

УДК 338.8

*П.Г. ПЕРЕРВА*, д.э.н., проф., НТУ «ХПИ», Харьков  
*И.Н. ПОГОРЕЛОВ*, доц., НТУ «ХПИ», Харьков

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕСПЕРЕБОЙНОЙ РАБОТЫ ОБОРУДОВАНИЯ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ**

В работе рассмотрены методологические вопросы использования систем массового обслуживания для обеспечения бесперебойной работы оборудования на предприятиях

In-process рассмотрены methodological questions of the use of the queuing systems for providing of trouble-free work of equipment on enterprises

**Ключевые слова:** система, обслуживание, оборудование

### **Введение**

Каждая система массового обслуживания (СМО), решающая конкретную задачу, предназначена для обслуживания какого-то потока заявок, поступающих на СМО в какие-то случайные моменты времени. Обслуживание поступившей заявки продолжается некоторое время, после чего канал освобождается и готов к принятию следующей заявки. Случайный характер потока заявок приводит к тому, что в какие-то промежутки времени на входе СМО скапливается излишне большое число заявок (они образуют очередь, либо покидают СМО не обслуженными); в другие же периоды СМО будет работать с недогрузкой или вообще простаивать.

### **Постановка задачи**

Каждая СМО, в зависимости от числа каналов и их производительности, а также от характера потока заявок, обладает какой-то пропускной способностью, позволяющей ей более или менее успешно справляться с потоком заявок. Случайный характер потока заявок, а в общем случае и длительности обслуживания приводит к тому, что в СМО будет происходить некоторый случайный процесс. Чтобы дать рекомендации по рациональной организации этого процесса и предъявить разумные требования к СМО, необходимо изучить случайный процесс, протекающий в системе, описать его математически.

Математический анализ работы СМО существенно облегчается, если случайный процесс, протекающий в системе, является марковским. Тогда удаётся сравнительно просто описать работу СМО с помощью аппарата обыкновенных дифференциальных (в предельном случае - линейных алгебраических) уравнений и выразить в явном виде основные характеристики эффективности обслуживания через параметры СМО и потока заявок.

Для того, чтобы процесс, протекающий в системе, был марковским, нужно, чтобы все события, переводящие систему из состояния в состояние, были пуассоновскими. Для СМО - это потоки заявок, потоки обслуживания заявок и т.д. Если эти потоки не являются пуассоновскими, математическое описание процессов, происходящих в СМО, становится несравненно более сложным. Однако, все же аппарат «марковской» теории массового обслуживания может пригодиться и в том случае - с его помощью характеристики эффективности СМО могут быть оценены приближенно.

СМО бывают двух типов: системы с отказами, в которых заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает «отказ», покидает СМО и в дальнейшем процессе обслуживания не участвует; системы с ожиданием (с очередью), в них заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, становится в очередь и ожидает, пока не освободится один из каналов. Как только освободится канал, принимается к обслуживанию одна из заявок, стоящих в очереди.

### **Методология**

В технической системе обслуживания оборудования применяются СМО с ожиданием. Для анализа процесса, протекающего в СМО, существенно знать основные параметры системы: число каналов  $n$ , интенсивность потока заявок  $X$ , производительность каждого канала (среднее число заявок  $\mu$ , обслуживаемое каналом в единицу времени), условия образования очереди. При этом считаем, что все потоки событий, переводящие СМО из состояния в состояние, пуассоновские.

#### *1. Одноканальная система массового обслуживания с ожиданием*

Простейшей из всех возможных СМО с ожиданием является одноканальная система  $(n-1)$ , на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $X$ ; интенсивность обслуживания  $\mu$ . (то есть в среднем непрерывно занятый канал

будет выдавать  $p$  обслуженных заявок в единицу времени). Заявка, поступившая в момент, когда канал занят, становится в очередь и ожидает обслуживания.

Рассматриваемая СМО функционирует так. Предположим, сначала, что количество мест в очереди ограничено числом  $m$ , т.е. если заявка пришла в момент, когда в очереди уже стоят  $m$  заявок, она покидает систему не обслуженной. В дальнейшем, устремив  $m$  к бесконечности, мы получим характеристики одноканальной СМО без ограничений по длине очереди.

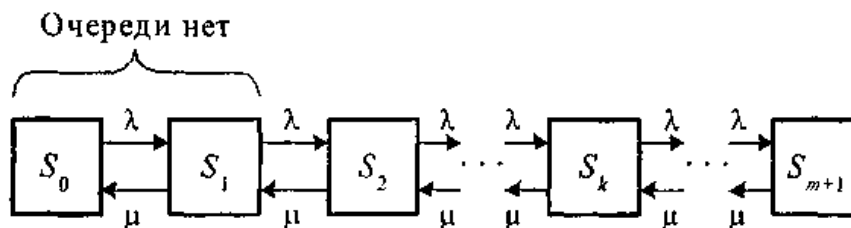


Рис. 1 - Граф состояний для одноканальной СМО с ограниченным ожиданием

Будем нумеровать состояния СМО по числу заявок, находящихся в системе (как обслуживаемых, так и ожидающих обслуживания):  $S_0$  - канал свободен,  $S_1$  - канал занят, очереди нет,  $S_2$  - канал занят, одна заявка стоит в очереди,  $S_k$  - канал занят,  $k-1$  заявок стоит в очереди,  $S_{m+1}$  - канал занят,  $m$  заявок стоят в очереди.

Граф состояний СМО показан на рис.1. Интенсивности потоков событий, переводящих в систему по стрелкам слева направо, все равны  $\lambda$ , а справа налево -  $\mu$ . Действительно, по стрелкам слева направо систему переводит поток заявок (как только придет заявка, система переходит в следующее состояние), справа же налево - поток «освобождений» занятого канала, имеющий интенсивность  $\mu$  (как только будет обслужена очередная заявка, канал либо освободится, либо уменьшится число заявок в очереди). Пользуясь общим решением, данным для схемы гибели и размножения, напишем выражения предельных вероятностей состояний, вводя обозначение  $\lambda/\mu = \rho$ :

$$\left. \begin{aligned} p_0 &= (1 - \rho) / (1 - \rho^{m+2}), \\ p_1 &= \rho p_0, \\ p_2 &= \rho^2 p_0, \\ &\dots \\ p_k &= \rho^k p_0, \\ &\dots \\ p_{m+1} &= \rho^{m+1} p_0. \end{aligned} \right\}$$

## 2. Многоканальная система массового обслуживания с ожиданием

В случае  $n$ -канальной СМО с ожиданием, на которую поступает поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ ; интенсивность обслуживания (для одного канала)  $\rho$ ; число мест в очереди  $m$ . Состояние системы будем нумеровать по числу заявок, связанных с системой:  $S_0$  - все каналы свободны,  $S_1$  - занят один канал, остальные свободны,  $S_k$  - заняты  $k$  каналов, остальные свободны,  $S_n$  - заняты все  $n$  каналов,  $S_{n+1}$  - заняты все  $n$  каналов; одна заявка стоит в очереди,  $S_{n+r}$  - заняты все  $n$  каналов,  $r$  заявок стоят в очереди,  $S_{n+m}$  - заняты все  $n$  каналов,  $m$  заявок стоят в очереди.

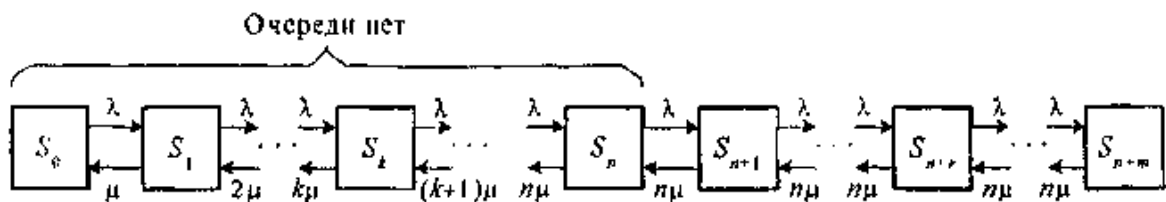


Рис. 2 - Граф состояний для многоканальной СМО с ограниченной очередью

Граф состояний приведен на рис.2. У каждой стрелки проставлены соответствующие интенсивности потоков событий. Действительно, по стрелкам слева направо систему переводит всегда один и тот же поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ ; по стрелкам справа налево систему переводит поток обслуживания, интенсивность которого равна  $\mu$ , умноженному на число занятых каналов.

Граф на рис.2 представляет собой схему гибели и размножения, для которой решение в общем виде уже получено. Выражения для предельных вероятностей состояний записывается в виде.

$$\left. \begin{aligned}
 p_0 &= \left( 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \frac{(\rho/n) - (\rho/n)^{n+1}}{1 - (\rho/n)} \right)^{-1}, \\
 p_1 &= (\rho/1!) p_0, \\
 p_2 &= (\rho^2/2!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_n &= (\rho^n/n!) p_0, \\
 p_{n+1} &= (\rho^{n+1}/n \cdot n!) p_0, \\
 p_{n+2} &= (\rho^{n+2}/n^2 \cdot n!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_{n+m} &= (\rho^{n+m}/n^m \cdot n!) p_0.
 \end{aligned} \right\}$$

Теперь посмотрим, что будет, если длина очереди не ограничена каким-то числом  $m$ , а может быть сколь угодно большой. Граф в этом случае бесконечный (рис.3).

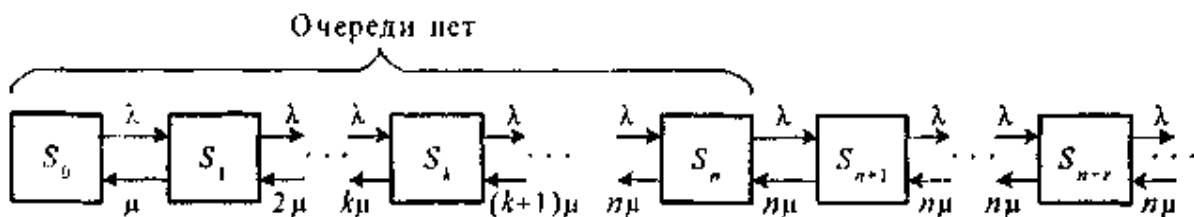


Рис. 3 - Граф состояний для многоканально» СМО с неограниченной очередью

Вероятности состояний получим из формул предельным переходом.

$$\left. \begin{aligned}
 p_0 &= \left( 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!(n-\rho)} \right)^{-1}, \\
 p_1 &= (\rho/1!) p_0, \\
 p_2 &= (\rho^2/2!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_n &= (\rho^n/n!) p_0, \\
 p_{n+1} &= (\rho^{n+1}/n \cdot n!) p_0, \\
 p_{n+2} &= (\rho^{n+2}/n^2 \cdot n!) p_0, \\
 &\dots \\
 p_{n+r} &= (\rho^{n+r}/n^r \cdot n!) p_0, \\
 &\dots
 \end{aligned} \right\}$$

**Список літератури:** 1. Гуржій А.М. Перспективи розвитку системи технологічних парків України – К., 2000. 2. Сучасні інноваційні структури та комерціалізація науки: Підручник/Під ред. А.А. Мазура. - М.: ИНФРА-М, 2000. 3. Мусіна Л.А. Сучасні технологічні парки України. – М.: Альпіна Бізнес Букс, 2006. 4. Розвиток технологічних парків / В.О.Гусев – К., 2000.

Подано до редакції 28.02.2011