

ний в виде параметров, от значения которых зависит ее решение;

г) решение составленной системы относительно неизвестных чисел зубьев;

д) нахождение из условий прочности приемлемых значений параметров  $b_1$  и  $d_1$ ;

е) проверка полученных решений на соответствие требуемой точности реализации суммарного передаточного отношения проектируемого механизма. Если проверка показала неудовлетворительный результат, то надо вернуться к этапу в) и продолжить вычисления или вернуться к этапу в) и продолжить вычисления.

В заключении приведем постановку оптимизационной задачи, которая решается относительно чисел зубьев. Безразмерную массу вида (7) записываем в виде

$$\overline{M}_\Sigma = \frac{M_\Sigma}{C_M} = n + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + \left(\frac{z_4}{z_3}\right)^2 + \dots + \frac{U_\Sigma^2}{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \left(\frac{z_4}{z_3}\right)^2 \dots \left(\frac{z_{2n-2}}{z_{2n-3}}\right)^2}. \quad (17)$$

Формируем систему аналогичную системе (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_\Sigma}{\partial z_j} &= 0, \quad j = 2, 2n-2; \\ z_{2n} &= \frac{z_{2n-1} U_\Sigma}{\prod_{k=2}^{2n-2} \frac{z_k}{z_{k-1}}} \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Для решения системы уравнений (18) принимают условия для чисел зубьев  $z_1, z_3, \dots, z_{2n-1}$  соответственно. Например,  $z_1 = z_3 = \dots = z_{2n-1} = 17$ . Выбранное решение данной системы уравнений округляют до целых чисел.

**Выводы.** Оба рассмотренных алгоритма решения задачи оптимального проектирования многоступенчатого зубчатого механизма имеют общее свойство, а именно, получающиеся решения зависят от выбора числа зубьев шестерни первой ступени механизма. Другими словами число зубьев шестерни первой ступени механизма является параметром, от значения которого зависит искомое решение. В задачах минимизации суммарной массы этот параметр желательно выбирать как можно меньшего значения. Если приняты одинаковые условия для чисел зубьев колес, которые являются параметрами (условия, подобные тем, которые были приняты при выводе выражения для безразмерной суммарной массы), то решения, полученные по обоим алгоритмам, совпадают. Второй алгоритм предоставляет решение сразу для искомых

чисел зубьев. Оба алгоритма можно запрограммировать на нахождение квадратов как искомых передаточных отношений ступеней механизма, так и искомых чисел зубьев его зубчатых колес.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочное и научное издание / В.Е. Старжинский, Б.П. Тимофеев, Е.В. Шалобаев, А.Т. Кудинов. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева. – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. 4. Истомин С.Н. Проектирование мелкомодульных передач приборов с применением ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1985. – 176с., ил. – (Б-ка приборостроителя).

Поступила в редколлегию 06.04.10

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., зав. кафедрой машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**А.А. МУХОВАТЫЙ**, к.т.н., старший преподаватель каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

### ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Разработана геометрия исходного контура высоконагруженных зубчатых передач, дан сравнительный анализ критериев работоспособности синтезированных, конхоидальных и эвольвентных передач.

Розроблено геометрію вихідного контуру високонавантажених зубчастих передач, дано порівняльний аналіз критеріїв працездатності синтезованих, конхoidalних і евольвентних передач.

The geometry of an initial contour of highly loaded tooth gearings is developed, the comparative analysis of criteria of working capacity synthesised, konhoidal and involute gears is given.

**Постановка задачи.** Зубчатые передачи имеют широкое распространение в механических приводах современных машин. При этом работоспособность и нагрузочная способность зубчатых передач существенно влияют на экономические показатели оборудования. Поэтому решение задачи повышения нагрузочной способности таких передач является актуальной и относится к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

**Анализ литературы.** Известны зубчатые передачи, синтезированные по заданным значениям критериев работоспособности [2]. Известны так же зубчатые передачи, синтезированные по линии зацепления: передачи с конхoidalной линией зацепления [3] и передачи с линией зацепления, очерченной дугами окружности [4]. Такие зубчатые передачи имеют более высокие геометро-кинематические и комплексные критерии работоспособности [3, 4]. Еще более высокие критерии работоспособности зубчатых передач можно обеспечить новой геометрией исходного контура.

**Цель статьи.** Разработать геометрию исходного контура, обеспечивающего более высокие критерии работоспособности по сравнению с известными передачами, предложенными в работах [3, 4] и эвольвентными передачами.

Качество зацепления зубчатых передач оценивается комплексными критериями работоспособности [2], к которым относят:

- критерий контактной прочности (по Герцу)

$$\theta = \frac{f_1'}{nx}; \quad (1)$$

- критерий износа рабочих поверхностей [5] (по Крагельскому И.В.)

$$h_{ui} = \Omega_u f^{0,75} |\eta_i|; \quad (2)$$

- критерий заедания [6] (по Блоку)

$$k_s = \Omega_s \frac{fV^{12} x^{0,25}}{\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}}; \quad (3)$$

- критерий толщины масляного слоя [7] (по Кодниру Д.С.)

$$h_{mc} = \Omega_{mc} V_{\Sigma}^{0,75} x^{0,4}; \quad (4)$$

- критерий потерь на трение в зацеплении [6] на мгновенной контактной линии

$$\Delta P = \Omega_p f V^{12}; \quad (5)$$

- критерий удельной работы сил трения для мгновенной контактной линии [6] (по Кудрявцеву В.Н.)

$$dA = \Omega_A f |\eta_i|. \quad (6)$$

В этих соотношениях  $\Omega_u, \Omega_s, \Omega_{mc}, \Omega_p, \Omega_A$  величины, не зависящие от геометрических параметров исходного контура,  $f$  – коэффициент трения скольжения, равный [5]

$$f = \frac{\Omega_f \left( 10 + \lg \frac{HB R_a x}{E_{np}} \right) x^{0,25}}{V_{\Sigma}^{0,1} (V^{12})^{0,35}}, \quad (7)$$

где  $\Omega_f$  – коэффициент, не зависящий от геометрии исходного контура;  $HB$  – твердость наименее твердого из контактирующих зубьев;  $R_a$  – шероховатость более твердого из контактирующих зубьев;  $E_{np}$  – приведенный модуль упругости материалов зацепляющихся колес.

Другие величины, входящие в (1)...(7) имеют значения [2]:

$$V^{12} = f_1 \frac{(u+1)}{u} \sqrt{\left( \frac{1}{f_2'} \right)^2 + 1}; \quad V_1 = \frac{n}{\Omega_2'} \left( R_1 \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right); \quad V_2 = \frac{n}{\Omega_2' u} \left( R_2 - \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right);$$

$$V_{\Sigma} = \frac{n}{\Omega_2'} \left[ 2R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \left( 1 - \frac{1}{u} \right) \right]; \quad x = \frac{(R_1 + R_2) f (\Omega_2')^2}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot n^3}; \quad \eta_i = \pm \frac{u+1}{u} \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' \cdot \tau_i}, \quad (8)$$

где  $f_1, f_2$  – функции, определяющие геометрию исходного контура зацепляющихся колес;  $f_2'$  – первая производная функции  $f_2$  по  $f_1$ ;  $u$  – передаточное число передачи;  $R_1, R_2$  – радиусы начальных окружностей шестерни и колеса;  $n = \sqrt{1 + (f_2')^2}$  – модуль нормали к профилю исходного контура;

$$\Omega_2' = \Omega_1 + f_2'; \quad \Omega_1 = \frac{f_1}{f_2'}; \quad \tau_i = R_i \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2', \quad (9)$$

$\Omega_1'$  и  $\Omega_2'$  – производные функции  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  по  $f_1$ .

В равенствах (2), (6), (8), (9) верхний знак и  $i = 1$  для шестерни, нижний знак и  $i = 2$  – для колеса.

Из представленных выше зависимостей следует, что основное влияние на критерии работоспособности оказывает параметр  $\Omega_2'$ , который зависит от  $\Omega_1'$  и  $f_2'$ . Для реальных геометрических параметров исходного контура  $0 \leq f_2' \leq 0,7$  и основное влияние на величину  $\Omega_2'$  оказывает величина  $\Omega_1'$ .

Поэтому синтезировать исходный контур можно по величине  $\Omega_1'$ , задавая его значение в виде полинома

$$\Omega_1' = \sum_{r=1}^{n_1} a_r \cdot f_1^r, \quad (10)$$

где  $a_r$  – постоянные коэффициенты.

Наиболее простое решение дифференциального уравнения (10) имеет вид, когда

$$\Omega_1' = kf_1 + c, \quad (11)$$

где  $k, c$  – постоянные величины.

Из (11) следует, что с учетом (9)

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{kf_1}{2} + c. \quad (12)$$

Будем полагать, что при  $f_1 = 0$ ;  $f_2' = \operatorname{tg} \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  – профильный угол исходного контура на начальной прямой (рисунок 1).

Тогда из (12) следует

$$c = \operatorname{ctg} \alpha_0. \quad (13)$$

Решение дифференциального уравнения (12) с учетом (13) имеет вид (при  $f_1 = 0$ ;  $f_2 = 0$ )

$$f_2 = \frac{2}{k} \ln \left( \frac{kf_1}{2 \operatorname{ctg} \alpha_0} + 1 \right). \quad (14)$$

Равенство (14) определяет кривую, которой очерчен исходный контур в системе координат  $f_1 O f_2'$  (рисунок 1). Исходный контур будет определен, когда заданы  $\alpha_0$  и  $k$ .

При этом величина "к" должна быть меньше нуля, а при  $k = 0$  исходный контур является прямобочным (случай эвольвентного зацепления).

Из (9), (11), (12) и (13) следует

$$\Omega_2' = kf_1 + \operatorname{ctg} \alpha_0 + \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0}; \quad f_2' = \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0}. \quad (15)$$

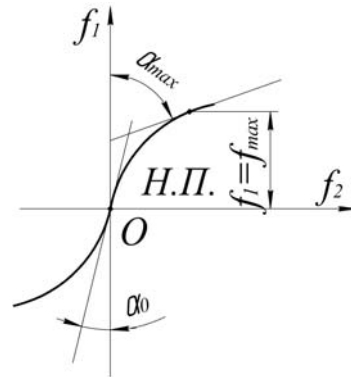


Рисунок 1 – Схема исходного контура

В этих равенствах  $k < 0$  при  $f_1 > 0$  и  $k > 0$  при  $f_1 < 0$ . Значение "к" можно определить следующим образом. Задаем, например, при  $f_1 = f_{1\max}$  значение угла профиля исходного контура  $\alpha_{\max}$ . Тогда из второго равенства (15) получаем

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} - \operatorname{ctg} \alpha_0)}{f_{1\max}}. \quad (16)$$

После чего определяются из (14) геометрические параметры исходного контура с последующим определением толщины вершин зубьев зацепляющихся колес, коэффициента перекрытия и проверяется наличие или отсутствие подрезания зубьев [2]. А затем по формулам (1)...(7) производится сравнительный анализ значений критериев работоспособности по полю зацепления с использованием известных параметров исходного контура.

В качестве примера рассмотрим исходный контур при следующих исходных данных:  $\alpha_0 = 20^\circ$ ,  $\alpha_{\max} = 30^\circ$ ,  $f_{1\max} = 1$ . Из (16) имеем

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 20^\circ)}{1} = -2,030,$$

а из (14) получаем

$$f_2 = 0,985 \ln(1 - 0,3695 f_1). \quad (17)$$

На рисунке 2 изображен исходный контур, полученный с использованием соотношения (17) при значении модуля  $m = 1$  мм.

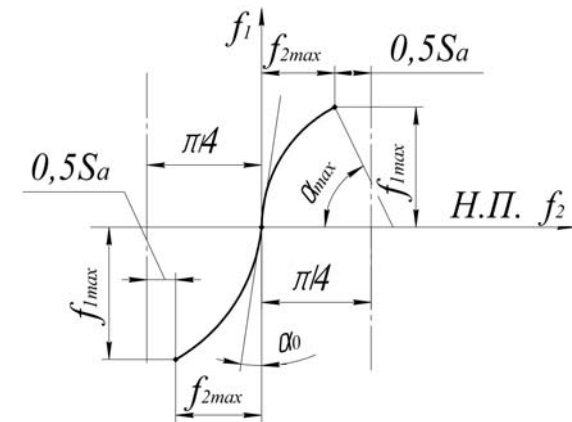


Рисунок 2 – Исходный контур ( $f_{1\max} = 1$ ;  $f_{2\max} = 0,4543$ ;  $0,5S_a = 0,3306$ ; Н.П. – начальная прямая)

При зацеплении реек (число зубьев равно бесконечности) коэффициент перекрытия равен [2]

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} + f_{2\max})}{\pi} = 1,36.$$

Подрезание наступает при числе зубьев равном [2] (с использованием (15))

$$z_{\min} = \frac{2\Omega'_{2\max}}{f'_{2\max}} = \frac{2\left(-2,05 + \operatorname{ctg} 20^{\circ} + \frac{2}{-2,03 + 2 \operatorname{ctg} 20^{\circ}}\right)}{\operatorname{tg} 30^{\circ}} \cong 4,5.$$

Анализ показывает, что зубчатые передачи с конхоидальной линией зацепления [3] и зубчатые передачи с линией зацепления, очерченной дугами окружности [4], имеют приблизительно равные критерии работоспособности по полю зацепления. Поэтому сравнительный анализ критериев работоспособности будем производить для прямозубых передач с использованием синтезированного исходного контура и прямозубых передач с конхоидальной линией зацепления. Кроме того, будем проводить сравнение критериев работоспособности зубчатых передач с синтезированным исходным контуром и эвольвентных передач с углом профиля  $\alpha = 20^{\circ}$ . Для конхоидальных зубчатых передач [2]

$$f_1 = \rho \sin \alpha - a; \quad f_2 = \rho \sin \alpha; \quad \Omega_2 = \frac{a}{\sin^2 \alpha}, \quad (18)$$

где  $\alpha$  – текущий угол профиля исходного контура;  $\rho$  – радиус окружности, которой очерчен исходный контур;  $a$  – расстояние центра окружности от начальной прямой исходного контура.

При  $\alpha_{\max} = 30^{\circ}, \alpha_0 = 20^{\circ}, f_{1\max} = 1$  значения  $a$  и  $\rho$  равны:  $a = 2,165, \rho = 6,330$ .

В таблицах 1, 2 даны сравнительные данные критериев работоспособности синтезированной, конхоидальной и эвольвентной передач с числом зубьев шестерни  $Z_1 = 20$ , числом зубьев колеса –  $Z_2 = 80$ .

Таблица 1 – Сравнительные данные синтезированных и конхоидальных передач

$f_1$	$\frac{\theta_c}{\theta_k}$	$\frac{h_{u1k}}{h_{u1c}}$	$\frac{h_{u2k}}{h_{u2c}}$	$\frac{K_{зк}}{K_{зс}}$	$\frac{h_{Мсс}}{h_{Мск}}$	$\frac{\Delta P_k}{\Delta P_c}$	$\frac{dA_{1k}}{dA_{1c}}$	$\frac{dA_{2k}}{dA_{2c}}$
1	1,44	1,59	1,70	1,53	1,33	1,17	1,96	1,46
-1	1,60	1,94	1,80	1,56	1,41	1,23	1,60	1,47

Таблица 2 – Сравнительные данные синтезированных и эвольвентных передач

$f_1$	$\frac{\theta_c}{\theta_e}$	$\frac{h_{u1e}}{h_{u1c}}$	$\frac{h_{u2e}}{h_{u2c}}$	$\frac{K_{зе}}{K_{зс}}$	$\frac{h_{Мсс}}{h_{Мсе}}$	$\frac{\Delta P_e}{\Delta P_c}$	$\frac{dA_{1e}}{dA_{1c}}$	$\frac{dA_{2e}}{dA_{2c}}$
1,0	3,39	5,81	10,75	4,27	2,99	2,22	3,85	7,14
0,5	1,63	2,08	2,53	1,89	1,51	1,39	1,79	2,17
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
-0,5	2,23	4,00	2,94	2,70	1,96	1,56	3,03	2,22
-0	20,05	166,67	28,57	18,52	8,81	4,35	58,82	10,00

Примечание к таблицам 1 и 2. Критерии работоспособности синтезированных передач отмечены индексом "с", конхоидальных – "к", эвольвентных – "е".

Из таблиц следует, что критерии работоспособности синтезированных передач существенно выше критериев конхоидальных и эвольвентных передач. При приближении к полюсной линии значения критериев работоспособности всех передач отличаются друг от друга в меньшей мере, а на полюсной линии они равны между собой.

#### Выводы:

1. Разработана методика синтеза исходного контура высоконагруженных зубчатых передач.
2. Синтезирован исходный контур с применением разработанной методики, и проведен сравнительный анализ критериев работоспособности синтезированных, конхоидальных и эвольвентных зубчатых передач.

**Список литературы:** 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріально-го синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство* – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганськ. Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 3. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидной линией зацепления // *Надежность и качество зубчатых передач*. НИИ Информтязмаш. – 18–67–106, 1967. – С.1-8. 4. Tokoly P., Bosansky M., Vanya A. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer // *Вісник національного технічного університету "ХПІ"*, Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.10-19. 5. Трение, изнашивание, смазка. Справочник в 2-х кн. // *Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина*. – М.: Машиностроение, 1978. – Кн.1 – 400с., 1979. – Кн.2 – 338с. 6. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464с. 7. Коднир Д.С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 304с.

Поступила в редакцию 28.04.11