнитная проницаемость вакуума, γ - удельная электропроводность металла заготовки, d - её толщина).

Уравнения Максвелла для возбуждаемых составляющих вектора электромагнитного поля ($E_\varphi \neq 0, H_{r,z} \neq 0$), преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, имеют вид [2, 3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_r(p, r, z)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(p, r, z)}{\partial r} = j_\varphi(p, r, z); & (1) \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) = -\mu_0 \cdot p \cdot H_z(p, r, z); & (2) \\ \frac{\partial E_\varphi(p, r, z)}{\partial z} = \mu_0 \cdot p \cdot H_r(p, r, z), & (3) \end{cases}$$

где p - параметр преобразования Лапласа; $j_\varphi(t, r, z)$ - плотность стороннего тока в индукторе, $E_\varphi(p, r, z) = L\{E_\varphi(t, r, z)\}$; $H_{r,z}(p, r, z) = L\{H_{r,z}(t, r, z)\}$; $j_\varphi(p, r, z) = L\{j_\varphi(t, r, z)\}$; $j_\varphi(p, r, z) = (p \cdot \varepsilon_0 + \lambda) \cdot E_\varphi(p, r, z)$; $j_\varphi(p, r, z) = j(p) \cdot f(r) \cdot \delta(z+h)$; $j(p) = \frac{I(p)}{R_2 - R_1}$; $f(r)$ - функция радиального распределения тока в витке индуктора; $\delta(z+h)$ - дельта функция Дирака.

При решении поставленной задачи выделим следующие области:

- а) полупространство вне листовой заготовки со стороны индуктора - $z \in (-\infty, 0]$;
- б) область металла листовой заготовки - $z \in [0, d]$;

- в) свободное полупространство с внешней стороны листовой заготовки - $z \in [d, \infty)$.

Из дифференциальных уравнений (1) - (3) в рамках принятых допущений получим уравнения для азимутальной компоненты напряжённости электрического поля $E_\varphi(p, r, z)$ в выделенных областях.

Вне металла листовой заготовки со стороны индуктора ($z \in (-\infty, 0]$) получаем, что

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) \approx p \cdot \mu_0 \cdot j_\varphi(p, r, z) \quad (4)$$

В металле листовой заготовки ($z \in [0, d]$) имеем:

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) - p \cdot \gamma \cdot \mu_0 \cdot E_\varphi(p, r, z) = 0 \quad (5)$$

Вне металла листовой заготовки ($z \in [d, \infty)$) имеем:

$$\frac{\partial^2 E_\varphi(p, r, z)}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot E_\varphi(p, r, z)) \right) \approx 0. \quad (6)$$

Условию ограниченности радиального распределения $E_\varphi(p, r, z)$ из уравнений (4) - (6) при $r = 0$ и $r = \infty$ удовлетворяет интегральное преобразование Фурье-Бесселя [3]:

$$E_\varphi(p, r, z) = \int_0^\infty E_\varphi(p, \lambda, z) \cdot J_1(\lambda r) \cdot \lambda \cdot d\lambda, \quad (7)$$

где $J_1(\lambda r)$ - функция Бесселя первого порядка.

В соответствии с (7) уравнения (4) - (6) приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка:

а) вне металла листовой заготовки со стороны индуктора, $z \in (-\infty, 0]$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = K(p, \lambda) \cdot \delta(z+h), \quad (8)$$

где $K(p, \lambda) = \mu_0 \cdot j(p) \cdot f(\lambda)$; $f(\lambda) = \int_0^\infty f(r) \cdot J_1(\lambda \cdot r) \cdot r \cdot dr$;

б) в металле листовой заготовки, $z \in [0, d]$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - (\lambda^2 + p \cdot \mu_0 \cdot \lambda) \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0, \quad (9)$$

в) вне металла листовой заготовки, $z \in [d, \infty)$:

$$\frac{d^2 E_\varphi(p, \lambda, z)}{dz^2} - \lambda^2 \cdot E_\varphi(p, \lambda, z) = 0. \quad (10)$$

Общие интегралы уравнений (8), (9) и (10) для выделенных областей имеют вид:

а) в полупространстве вне листовой заготовки со стороны витка индуктора ($z \in (-\infty, 0]$) условию ограниченности при $z \rightarrow -\infty$ удовлетворяет функция:

$$E_\varphi^{(1)}(p, \lambda, z) = C(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \eta \cdot (z+h) \cdot sh(z+h), \quad (11)$$

где $C(p, \lambda)$ - произвольная постоянная интегрирования;

б) в металле листовой заготовки ($z \in [0, d]$):

$$E_{\Phi}^{(2)}(p, \lambda, z) = D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot z} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot z}, \quad (12)$$

где $D_1(p, \lambda), D_2(p, \lambda)$ произвольные постоянные интегрирования, $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p \cdot \mu_0 \cdot \gamma}$;

в) в пространстве за листовой заготовкой ($z \in [d, \infty)$) условию ограниченности при $z \rightarrow \infty$ удовлетворяет функция:

$$E_{\Phi}^{(3)}(p, \lambda, z) = B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda z}, \quad (13)$$

где $B(p, \lambda)$ - произвольная постоянная интегрирования.

Из уравнения (3) с помощью (11), (12) и (13) находим тангенциальную компоненту напряжённости магнитного поля:

а) $z \in (-\infty, 0]$:

$$H_r^{(1)}(p, \lambda, z) = \frac{\lambda}{p \mu_0} \times (C(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} + \frac{K(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \eta \cdot (z+h) \cdot ch(z+h)); \quad (14)$$

б) $z \in [0, d]$:

$$H_{\Phi}^{(2)}(p, \lambda, z) = \frac{q(p, \lambda)}{p \cdot \mu_0} (D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot z} - D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot z}), \quad (15)$$

в) $z \in [d, \infty)$:

$$H_{\Phi}^{(3)}(p, \lambda, z) = -\frac{\lambda}{p \cdot \mu_0} \cdot B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot z}. \quad (16)$$

Из условия непрерывности касательных компонент напряжённости электромагнитного поля на границах выделенных областей получаем системы алгебраических уравнений для определения неизвестных произвольных постоянных интегрирования в выражениях (11) - (16):

$z = 0$:

$$\begin{cases} \tilde{N}(p, \lambda) + p \cdot \mu_0 \cdot j(p) \cdot \frac{f(\lambda)}{\lambda} \cdot sh(\lambda h) = D_1(p, \lambda) + D_2(p, \lambda); \\ \tilde{N}(p, \lambda) + p \cdot \mu_0 \cdot j(p) \cdot \frac{f(\lambda)}{\lambda} \cdot ch(\lambda h) = \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} (D_1(p, \lambda) - D_2(p, \lambda)); \end{cases} \quad (17)$$

$z = d$:

$$\begin{cases} D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) d} + D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) d} = B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda d}; \\ \frac{q_2(p, \lambda)}{\lambda} \cdot (D_1(p, \lambda) \cdot e^{q(p, \lambda) d} - D_2(p, \lambda) \cdot e^{-q(p, \lambda) d}) = -B(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda d}. \end{cases} \quad (18)$$

В конечном итоге нас интересует электрическое поле в металле заготовки.

Исключая произвольные постоянные интегрирования $C(p, \lambda)$ и $B(p, \lambda)$ в системах уравнений (17) и

(18), находим неизвестные произвольные постоянные интегрирования $D_1(p, \lambda)$ и $D_2(p, \lambda)$.

После соответствующих подстановок в формулу (12) и выполнения обратного преобразования Фурье-Бесселя получаем, что

$$E_{\Phi}^{(2)}(p, r, z) = -2p \cdot \mu_0 \cdot j(p) \times \int_0^{\infty} \left\{ \frac{f(\lambda) \cdot e^{-\lambda h}}{G(p, \lambda)} \cdot (sh(q(p, \lambda) \cdot (z-d)) - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \cdot ch(q(p, \lambda) \cdot (z-d))) \right\} \cdot J_1(\lambda \cdot r) d\lambda, \quad (19)$$

где

$$G(p, \lambda) = \left(1 - \frac{q(p, \lambda)}{\lambda}\right)^2 \cdot e^{-q(p, \lambda) \cdot d} - \left(1 + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda}\right)^2 \cdot e^{q(p, \lambda) \cdot d}.$$

Выражение (19) помножим на удельную электропроводность металла заготовки и проинтегрируем по её толщине. Получим линейную плотность индуцированного тока.

$$j_{\Phi}(p, r) = \gamma \cdot \int_0^d E_{\Phi}(p, r, z) dz = 4\mu_0 \cdot \gamma \cdot p \cdot j(p) \int_0^{\infty} \frac{f(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} \cdot sh\left(q(p, \lambda) \frac{d}{2}\right)}{G(p, \lambda) \cdot q(p, \lambda)} \times \left(sh\left(q(p, \lambda) \frac{d}{2}\right) + \frac{q(p, \lambda)}{\lambda} \cdot ch\left(q(p, \lambda) \frac{d}{2}\right) \right) \cdot J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (20)$$

Проанализируем полученный результат в предельных физических ситуациях.

Первая из них имеет место при идеальной проводимости металла заготовки, то есть $\gamma \rightarrow \infty$. Продольное волновое число в этом случае не зависит от параметра (его физический смысл - радиальное волновое число) интегрального преобразования Фурье-Бесселя и будет равно: $q(p, \lambda) \approx \sqrt{p \cdot \mu_0 \cdot \gamma}$.

В выражении (20) выполним соответствующий предельный переход.

После обратного преобразования Лапласа находим, что

$$j_{\Phi}(t, r) \approx -j(t) \cdot \int_0^{\infty} f(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} \cdot \lambda \cdot J_1(\lambda r) d\lambda. \quad (21)$$

При достаточно малом расстоянии от витка индуктора до заготовки при $h \rightarrow 0$ имеем:

$$j_{\Phi}(t, r) \Big|_{\gamma \rightarrow \infty, h \rightarrow 0} \approx -j(t) \cdot \int_0^{\infty} f(\lambda) \cdot \lambda \cdot J_1(\lambda r) d\lambda = -j(t) \cdot f(r). \quad (22)$$

Интегрируя по r правую и левую части выражения (22), находим связь между током индуктора и величиной полного тока, индуцированного в заготовке:

$$I_{\varphi}(t) = \int_0^{\infty} \left(j_{\varphi}(t, r) \Big|_{\gamma \rightarrow \infty, h \rightarrow 0} \right) dr =$$

$$= -j(t) \cdot \int_{R_1}^{R_2} f(r) dr = -I_i(t). \quad (23)$$

Результат (23) показывает, что в случае идеальной проводимости металла заготовки при достаточно малом зазоре между ней и витком, возбуждаемый вихревой ток является зеркальным отражением тока в индукторе. То есть, токи равны между собой, но направлены противоположно. Этот известный физический результат свидетельствует о достоверности полученных решений.

Следующая идеализация имеет место при достаточной тонкостенности листовой заготовки ($\omega \cdot \tau \ll 1$, [2]). В этом случае для продольного волнового числа в металле приемлема оценка:

$$|p \cdot \mu_0 \cdot \gamma| \ll \lambda^2; \quad q(p, \lambda) \approx \lambda. \quad (24)$$

Выполним предельный переход в формуле (20) при условии (24).

После обратного преобразования Лапласа получим, что

$$j_{\varphi}(t, r) \Big|_{q_2(p, \lambda) \approx \lambda} \approx -\frac{\tau}{2 \cdot d^2} \cdot \frac{dj(t)}{dt} \cdot f_{\varphi}(r), \quad (25)$$

где $f_{\varphi}(r)$ - функция, описывающая радиальное распределение тока в заготовке,

$$f_{\varphi}(r) = \int_0^{\infty} f(\lambda) \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda \cdot d}}{\lambda} \cdot J_1(\lambda r) \cdot d\lambda.$$

Для наглядности, оценим радиальное распределение индуцированного тока для витка достаточно малой ширины. Принятое допущение позволяет считать, что ток индуктора распределён по радиусу практически равномерно. Тогда имеем:

$$f(r) \approx \eta \cdot (r - R_1) - \eta \cdot (r - R_2);$$

$$f(\lambda) = \int_{R_1}^{R_2} r \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr.$$

В этом случае:

$$f_{\varphi}(r) = \int_0^{\infty} \left(\int_{R_1}^{R_2} r \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr \right) \cdot e^{-\lambda h} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda d}}{\lambda} \cdot J_1(\lambda r) \cdot d\lambda. \quad (26)$$

Для конкретных расчётов положим, что $h=d=0.0005\text{м}$, $R_1=0.05\text{м}$, $R_2=1.25 \cdot R_1 \approx 0.0625\text{м}$.

На рис.2 приведен график для функции $f(\lambda)$, иллюстрирующий количественную зависимость от параметра преобразования λ . Эта зависимость позволяет оценить частотный диапазон действующих полей, для которого принятая идеализация может иметь место на практике.

На рис.3 приведены результаты вычислений по формуле (26) (с нормировкой на максимум).

Практический смысл графических зависимостей на рис.3 сводится к следующим утверждениям:

- на высоких частотах в режиме резкого поверхностного эффекта ток, индуцированный в заготовке, сконцентрирован в зоне витка индуктора;

- на низких частотах диффузионные эффекты в тонкостенных металлах приводят к значительному растеканию индуцированного тока по радиусу;

- последнее утверждение говорит о том, что силовое воздействие на обрабатываемую листовую заготовку происходит не только в области витка индуктора, но в области его внутреннего отверстия (этот факт имеет своё экспериментальное подтверждение).

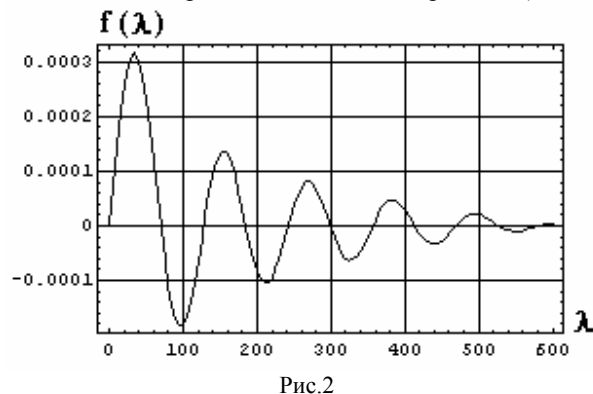


Рис.2

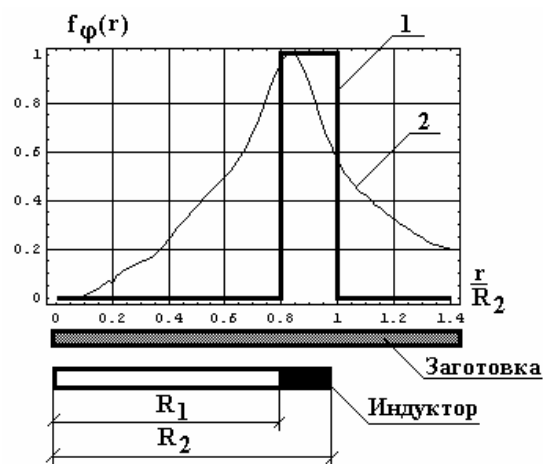


Рис.3. Радиальное распределение тока в листовой заготовке, 1 - соответствует идеально проводящему металлу; 2 - соответствует тонкостенному металлу

Далее, результат (26) проинтегрируем по $r \in [0, \infty)$.

После необходимых математических преобразований найдём величину полного тока, индуцируемого в металле листовой заготовки при достаточно малой её толщине, электропроводности или очень низких рабочих частотах действующего поля.

Сравнение формул для индуцированных токов в случае идеально проводящей (23) и тонкостенной (27) заготовок показывает, что удаление от режима резкого поверхностного эффекта приводит к изменению характера взаимосвязи между током индуктора и индуцированного тока:

$$I_{\varphi}(t) = -\frac{dI_i(t)}{dt} \cdot \left(\frac{\tau}{2d^2} \cdot \int_0^{\infty} f(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} \cdot \frac{1 - e^{-\lambda d}}{\lambda^2} d\lambda \right). \quad (27)$$

В первом случае в металле заготовки возбуждается ток, направленный противоположно току индуктора. Во втором - индуцированный ток также направлен противоположно, но пропорционален первой производной (то есть скорости нарастания!) тока индуктора.

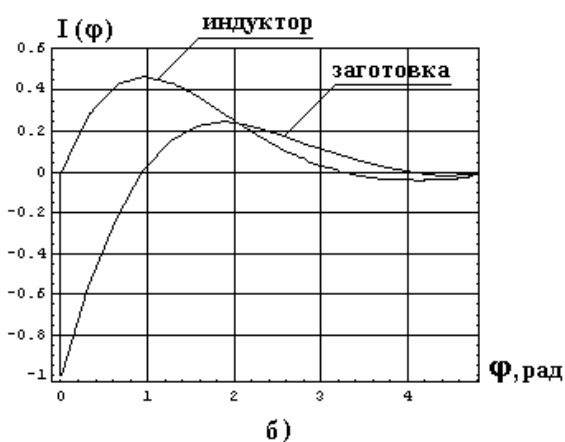
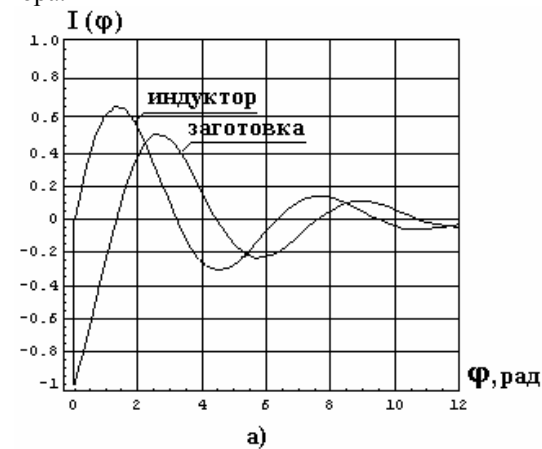


Рис.4. Временные зависимости токов в индукторе и листовой заготовке при различных частотах действующих полей (рабочая частота тока на рис.4а в три раза выше, чем тока на рис.4,б)

Если принять во внимание характерную для магнитно-импульсной обработки металлов форму импульса в разряде (экспоненциально затухающая синусоида), то указанное различие практически означает, что между током, индуцированным в режиме резкого скин-эффекта, и током, индуцированным в режиме существенной диффузии поля, должен иметь место сдвиг по фазе, приближающийся к значению $\sim \pi/2$.

В качестве визуальной иллюстрации на рис.4 приведены графики временных функций для токов в заготовке при различных значениях рабочих частот.

Заканчивая рассмотрение выделенных идеализаций, следует оценить (хотя бы ориентировочно!) значения рабочих частот, для которых практически реализуется последний режим.

Из первого неравенства в (24) можно получить, что $f \ll \frac{\lambda_{\max}^2}{2\pi \cdot \mu_0 \cdot \gamma}$. Величина λ_{\max} определяется из графика на рис.2, $\lambda_{\max} \approx 600$ (для более высоких значений $f(\lambda) \approx 0$, и подынтегральные функции в не-

собственных интегралах (21)-(27) обращаются в нуль!).

Так, для стали с удельной электропроводностью $\gamma = 0.2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ находим: $f \ll 22.8 \text{ кГц}$.

Практически, эта оценка показывает, что для рабочей частоты $f \ll 22.8 \text{ кГц}$ установленный эффект фазового сдвига индуцированного тока может иметь место. Хотя следует ещё раз отметить, что данная оценка носит весьма ориентировочный характер.

ВЫВОДЫ

1. Теоретически проанализирован процесс возбуждения вихревых токов низкочастотным импульсным магнитным полем одновиткового индуктора в плоской листовой металлической заготовке.

2. Показано, что в случае режима резкого поверхностного эффекта (идеально проводящая заготовка) индуцированный ток является зеркальным отражением тока в индукторе. Их направления противоположны (или сдвиг по фазе $\sim \pi$).

3. В случае низкочастотных полей (тонкостенный металл)

- пространственное распределение наведенного тока растягивается в радиальном направлении по отношению к геометрии тока в индукторе;
- сдвиг по фазе между этими токами сокращается до величины $\sim \pi/2$;
- изменения направления индуцированного тока по сравнению с режимом резкого поверхностного эффекта не происходит.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Yu.V.Batygin, V.I.Lavinsky, L.T.Khimenko, Direction Change of the Force Action upon Conductor under Frequency Variation of the Acting magnetic Field. Proceedings of the 1-st International Conference on High Speed Metal Forming. March 31/April 1, 2004. Dortmund, Germany. P.157-160.
- [2] Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т., Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Издание второе, переработанное и дополненное. Под общей ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. Харьков: изд. МОСТ-Торнадо. 2003. 284 с.
- [3] Дж.Мэтьюз, Р.Рокер, Математические методы физики. Перевод с английского канд.физ.-мат наук В.П. Крайнова. Москва: Атомиздат. 1972. 399 с.

Поступила 02.12.2004