

Выводы:

1. В связи со статистической природой возмущающих факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность элементов пакетного редуктора, значение основных его конструктивных параметров не являются однозначно определенными.

2. Представлена методика системного вероятностного расчета трехступенчатых пакетных редукторов и формулы для их расчета на прочность по основным критериям их работоспособности с учетом флуктуации возмущающих факторов, влияющих на их несущую способность.

Список литературы: 1. Абдуллаев А.И., Давидов Г.Ш., Наджафов А.М., Гамидов Н.Р. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. Международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону/Россия, 2003. – С.14-17. 2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480с. 3. Маркин Ю.С. Надежность зубчатых передач / Ю.С. Маркин, П.П. Лезин, Н.И. Пителина; Под ред. Лезина П.П. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2002. – 305с. 4. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. – М.: Высшая школа, 1988. – 237с. 5. Снесарев Г.А. Расчёт редукторов на надёжность // Вестник машиностроения – 1982. – №4. – С.34-43; №5. – С.49-53; №6. – С.49-52; №7. – С.45-48; №8. – С.45-47.

Поступила в редколлегию 07.05.11

УДК 539.3

Н.Б. НЕГРОБОВА, викладач-стажист каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м Харків
М.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. кафедри ТММ і САПР НТУ "ХПІ"
М.М. ТКАЧУК, молодший науковий співробітник каф. КГМ
ім. О.О. Морозова НТУ "ХПІ"

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН З ВИТЯГНУТИМИ КОНТАКТНИМИ ОБЛАСТЯМИ

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямів запропоновано загальну постановку контактної задачі. Здійснено параметризацію задачі відносно геометричних розмірів контактуючих тіл та радіусів їх кривизни. Проілюстрована поведінка розмірів контактних зон і розподілу контактного тиску при контактній взаємодії тіл з близькими радіусами.

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложено общую постановку контактной задачи. Осуществлено параметризацию задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и радиусов их кривизны. Проиллюстрировано поведение размеров контактных зон и распределение контактного давления при контактном взаимодействии тел с близкими радиусами.

General formulation of contact problem was proposed for the bodies with the close radius of curvature along one of the main directions. Geometric dimensions of the contacting bodies and the curvature radius were parameterized. Behavior of contact zones and the distribution of contact pressure during the contact interaction of the bodies with close radius was illustrated.

Вступ. Аналіз контактної взаємодії є дуже розвинуеною областю механіки деформованого твердого тіла [1, 2]. Для визначення контактних зон та розподілу контактного тиску застосовуються різні методи: модель Герца [3], метод граничних елементів (МГЕ) [4], метод скінчених елементів (МСЕ) [5]. Вони мають свої переваги та недоліки [1], які проявляються у тому числі за різних геометричних форм поверхонь, уздовж яких здійснюється контакт деталей машин.

Постановка задачі. Ставиться задача аналізу контактної взаємодії деталей машин з різними кривизнами поверхонь, які перебувають у контакті.

Контактна взаємодія елементів машинобудівних конструкцій здійснюється через поверхні різної геометричної форми. При цьому гладкі поверхні забезпечують або початковий (у ненавантаженому стані) контакт через площадки ненульової площі (тобто через частини поверхонь узгодженої, конгруентної форми), або точковий. За деяких додаткових припущень останній варіант локально досить точно описується моделлю Герца. Крім того, можливий також варіант лінійчастого початкового контакту тіл. Його можна розглядати, наприклад, як перехідний випадок при дослідженні контакту параболоїду Π_2 з напівпростором Π_1 (див. рисунок 1). Якщо збільшувати головні радіуси кривизни R_1, R_2 у точці первинного контакту параболоїду з напівпростором, одночасно спрямовуючи їх до нескінченності, то у граничному випадку матимемо контакт поверхонь узгодженої форми (два напівпростори). Якщо ж при цьому зафіксувати, наприклад, R_1 , збільшуючи R_2 , то у граничному випадку отримаємо контакт циліндричного тіла з напівпростором, який реалізується у ненавантаженому випадку через лінію.

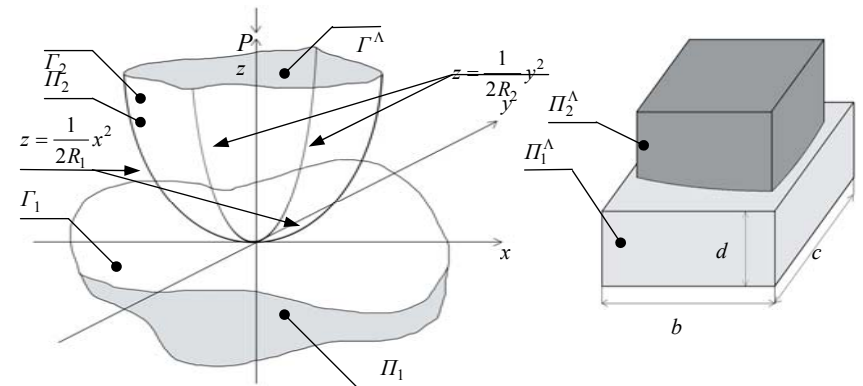


Рисунок 1 – Контактна взаємодія напівпростору Π_1 (гранична площина $\Gamma_1 - z = 0$) з тілом Π_2 , обмежений параболоїдом Π_2 , а також контакт їх обмежених областей Π_1^A і Π_2^A

Розглядаючи описану модельну контактну задачу у термінах кривизн ($r_1 = 1/R_1, r_2 = 1/R_2$), можна записати згадані випадки так: $r_1 = r_2 = 0$ – контакт узгоджених поверхонь; $r_1 = 0, r_2 \neq 0$ – лінійчастий контакт; $r_1 \neq 0, r_2 \neq 0$ – точковий контакт. Якщо при ненульових $r_1 \leq r_2 \equiv r$ ввести параметр $\alpha = r_1/r_2 \in [0;1]$, то виникає задача дослідження контактної задачі при $\alpha \rightarrow 0$. При цьому важливо зазначити, що поведінка розв'язку цієї задачі при скінченному α і про нульовому його значенні відомі. Таким чином, потрібно визначити якраз тенденцію у поведінці, наприклад, максимального контактного тиску p_{\max} як функції параметру α в околиці нуля.

Метод розв'язання задачі. Враховуючи, що насправді мова йде про розв'язання саме модельних задач, варто також розглянути і випадки, які мають більш практичне значення. Це стосується скінченності розподілів контактуючих тіл у плані. Для машинобудівних конструкцій це величини скінченні. Тому у розгляд потрібно ввести ще й параметр $\beta = b \cdot r$, який масштабує розміри тіла в плані до характерного геометричного параметра. Таким чином, потрібно розглядати ще й параметричну залежність $p_{\max}(\beta)$. Оскільки можна заздалегідь прогнозувати, що при малих α розміри контактної плями будуть великі, і вона вийде за межі тіла розміром b , то, відповідно, класична "герцівська" залежність p_{\max} від α спотвориться. Отже, з'являється ще й третій параметр γ , який описує ступінь відхилення "обрізаної" плями від випадку герцевського контакту. Наприклад, якщо взяти за цей параметр відношення b до розміру плями при контакті з необмеженим тілом, то при $\gamma \rightarrow 0$ та при $\gamma \rightarrow \infty$ маємо граничні випадки, причому перший представляє значно більший інтерес. Звичайно, введена параметризація не є вичерпною. Проте дослідження розподілу контактного тиску та $p_{\max} = p_{\max}(\alpha, \beta, \gamma)$ дає змогу визначити характерні тенденції контактної взаємодії при контакті по витягнутих площадках. При цьому контактні задачі були розв'язані різними методами (модель Герца, метод граничних елементів, метод скінченних елементів).

При цьому із застосуванням МСЕ задача зводиться до мінімізації функціоналу

$$I(u) = \frac{1}{2} \int_{(I_1, I_2)} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(u) dv - \int_{\Gamma^\Lambda} P_i u_i d\Gamma \rightarrow \min, \quad (1)$$

де σ, ε – компоненти тензорів напружень і деформацій; u_k, P – компоненти вектора переміщень та навантажень.

Тут

$$\int_{(\Gamma^\Lambda)} P_z d\Gamma = P, \quad (2)$$

де P – загальна сила притискання другого тіла до першого.

Обмеженнями буде умова

$$u_z^1 - u_z^2 \leq \delta = \frac{1}{2R_1} x^2 + \frac{1}{2R_2} y^2. \quad (3)$$

Із застосуванням метода граничних елементів розв'язувальна система рівнянь виглядає наступним чином (див. рисунки 2, 3):

$$\begin{cases} u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) + h(x, y) = \delta_1 + \delta_2, S_1(x, y) \\ \text{і } S_2(x, y) - \text{в контакті;} \\ u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) + h(x, y) > \delta_1 + \delta_2, S_1(x, y) \\ \text{і } S_2(x, y) - \text{поза зоною контакту;} \end{cases} \quad (4)$$

$$u_z(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) &= \left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \right) \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta = \\ &= \frac{1}{\pi E^*} \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sum_{m_c \in N_c} C_{n_c m_c} p_{m_c} - \delta = h_{n_c}, n_c \in N_c; \\ \sum_{m_c \in N_c} \frac{\sqrt{3}}{2} c^2 p_{m_c} = P. \end{cases} \quad (7)$$

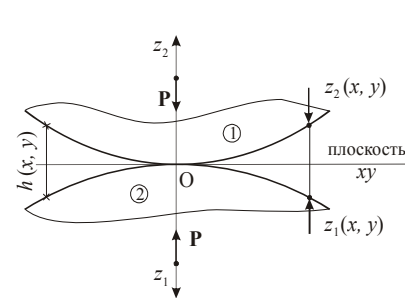


Рисунок 2 – Кінематика контактної взаємодії тіл 1 і 2

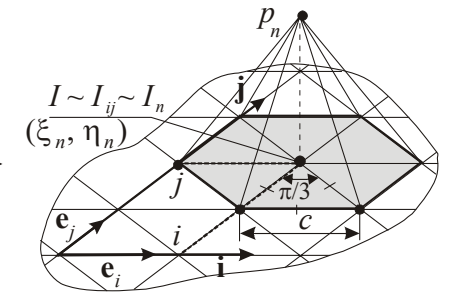


Рисунок 3 – Базові функції для апроксимації шуканого розподілу контактного тиску

У співвідношеннях (7) C_{nm} – коефіцієнти впливу, які дорівнюють переміщенню у вузлі m при дії одиничного розподілу ($p_n = 1$) контактної тиску, зосередженого навколо вузла n (див. рисунок 3).

Модель Герца (див. рисунок 4) дає змогу визначити для випадку контакту двох параболоїдів розподіл контактної тиску по еліпсу з напівосями a, b та його максимальне значення:

$$\sigma|_{z=0} = \frac{3P}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab}. \quad (8)$$

Наведені моделі МСЕ, МГЕ дають можливість визначити розподіл контактної тиску при різноманітних наборах параметрів α, β, γ тощо. Отже, з'являється інструмент аналітичних і числових досліджень. Це дає змогу ставити задачу і досліджувати аналіз впливу різних чинників на розподіл контактних зон і тиску, зокрема, при взаємодії тіл з різко відмінними радіусами кривизни у двох головних напрямках.

Тестова задача. Розв'язується задача про контакт плоского тіла з частиною параболоїда (див. рисунок 5). Розміри тіла: $b=0,015\text{м}$, $c=0,025\text{м}$, $d=0,01\text{м}$ (див. рисунок 1). Притискне зусилля – 100Н.

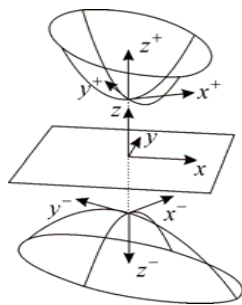


Рисунок 4 – До контакту двох параболоїдів

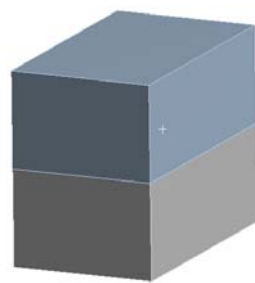


Рисунок 5 – Контакт плоского тіла з частиною параболоїда

Один із радіусів кривизни тіла P_2^Δ (див. рисунок 1) зафіксований і дорівнює 100м. Другий радіус змінюється: $R_2/R_1 = \alpha = \text{var}$. Зміна радіусу R_2 призводить (див. рисунок 6) до суттєвої зміни конфігурації контактної плями. Вона з ростом співвідношення α збільшується у напрямі більшого радіусу кривизни, а розподіл контактної тиску стає більш вирівняним на більшій частині плями (на відрізках, паралельних більшій напівосі). За деякої величини притискної сили та радіусу R_2 контактна пляма виходить на периферію конта-

ктуючих тіл (у даному випадку – при $\alpha > 30$). Розв'язання даної задачі здійснено за допомогою методу скінченних елементів.

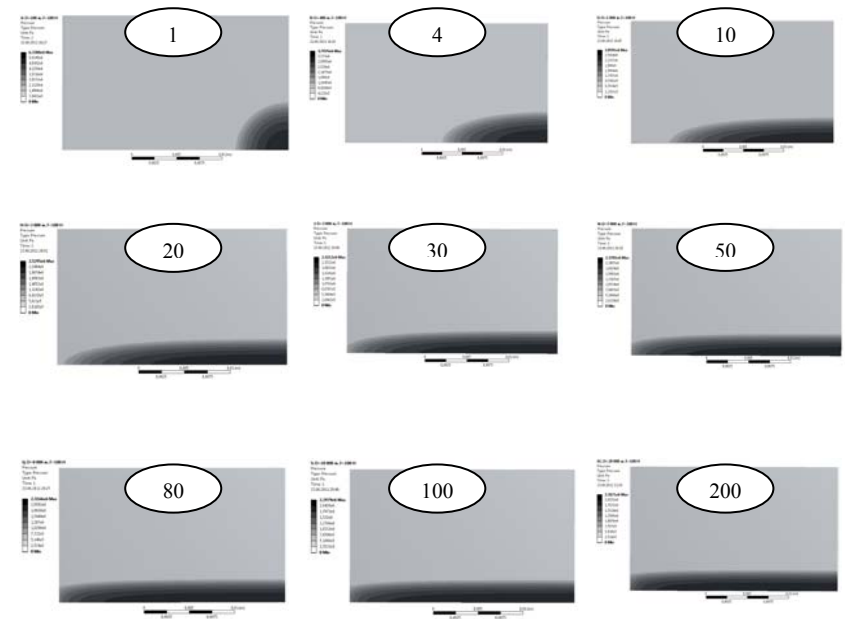


Рисунок 6 – Розподіл контактної тиску при різних співвідношеннях радіусів кривизни тіла P_2^Δ (див. рисунок 1)

Висновки. Одержані сімейства контактних плям та розподілів контактної тиску свідчать про швидко прогресуюче зростання розмірів плями з ростом одного із радіусів кривизни. У подальших дослідженнях планується установити за допомогою методу скінченних елементів, метода граничних елементів та моделі Герца шукані залежності розмірів цих плям та максимального контактної тиску від геометричних та силових параметрів в досліджуваній механічній системі.

Список літератури: 1. Джонсон К. Механика контактної взаємодії. – М.: Мир, 1989. – 509с. 2. Галин Л.А. Контактні задачі теорії еластичності та в'язкоеластичності. – М.: Наука, 1980. – 303с. 3. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. Math. – 1881. – Vol. 92. – S.156-171. 4. Крауч С. Методи граничних елементів в механіці твердого тіла. – М.: Мир, 1987. – 328с. 5. Стренг Э. Теорія метода кінцевих елементів. – М.: Мир, 1977. – 349с.

Надійшла до редакції 31.05.11