

А.В. ШМАТКО, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»;
А.В. МАЛЕЖИК, адъюнкт, НУГЗУ, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНИХ ИМПУЛЬСОВ

У роботі розглядається проблема дослідження стійкості складних технічних систем. Усяка система піддається впливу зовнішніх впливів. Важливо знати, як довго система здатна виконувати свої функції (тобто зберігати функціональність) при отриманих у результаті впливів ушкодженнях. У роботі запропонована модель поширення імпульсних впливів по системі, що дозволяє виявити найбільш сильні й слабкі місця в її структурі. Модель дозволяє оцінювати стійкість елемента системи в залежності від його положення в структурі системи.

В работе рассматривается проблема исследования стойкости сложных технических систем. Всякая система подвержена влиянию внешних воздействий. Важно знать, как долго система будет в состоянии выполнять свои функции (т.е. сохранять функциональность) при полученных в результате воздействий повреждениях. В работе предложена модель распространения импульсных воздействий по системе, которая позволяет выявить наиболее сильные и слабые места в ее структуре. Модель позволяет оценивать стойкость элемента системы в зависимости от его положения в структуре системы.

We consider the problem of studying stability of complex technical systems. Every system can be affected by external influences. It is important to know how long the system will be able to perform their functions (ie, to maintain functionality) when received by the impacts of corruption. A model of pulse propagation effects in the system, which allows you to identify the most strengths and weaknesses in its structure. Model allows us to evaluate the resistance element of the system depending on its position in the structure of the system

Введение. Современные технические системы состоят из множества взаимодействующих друг с другом разнородных элементов. Наряду с этим требования, которые предъявляются к эффективности функционирования и качеству производимых изделий, ужесточаются. Поэтому актуальными являются задачи построения адекватных математических моделей сложных технических систем.

Моделирование сложных систем позволяет исследовать особенности их функционирования в различных условиях, наделять их требуемыми характеристиками и снижать риск возникновения чрезвычайных ситуаций (ЧС).

Анализ последних достижений и публикаций. Для анализа состояния безопасности объекта, в работах Маршалла В. [1], Хенли Э.Дж., Кумамото Х. [2], Колодкина В.М. [3], Белова П.Г. [4, 5] и других авторов предлагается использование вероятностных оценок риска.

Построение и исследование моделей сложных систем позволяет исследовать особенности их функционирования в различных условиях, наделять их

требуемыми характеристиками и снижать риск возникновения чрезвычайных ситуаций (ЧС). В последнее время в работах В.В. Кульбы [6], Малинецкого Г.Г., Курдюмова С.П. [7, 8] для моделирования систем со сложной структурой предлагается использование методов теории взвешенных графов. Такой подход уже позволил обнаружить ряд синергетических эффектов в поведении систем со сложной структурой.

Постановка задачи и ее решение. В работе предлагается использовать теорию самоорганизации – синергетику [9], и теорию управления рисками [10]. Математическая модель исследуемой системы должна содержать основные элементы, по поведению, по качеству, по эффективности функционирования которых можно достоверно судить о всей системе. В качестве подхода к исследованию сложной технической системы предлагается использование системного синтеза [7]. Результативность использования этого подхода к моделированию различных систем представлено во многих работах [6-8, 11,12].

Пусть G - конечный граф [13, 14]:

$$G = (V, E)$$

где $V = \{v_i\}$, $i = 1, n$ – множество вершин, $E = \{e = (v, u)\}$ множество его ребер. Под надежностью элемента системы будем понимать вероятность $P(t < T)$ его безотказной работы. Надежность элемента системы и долю уменьшения импульсного внешнего воздействия при переходе от одного элемента к другому можно получить экспериментально или при экспертном анализе.

Обозначим через $w_i(t)$ вес вершины $v_i \in V, i \in \{1, 2, \dots, n\}$:

$$w_i(t) = P_i(t < T), \tag{1}$$

Вес вершины характеризуется величиной надежности элемента системы, соответствующего вершине v_i . Тогда вес дуги $(v_i, v_j) \in E$ обозначим через $\varepsilon_{ij} = w(v_i, v_j), j \in \{1, 2, \dots, n\}, i \neq j$, причем со знаком "+", определяется число $0 < \varepsilon_{ij} \leq 1$, равное сохранившейся доле передаваемого воздействия, при переходе от вершины v_i к вершине v_j . Назовем импульсным воздействием процесс изменения весов вершин графа системы. Импульсное воздействие определяется импульсом $imp_j(t), j \in \{1, 2, \dots, n\}$ в дискретном времени $t = 0, 1, 2, 3, \dots$, который задается отношением:

$$imp_j(t) = w_j(t) / w_j(t - 1), \text{ при } t > 0. \tag{2}$$

Тогда при $t \geq 0$ для i -ой вершины графа G определим импульсное воздействие:

$$w_i(t + 1) = w_i(t) \prod_{j=1}^{dug v_i} \varepsilon_{ji} imp_j(t) \tag{3}$$

$$w_i(t+1) = w_i(t) \prod_{j=1}^{dug v_i} (1 - \varepsilon_{ji} imp_j(t)), \quad (4)$$

где $dug v_i$ – число входящих в вершину v_i дуг.

Формулы (2), (3) и (4) задают изменения весов вершин графа $G = (V, E)$, тем самым определяя динамику распространения внешних воздействий по системе. Формула (3) соответствует возрастающим импульсным воздействиям, которые увеличиваются при переходе от одной вершины к другой. Формула (4) соответствует затухающим импульсным воздействиям, которые уменьшаются при переходе от одной вершины к другой.

Автономное импульсное воздействие на взвешенном орграфе G определим по правилу (2), используя вектор начальных значений $W(0) = (w_1(0), w_2(0), \dots, w_n(0))$ и вектор импульсов:

$$Imp(0) = (imp_1(0), imp_2(0), \dots, imp_n(0)), \quad (5)$$

который задает импульс $imp_j(0)$ в каждой вершине v_j в момент времени $t=0$.

Автономное импульсное воздействие в паре с вектором начальных значений описывает состояние системы в начальный момент времени, когда под влияние внешних поражающих воздействий попадают все или часть элементов системы.

Численные результаты. Проведем исследования импульсного воздействия на систему перекачки жидкости, изображенную на рис. 1 [1].

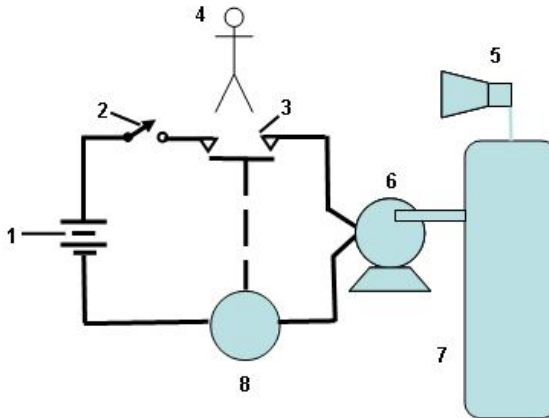


Рисунок 1 – Принципиальная схема перекачки (1- источник питания, 2 – переключатель, 3 – контакты, 4 – оператор, 5 – сирена, 6 – насос, 7 – бак, 8 - таймер)

В системе перекачки бак заполняется за 10 мин и опорожняется за 50 мин. Таким образом, продолжительность одного полного цикла составляет 1

час. После включения переключателя реле времени запускается, обеспечивая размыкание контактов через 10 мин. Если эти механизмы отказывают, то звучит сирена, и оператор выключает переключатель для того, чтобы предотвратить разрыв бака из-за его переполнения. Ориентированный граф системы изображен на рис.2

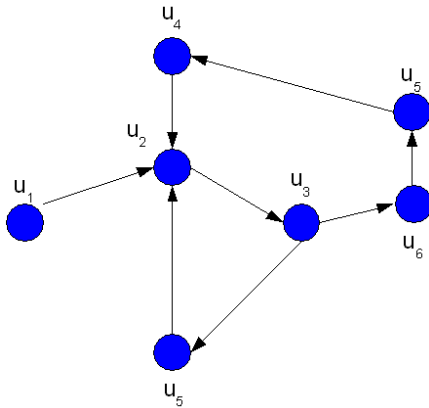


Рисунок 2 – Орграф системы перекачки

Система имеет два простых контура (u_2, u_3, u_6, u_2) и $(u_2, u_3, u_6, u_5, u_4, u_2)$

Начальные веса вершин графа определим воспользовавшись формулой вычисления вероятности состояния элемента [5]:

$$P_0 = e^{-\lambda t}$$

Для определения интенсивности отказов λ воспользуемся статистическими данными [5], представленными в таблице 1.

Таблица 1

Показатели безотказности электрического оборудования

№	Наименование оборудования	Интенсивность отказов	Значение λ
1	Источник питания	В эксплуатации	0,0000025
2	Переключатель	В эксплуатации	$5 \cdot 10^{-5}$
3	Таймер	В эксплуатации	$15 \cdot 10^{-6}$
4	Насос	При работе	0,0004
5	Сирена	При включении	0,0004
6	Бак	Разгерметизация	$3 \cdot 10^{-6}$

Вероятность безошибочности работы для среднестатистического человека, согласно [5], в случае обнаружения сигнала и принятия решения равна 0.9380-0.9780.

Значения весов $w_i(0)$ вершин представлены в табл. 2. Веса ребер положим равными единице. Проследим, как будет изменяться вектор значений $W(t)$ при простом импульсном воздействии:

$$Imp(0) = (0.9, 1, 1, 1, 1, 1, 1),$$

что соответствует импульсному воз-

Таблица 2

Значения весов $w_i(0)$ вершин

$$G = (V, E)$$

Вершина	Значение $w_i(0)$
u_1	0.99
u_2	0.99
u_3	0.99
u_4	0.95
u_5	0.99
u_6	0.99
u_7	0.96

действию направленному на источник питания. Расчетные значения надежности элементов системы представлены на рис.3.

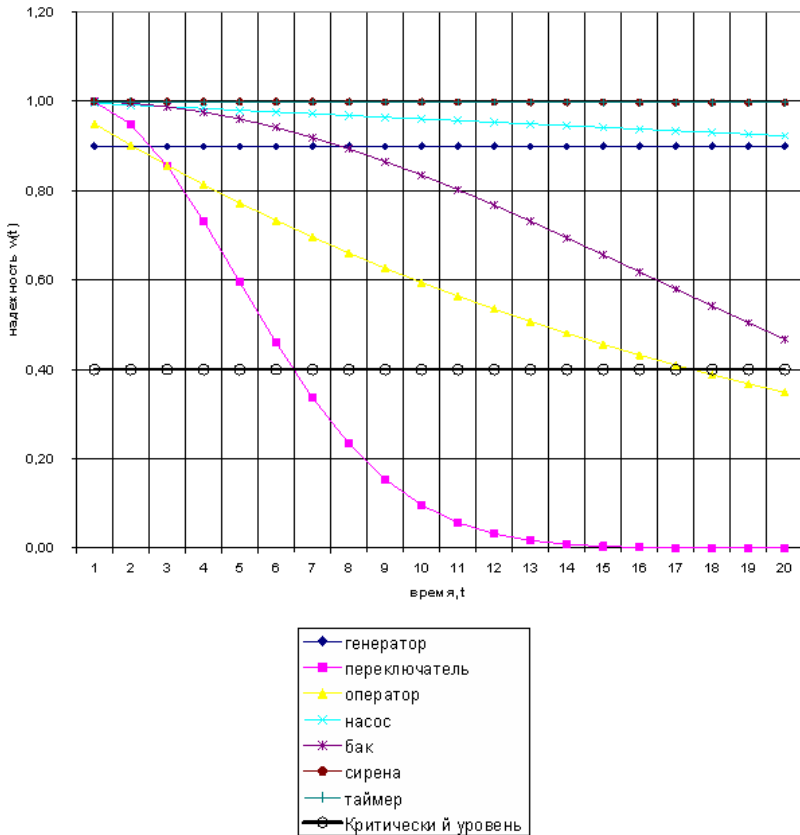


Рисунок 3 – Изменение надежность системы при импульсном воздействии $Imp(0)=(0.9,1,1,1,1,1,1)$,

Как это следует из приведенных на графике данных, наиболее слабым звеном системы является переключатель, надежность которого достигает критического значения уже при $t=6$.

Проведем исследование системы при приложении импульсного воздействия

$$Imp(0)=(1,1,0.75,1,1,1,1).$$

Результаты расчетов приведены на рис. 4

Как показывают расчеты, в этом случае, система выйдет из строя мно-

го раньше ($t=3$), так как $w_3(3) < cr(u_3) = 0.4$. Таким образом наиболее слабым элементом системы при импульсном воздействии на насос в системе является бак.

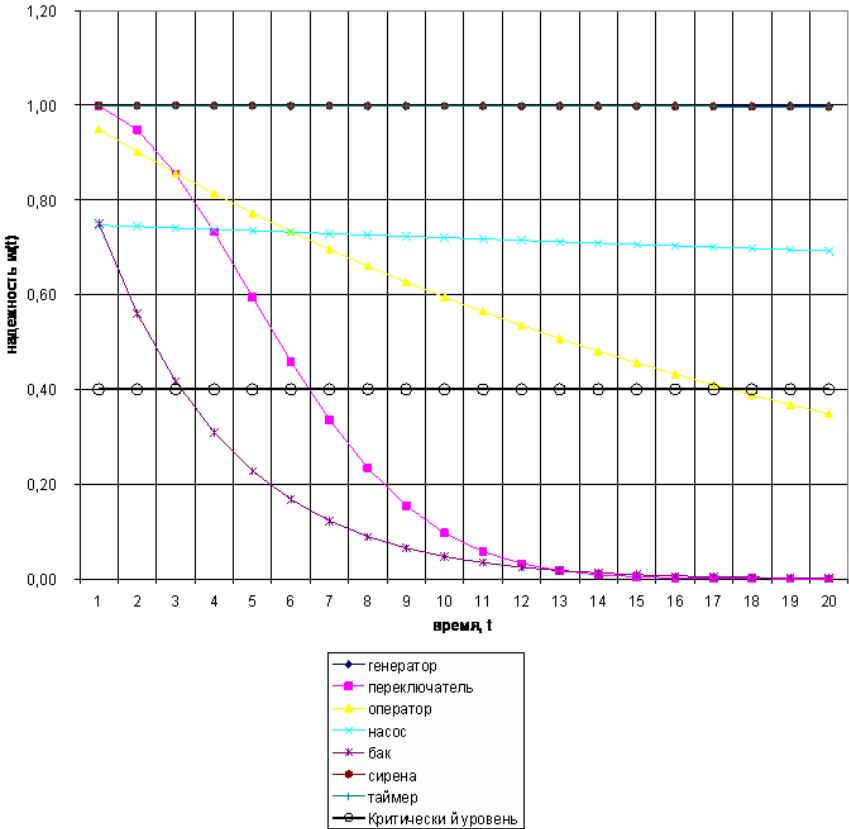


Рисунок 4 – Изменение надежность системы при импульсном воздействии $Imp(0) = (1, 1, 0.75, 1, 1, 1, 1)$.

Перспективы дальнейших исследований. В соответствии с описанным импульсным воздействием на орграфе, можно ввести различные критерии (признаки) достижения системой предельного состояния. К примеру, можно считать, что система находится в предельном состоянии, если надежность одного или нескольких наиболее значимых элементов системы ниже некоторого допустимого уровня. Этот уровень будем называть *критическим уровнем надежности элемента*. Введенный критерий четко разделяет до

критическое и за критическое состояние элементов системы. Если надежность элемента ниже критического уровня, то элемент не в состоянии выполнять возложенных на него функций, или функционировать требуемое время.

Представление исследуемой системы в виде взвешенного по правилу (2) графа $G=(V,E)$ и формализация внешнего влияния на систему как автономного импульсного воздействия (3)-(7) определяет модель распространения поражающих воздействий по системе.

Авторы считают перспективным направление исследования, связанное с построением математических моделей сложных технических системы и исследованием этих моделей с целью решения важной задачи – определения того, как внешнее воздействие распространяется по структуре системы и влияет на качественное состояние ее элементов.

Выводы. В работе рассматривается математическая модель для исследования стойкости сложной технической систем с использованием вероятностно-детерминистического подхода. Предложенная модель распространения импульсных воздействий по системе позволяет выявлять наиболее сильные и слабые места в структуре системы. Исследование модели позволяет оценивать стойкость элементов системы, в зависимости от его положения в структуре.

Список литературы. 1. *Маршалл В.* Основные опасности химического производства / Пер. с англ. под ред. Б.Б. Чайванова и А.Н. Черноплекова. – М.: Мир, 1989. – 671 с. 2. *Хенли Э.Дж., Кумamoto Х.* Надежность технических систем и оценка риска. – М.: Машиностроение, 1984. 3. *Колодкин В.М., Мурин А.В. Петров А.К., Горский В.Г.* Количественная оценка риска химических аварий. – Ижевск: Изд. дом «Удмуртский университет», 2001 – 228 с. 4. Безопасность жизнедеятельности. / Под ред. С.В. Белова 2-е изд. – М.: Высшая школа, 1999. 5. *Белов П.Г.* Моделирование опасных процессов в техносфере. – Москва: Издательство Академии гражданской защиты МЧС РФ, 1999. – 124 с. 6. *Кульба В.В., Кононов Д.А., Косяченко С.А., Шубин А.Н.* Методы формирования сценариев развития социально-экономических систем. – М.: СИНТЕГ, 2004. 7. *Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г.* Синергетика и системный синтез // Новое в синергетике: взгляд в третье тысячелетие. – М.: Наука, 2002. 8. Новое в синергетике: взгляд в третье тысячелетие / Под ред. Малинецкого Г.Г., Курдюмова С.П. – М.: Наука, 2002. 9. *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980. 10. *Владимиров В.А., Кульба В.В., Малинецкий Г.Г., Махутов Н.А. и др.* Управление риском. – М.: Наука, 2000. 11. *Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.* Нестационарные структуры и диффузионный хаос. – М.: Наука, 1992. 12. *Малинецкий Г.Г.* Базовые модели и ключевые идеи синергетики. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, – №70. – М., 1994. 13. *Кочкаров А.А., Кочкаров Р.А.* Предфрактальные графы в проектировании и анализе сложных структур. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, N1 10. М., 2003. 14. *Архипова И.Л., Кульба В.В.* Управление в чрезвычайных ситуациях. – М.: РГТУ, 1998.

Надійшла до редколегії 24.03.2011