

УДК 621. 9

**Э.А. СИМСОН**, д-р техн. наук,  
**С.А. НАЗАРЕНКО**, канд. техн. наук,  
**И.Д. ПРЕВО**, Харьков, Украина

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Розглянуті математичні моделі та методи чисельних досліджень високо навантажених елементів деяких технологічних систем. Представлена динамічна модель ультразвукової системи технологічного призначення. Для процесу розкочування розроблена математична модель, що дозволяє прогнозувати напружено-деформований стан інструменту.

Рассмотрены научно обоснованные математические модели и численные методы анализа элементов некоторых технологических систем. Представлена динамическая модель ультразвуковой системы технологического назначения. Для процесса раскатки разработана модель, позволяющая прогнозировать напряженно-деформируемое состояние инструмента.

Mathematical model of construction elements of the technological system is presented. The analysis of spectrum of frequencies and modes of vibrations of sonotrodes of ultrasonic welding is conducted. For the process of ring-rolling mathematical model using finite element method to predict the stress-deformed state of the tool was developed.

**Постановка проблеми.** Интенсификация рабочих процессов, усложнение конструктивных форм, применение новых материалов и технологий обуславливают потребность в создании совершенных математических моделей элементов технологических систем, унифицированных для различных объектов техники закономерностей, уравнений состояния [1, 2]. Увеличение производительности компьютеров, повышение эффективности вычислений (за счет сетевых Internet-технологий, многопроцессорности и параллелизации) содействовало интеграции вычислительных технологий для инженерного анализа

виртуальных испытаний технологических систем [3]. Целью работы являлась разработка научно обоснованных математических моделей и численно-аналитических методов анализа высоконагруженных элементов технологических систем.

**Задача анализа элементов технологических систем**, как правило, сводится к решению систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Структуру уравнений определяет тип исследуемого процесса, состав системы, граничные условия, нагрузки и условия сопряжения. Обобщенное уравнение движения различных математических моделей (от одномерной до трехмерной) запишем следующим образом

$$A[\vec{V}]_+ D[\vec{V}]_+ C[\vec{V}]_+ \vec{f} = 0 \quad (1)$$

где  $A$  - оператор приведенных «жесткостных» характеристик;  $\vec{v}(\vec{x}, t)$  - обобщенный вектор (функция) перемещений,  $\vec{x}$  - координатный вектор;  $t$  - время,  $D$  – приведенный «инерционный» оператор;  $C$  – оператор диссипативных сил. Реальные эксплуатационные режимы моделируются нагрузками  $\vec{f} = \vec{f}(\vec{x}, t)$ , которые зависят от характера взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), а также от возможного контакта с другими элементами в структуре системы.

Возможности классических методов, основывающихся на решении системы уравнений в частных производных краевых задач математической физики (1), ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения уравнения (1) на произвольный виртуальный  $z$  из пространства  $Z$  гладких «обобщенных перемещений», удовлетворяющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Например, для случая статики задача (1) приводится к вариационному уравнению, справедливому для всех кинематически допустимых  $z$ :

$$a_h(y, z) \equiv (\overline{A}_h y, z) = (f, z) \quad (2)$$

или в случае контактного взаимодействия тел с гладкими поверхностями к вариационному неравенству:

$$(\bar{A}_h y, z - y) \geq (f, z - y), \quad \forall z \in G, \quad (3)$$

где  $\bar{A}$  – расширение по Фридрихсу оператора краевой задачи;  $a_h(y, z)$  – соответствующая положительно определенная и непрерывная билинейная форма,  $(f, z)$  – линейная силовая форма,  $G$  – множество, задаваемое условиями непроникновения. Вариационные задачи или неравенства приводятся к проблеме минимизации функционалов. Для случая (2) ищется безусловный минимум, а для случая (3) – минимум на множестве  $G$  в пространстве функций  $y$ . Под функцией варьируемых параметров  $h$  понимаются характеристики физико-механических свойств материалов, геометрические размеры и др.. Соотношения метода конечных элементов (МКЭ), считающегося наиболее мощной, универсальной и распространенной технологией расчета, приводят к матричной алгебраической проблеме.

**Математическое моделирование технологических систем.** В отличие от машиностроительных конструкций технологические системы вибрационной техники проектируются на работу в резонансе как основном функциональном режиме [4]. Проектирование ультразвуковых систем связано с рассмотрением конструкции: «генератор – преобразователь – концентратор – инструменты – наконечники – среда». Применение объемных КЭ позволяет описывать элементы систем пространственной формы и трехмерного электрического и напряженно-деформированного полей

$$K_{yy} \vec{y} + K_{y\varphi} \vec{\varphi} - \omega^2 M \vec{y} = 0; \quad K_{y\varphi}^T \vec{y} + K_{\varphi\varphi} \vec{\varphi} = 0, \quad (4)$$

где  $K_{yy}$ ,  $K_{y\varphi}$ ,  $K_{\varphi\varphi}$  – соответственно матрицы жесткости; пьезоэлектрической связи; диэлектрической проницаемости,  $M$  – матрица масс системы.

Для ультразвуковой сварки, резки и заделки используются соноотроды, являющиеся пассивными резонансными элементами системы и предназначенные для передачи волновой энергии от преобразователя к поверхностям деталей. Их конфигурации отличаются разнообразием, обусловленным широкой номенклатурой свариваемых изделий. На этапе проектирования соноотродов надо обеспечить настройку конструкции (с

учетом автоподстройки генератора) в “рабочий резонанс”, отстроившись от паразитных частот  $\omega^-$  и  $\omega^+$

$$\omega_p \leq \omega^* + \Delta\omega^*, \quad \omega_p \geq \omega^* - \Delta\omega^*, \quad \omega^- \leq \omega^* - \Delta\omega, \quad \omega^+ \geq \omega^* + \Delta\omega.$$

В зависимости от способа ввода колебаний в изделие резонансная мода движения должна характеризоваться однородным распределением нормальной или касательной составляющей перемещений на излучающей ультразвуком поверхности, что связано с качеством получаемого шва. К дополнительным требованиям относятся максимизация коэффициента полезного действия установок; заданный коэффициент усиления перемещений на рабочем торце, циклическая прочность, низкий уровень потерь энергии на внутреннее трение; габаритные, компоновочные и конструктивные ограничения и другое. Примеры результатов расчета форм перемещений и полей интенсивностей динамических напряжений (представлены тоновой заливкой) ножевого сонотрода, соответствующих различным собственным частотам, представлены на рис. 1 и 2.

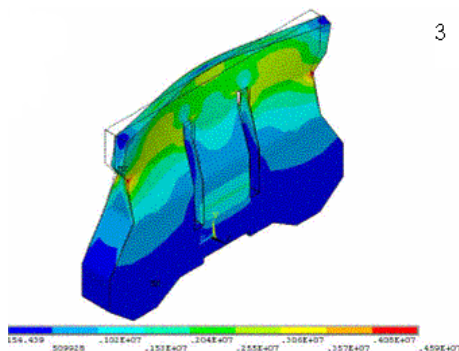


Рисунок 1 – 3-я собственная форма колебаний

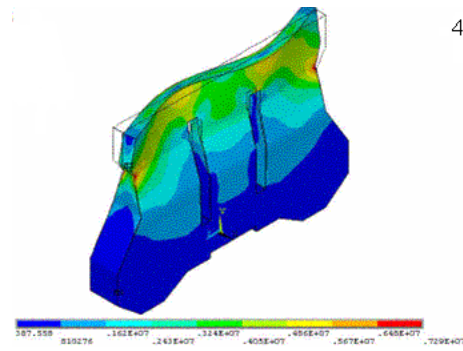


Рисунок 2 – 4-я собственная форма колебаний

Раскатка относится к методам обработки металлов давлением и основана на использовании свойств пластичности материалов. Раскатка профильных элементов деталей по сравнению с их нарезанием имеет следующие преимущества: повышение производительности труда, точности и долговечности обрабатываемых деталей; экономия металла;

уменьшение расходов на инструмент; экономия производственных площадей [5].

К достоинствам данного вида обработки можно причислить улучшенную макроструктуру металла после деформаций за счет его проработки (появляется возможность заменять марки материалов за счет повышения механических характеристик), отсутствие перерезанных волокон и высокий коэффициент использования материала [6]. Точность профильных элементов, изготовленных раскаткой, часто не ниже точности, получаемой резанием [7]. Недостатком использования раскатки являются повышенные нагрузки на оправку, поэтому актуальным является создание и изучение новых технологических схем, позволяющих снизить нагрузки на инструмент и расширить номенклатуру производимых изделий.

Для технологий раскатки, связанных с формоизменением деформируемых тел, конечным этапом теоретических исследований является решение соответствующей контактной задачи теории пластичности элементов механико-технологических систем. Рассмотрим модель технологической системы изготовления кольца подшипника (рис. 3), состоящей из контактирующих между собой на общих участках поверхности конструктивных элементов: оправки, заготовки кольца, ролика. Характерной особенностью процесса является сложное напряженное состояние в связи с наличием постоянно смещающегося по спирали к периферии заготовки локального очага деформации и присутствием внеконтактной деформации. В процессе раскатки одновременно увеличивается диаметр отверстия и наружный диаметр поковки за счет уменьшения толщины ее стенки.

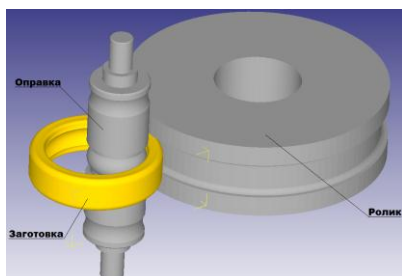


Рисунок 3 – Расчётная модель процесса раскатки кольца подшипника



Рисунок 4 – Поле эквивалентных напряжений на поверхности оправки

Жесткость деформируемого тела заготовки кольца намного меньше жесткости контактирующих с ней твердых материалов оправки и ролика. Поэтому заготовка кольца рассматривалась как упруговязкопластично деформируемое тело, оправка и ролик привода как абсолютно жёсткие тела, т. е. контактная задача с проскальзыванием может рассматриваться как жестко-податливая. Математическое моделирование процесса раскатки проводилось с помощью МКЭ в постановке объемного напряженно-деформированного состояния в рамках инкрементального подхода Лагранжа-Эйлера. Учет свойств материалов раскатного инструмента и заготовки осуществлялся при поддержке диаграмм деформирования для характерных скоростей деформирования. Параметры процесса раскатки были заданы в соответствии с операционной картой.

На величину показателя появляющихся на поверхности контакта сил трения оказывает влияние ряд обстоятельств: физико-химическое состояние поверхности раскатного инструмента, состояние поверхности и химический состав заготовки, температура деформации, скорость относительного скольжения и наличие смазывающе-охлаждающей жидкости. Максимальная интенсивность напряжений находилась в зонах перехода сферической части инструмента в цилиндрическую и составляла  $\sigma_{max} = 1820$  МПа (рис. 4).

**Выводы.** Результаты исследований показали, что математическое моделирование МКЭ достоверно воспроизводит технологические процессы раскатки и ультразвуковой сварки. Дальнейшим направлением исследований является применение методов анализа чувствительности сложных конечноэлементных моделей и современных методов оптимизации при выборе рациональных параметров технологических процессов обработки.

**Список использованных источников:** 1. Тимофеев Ю.В. Обобщенная структура жизненного цикла машиностроительного производства и его изделий / Ю.В. Тимофеев, В.А. Фадеев, М.С. Степанов, С.А. Назаренко // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ «ХПІ». – 2009. – № 1. – С. 86-95. 2. Грабченко А.И. Система моделирования рабочих процессов интегрированных технологий. / А.И. Грабченко, В.Л. Доброскок, С.И. Чернышов // Сучасні технології у машинобудуванні: – Харків, НТУ «ХПІ». – 2007. – С. 236-268. 3. Степанов М.С. Разработка метода междисциплинарной оптимизации механико-

технологических систем / М. С. Степанов, С. А. Назаренко, Н. С. Скворцов // Вісник Національного технічного університету „Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ “ХПІ”. – 2010. – № 24.– С. 32-40. **4.** Асташев В. К. О нелинейной динамике ультразвуковых технологических процессов и систем / В. К. Асташев // Научно-технический журнал «ВНТР», Национальная Технологическая Группа.– М: 2007.– №2. – С. 123-127. **5.** Капланов В. И. Динамика и трибоника высокоскоростной тонколистовой прокатки. Мировая тенденция и перспектива / В. И. Капланов.– Мариуполь: Изд-во Рената, 2008. – 456с. **6.** Sidorov J. Microstructural and crystallographic aspects of conventional and asymmetric rolling processes / J. Sidorov, A. Miroux, R. Petrov, L. Kestens // Acta materials. – 2008. – 56, № 11. – P. 2495-2507. **7.** Медведев В. С. Математическое моделирование прокатки в фасонных калибрах в среде MathCAD / В.С. Медведев, А.Н. Маслений // Авиационно-космическая техника и технология. – Харьков, ХАИ, 2009. – № 2 (59). – С. 32–35.

**Bibliography (transliterated):** **1.** Timofeev Ju. V. Obobshhennaja struktura zhiznennogo cikla mashinostroitel'nogo proizvodstva i ego izdelij / Ju.V. Timofeev, V.A. Fadeev, M.S. Stepanov, S.A. Nazarenko // Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu „Harkivs'kij politehničnij institut». – Harkiv, NTU “HPI”. – 2009. – № 1. – S. 86-95. **2.** Grabchenko A.I. Sistema modelirovanija rabochnih processov integrirovannyh tehnologij. / A.I. Grabchenko, V.L. Dobroskok, S.I. Chernyshov // Suchasni tehnologij u mashinobuduvanni: – Harkiv, NTU «HPI». – 2007. – S. 236-268. **3.** Stepanov M.S. Razrabotka metoda mnogodisciplinarnoj optimizacii mehaniko-tehnologičeskijh sistem / M. S. Stepanov, S.A. Nazarenko, N.S. Skvorcov // Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu „Harkivs'kij politehničnij institut». – Harkiv, NTU “HPI”. – 2010. – № 24.– S. 32-40. **4.** Astashev V. K. O nelinejnoj dinamike ul'trazvukovyh tehnologičeskijh processov i sistem / V. K. Astashev // Nauchno-tehničeskij zhurnal «VNTR», Nacional'naja Tehnologičeskaja Gruppya. – M: 2007.– №2. – S. 123-127. **5.** Kaplanov V.I. Dinamika i tribonika vysokoskorostnoj tonkolistovoj prokatki. Mirovaja tendencija i perspektiva / V.I. Kaplanov. – Mariupol': Izd-vo Renata, 2008. – 456s. **6.** Sidorov J. Microstructural and crystallographic aspects of conventional and asymmetric rolling processes / J. Sidorov, A. Miroux, R. Petrov, L. Kestens // Acta materials. – 2008. – 56, № 11. – R. 2495-2507. **7.** Medvedev V.S. Matematičeskoe modelirovanie prokatki v fasonnyh kalibrah v srede MathCAD / V.S. Medvedev, A.N. Maslenyj // Aviacionno-kosmičeskaja tehnik i tehnologija. – Har'kov, HAI, 2009. – № 2 (59). – S. 32–35.