

УДК 681. 523 (075. 8) : 681. 513. 3

Г.И. КАНЮК, докт. техн. наук, проф., декан, зав. каф., УИПА, Харьков
С.Ф. АРТЮХ, докт. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ», Харьков
М.А. ПОПОВ, маг., УИПА, Харьков

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ
ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТУРБОКОМПРЕССОРНОГО
АГРЕГАТА**

Разработана конкретизированная уточненная математическая модель САР производительности турбокомпрессорного агрегата, которая может полезно использоваться для анализа динамических процессов в САР, проведения вычислительных экспериментов.

Ключевые слова: САР, турбокомпрессорный агрегат, паровая турбина, электрогидравлический исполнительный механизм.

Designed concretized refined mathematical model of the performance of ATS turbo unit, model can be useful for the analysis of dynamic processes in the CAP of the computational experiments.

Keywords: SAR, turbocompressor unit, steam turbine, an electro-actuator.

Розроблено конкретизована уточнена математична модель САР продуктивності турбокомпресорного агрегату, яка може корисно використовуватися для аналізу динамічних процесів в САР, проведення обчислювальних експериментів.

Ключові слова: САР, турбокомпресорний агрегат, парова турбіна, електрогідравлічний виконавчий механізм.

Введение

В работах [1 – 5] сформулированы основные направления решения научно-технической задачи повышения точности САР производительности турбокомпрессорных агрегатов доменных печей с целью повышения качества выплавляемого чугуна, снижения затрат энергии и топлива на выпуск продукции. Эти направления заключаются:

– в усовершенствовании конструкции электрогидравлического исполнительного механизма путем использования прецизионных электрогидравлических усилителей (сервоклапанов) с высокой полосой пропускания;

– в обеспечении непосредственной связи штока гидравлического сервомотора с системой регулирующих клапанов за счет повышения давления в гидросистеме;

– в синтезе прецизионных быстродействующих регуляторов на основе современных методов теории автоматического управления (мультипликативного и модального управления, обратных задач динамики, компенсации отрицательного влияния нелинейных характеристик исполнительного механизма на точность воспроизведения заданных режимов работы).

Принципиальная схема усовершенствованной конструкции электрогидравлического исполнительного механизма приведена на рис.1.

Для исследования статических и динамических характеристик САУ и синтеза эффективных законов управления необходима разработка математической модели, отражающей основные рабочие процессы и характеристики исполнительного механизма и объекта управления и удовлетворительно согласующейся с результатами экспериментальных исследований. Разработке такой модели посвящена настоящая работа.

Объектом управления рассматриваемой САУ является турбокомпрессорный агрегат, включающий центробежный компрессор и паровую турбину с системой регулирующих клапанов. Исполнительный механизм (см. рис.1) включает пропорциональный электрогидравлический усилитель (сервоклапан) и гидродвигатель (сервомотор), шток которого соединен с траверсой клапанной коробки. В соответствии с предложенной конструкцией строилась структура математической модели.

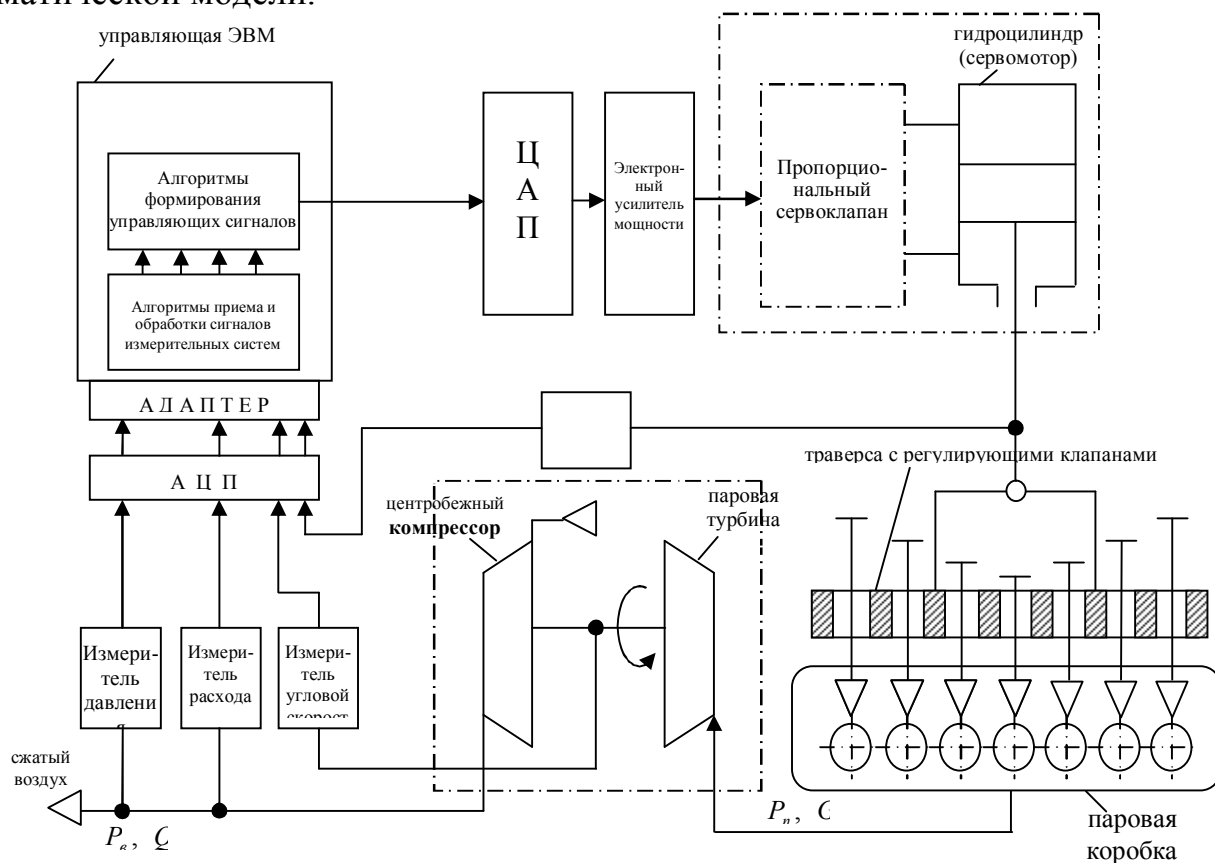


Рис. 1. Обобщенная принципиальная схема усовершенствованной ЭГСР производительности турбокомпрессорного агрегата

1. Центробежный компрессор

Мощность, потребляемая охлаждаемым компрессором, может быть определена по формуле [6].

$$N_e = \frac{GLuL_k}{\eta_{из.к}}, \text{ Вт}, \quad (1)$$

где $G = \rho Q$ – массовый расход воздуха, нагнетаемого компрессором (массовая производительность компрессора), кг/с; ρ – плотность воздуха, кг/м³; Q – объемный расход воздуха, нагнетаемого компрессором (объемная производительность компрессора), м³/с;

$$L_{изк} = C_p T_H \ln \frac{P_K}{P_H} + \frac{C_K^2 - C_H^2}{2} - \quad (2)$$

удельная изотермическая работа компрессора, Дж/кг; C_p – удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении, Дж/(кг·К); T_H – температура воздуха на входе в компрессор, К; P_H и P_K – давления воздуха на входе и на выходе из компрессора, Па; C_H и C_K – скорости воздуха на входе и на выходе из компрессора, м/с.

Уравнение сплошности (неразрывности) потока воздуха, проходящего через компрессор, может быть представлено в формах:

$$\begin{aligned} G &= G_H = G_K; \\ \rho_H Q_H &= \rho_K Q_K; \\ \rho_H C_H S_H &= \rho_K C_K S_K; \end{aligned} \quad (3)$$

где $G_H, Q_H, \rho_H, S_H, G_K, Q_K, \rho_K, S_K$ – массовые и объемные расходы, плотности воздуха, площади сечений патрубков, соответственно, на входе и на выходе из компрессора.

Связь между термодинамическими параметрами состояния воздуха (плотности, давления, температуры) на входе и выходе из компрессора определяется уравнениями состояния

$$\begin{aligned} \rho_H &= P_H / (Z_H R T_H); \\ \rho_K &= P_K / (Z_K R T_K); \end{aligned} \quad (4)$$

С другой стороны мощность, потребляемая компрессором (1) может быть выражена через частоту вращения ω и крутящий момент $M_{кр}$ на его валу, определяемые режимом работы приводной турбины.

$$N_e = \omega M_{кр}; \quad (5)$$

Уравнения (1) – (4) представляют собой математическую модель центробежного компрессора, определяющую основные связи между рабочими параметрами компрессора и параметрами нагнетаемого воздуха.

Для решения задачи оптимизации системы управления из модели (1) – (4) необходимо получить функциональную зависимость между регулируемой величиной (объемным расходом воздуха на выходе из компрессора Q_K) и входными величинами (частотой вращения ротора ω и крутящим моментом $M_{кр}$). Представляя последовательно выражения (4) в (3), (3) – в (2), (2) и (5) – в (1), получаем

$$\omega M_{кр} = \frac{\rho_K}{\eta_{из}} \left\{ \left(C_p T_H \ln \frac{\rho_K}{\rho_H} \cdot \frac{Z_K}{Z_H} \cdot \frac{T_K}{T_H} \right) Q_K + 0,5 \left[\frac{1}{S_K^2} - \left(\frac{\rho_K}{\rho_H S_H} \right)^2 \right] Q_K^2 \right\} \quad (6)$$

В уравнении (6) начальные параметры воздуха T_H и P_H и геометрические параметры компрессора S_H , S_K известны; значения температуры T_K и давления P_K на выходе из компрессора, без учета гидравлических и тепловых потерь, могут считаться равными давлению и температуре воздуха в доменной печи, определяемым заданным режимом ее работы; значения плотности воздуха на входе и выходе из компрессора определяются уравнениями состояния (4); степень сжатия воздуха в компрессоре P_K / P_H и изотермический КПД $\eta_{из}$ могут быть представлены как функции объемной подачи компрессора Q_K и частоты вращения ротора ω путем аппроксимации экспериментальных характеристик компрессора

$$\begin{aligned} P_K / P_H &= f_1(Q_K, \omega); \\ \eta_{из} &= f_2(Q_K, \omega). \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, функция (6) может быть представлена в виде

$$\omega M_{кр} = \frac{P_K}{Z_K R T_K f_2(Q_K, \omega)} \left\{ \left(C_p T_H \ln \frac{\rho_K}{\rho_H} \cdot \frac{Z_K}{Z_H} \cdot \frac{T_K}{T_H} \right) Q_K + 0,5 \left[\frac{1}{S_K^2} - \left(\frac{\rho_K}{\rho_H S_H} \right)^2 \right] Q_K^2 \right\} \quad (8)$$

2. Паровая турбина

Задачей математического моделирования паровой турбины является установление функциональной взаимосвязи между частотой вращения ротора турбокомпрессорного агрегата (ω), крутящим моментом на его валу ($M_{кр}$), определяющими функцию регулируемой величины – объемной производительности компрессора Q_K (8) и выходными параметрами электрогидравлической системы регулирования – перемещениями штока гидродвигателя и регулирующих клапанов, расходом, давлением и температурой пара на входе в турбину.

Уравнение вращательного движения ротора турбокомпрессорного агрегата может быть представлено в виде

$$J_{нр} \dot{\omega} + M_{тр} + M_{упр} = M_n \quad (9)$$

где $J_{нр}$ – приведенный момент инерции ротора, складывающийся из моментов инерции роторов турбины, компрессора и соединительной муфты, $кг \cdot м^2$; $M_{тр}$ – суммарный момент трения в опорах ротора, $Н \cdot м$; $M_{упр}$ – упругий момент, обусловленный упругой деформацией ротора и соединительной муфты, $Н \cdot м$; M_n – суммарный паровой момент, развиваемый в рабочих ступенях турбины.

Момент трения складывается из суммарных моментов сухого и жидкостного трения в опорах и может быть представлен в виде [7]

$$M_{тр} = M_{см} + M_{жст} = |M_{см} \text{sign}\{\omega\} + k_{жст} \omega \quad (10)$$

где $M_{см}$ – абсолютное значение суммарного момента сухого трения, $Н \cdot м$; $k_{жст}$ – приведенное суммарное значение коэффициента жидкостного трения, $Н \cdot м / (рад/с)$.

Момент, обусловленный упругой деформацией ротора может быть определен выражением

$$M_{упр} = C_{св}(\varphi_k - \varphi_T) \quad (11)$$

где φ_k и φ_T - углы поворота вала компрессора и турбины, *рад*; (использование выражения (11) предполагает, что собственные угловые деформации валов компрессора и турбины незначительны, а упругий момент обусловлен, главным образом, упругими деформациями соединительной муфты).

Суммарный паровой момент на валу турбины, может быть представлен как сумма моментов, создаваемых в регулирующей ступени (M_n^{pez}) и в рабочих ступенях (M_n^{pab})

$$M_n = M_n^{pez} + M_n^{pab} \quad (12)$$

Момент, развиваемый в регулирующей ступени, определяются произведением газодинамической силы, создаваемой струей пара, выходящей из сопловой решетки $F_{2\partial}^{pez}$ на средний (корневой) диаметр регулирующей ступени (d_k^{pez}).

$$M_n^{pez} = F_{2\partial}^{pez} \cdot d_k^{pez} \quad (13)$$

Результирующая гидродинамическая сила, действующая со стороны потока пара, выходящего из сопловой решетки может быть определена по формуле [6]

$$F_{2\partial}^{pez} = 0,5 C_{2\partial} \rho_n^{pez} S_\alpha V_n^{pez^2} \quad (14)$$

где $C_{2\partial}$ - коэффициент гидродинамической силы, определяемый экспериментально;

$$\rho_n^{pez} = P_n^{pez} / (Z_n P_n T_n^{pez^2}) - \quad (15)$$

плотность пара при соответствующих значениях его температуры T_n и давления P_n на выходе из сопловой решетки, *кг/м³* ;

R_n - газовая постоянная пара,

$$S_\alpha = S_\lambda \cos \alpha -$$

площадь проекций рабочей лопатки на плоскость, нормальную к направлению гидродинамической силы (к направлению оси сопловой решетки), *м²* ; α - угол между направлением оси сопловой решетки и касательной к поверхности лопатки в точке ее пересечения с направлением оси решетки, *рад*; V_n - скорость потока пара на выходе из сопловой решетки, *м/с*.

Скорость V_n выражается через массовый расход пара G_n , поступающего в регулируемую ступень

$$V_n^{pez} = G_n / \rho_n^{pez} S_{cp} , \quad (16)$$

где S_{cp} - площадь сечения выходных каналов сопловой решетки, *м²* , а также через скорость потока пара на входе в сопловую решетку [6]

$$V_n^{pez} = \varphi \left[2\Delta h_0 (1 - \theta) + V_{no}^2 \right]^{0,5} , \quad (17)$$

где φ – коэффициент скорости, вычисляемый по соотношению [6]

$$\varphi = (1 - \xi)^{0,5},$$

ξ – коэффициент потерь сопловой решетки, вычисляемый по рекомендациям, приведенным в [6];

Δh_0 – изоэнтропный теплоперепад ступени, m^2/c^2

$$\theta = \Delta h_{cp} / \Delta h_0 -$$

степень реактивности по среднему диаметру;

Δh_0 – располагаемый теплоперепад рабочей решетки на среднем диаметре, m^2/c^2 ;

$$V_{no} = G_n / \rho_{no} S_{cp}^0 - \quad (18)$$

скорость потока пара на входе в сопловую решетку, m/c ;

Соответственно,

$$\rho_{no} = P_{no} / (Z_{no} R_n T_{no}) - \quad (19)$$

и S_{cp}^0 – плотность потока пара и площадь сечения каналов на входе в сопловую решетку.

Паровой момент, развиваемый в рабочих ступенях, определяется произведением давления пара в рабочих ступенях $P_n^{раб}$ на их суммарную эффективную площадь $S_{раб}^{эф}$

$$M_n^{раб} = P_n^{раб} + S_{раб}^{эф} \quad (20)$$

Давление пара в рабочих ступенях $P_n^{раб}$ может быть определено из условия равенства полных удельных энергий (напоров) пара при условии полного торможения его потока при переходе из регулирующей ступени в рабочую

$$\frac{P_n^{рег}}{\rho_n^{рег} g} + \frac{V_n^{рег}{}^2}{2g} = \frac{P_n^{раб}}{\rho_n^{раб} g};$$

$$P_n^{рег} = P_n^{рег} \frac{\rho_n^{раб}}{\rho_n^{рег}} + 0,5 \rho_n^{раб} V_n^{рег}{}^2. \quad (21)$$

Давление пара в регулирующей ступени равно разности давления пара P_{n0} на входе в регулирующую ступень (в сопловую решетку) и потерь давления в сопловой решетке ΔP_{cp}

$$P_n^{рег} = P_{n0} - \Delta P_{cp}, \quad (22)$$

где

$$\Delta P_{cp} = \zeta_{cp} \frac{\rho_{no}}{2} V_{no}^2 = 0,5 \zeta_{cp} G_n^2 / S_{cp}^0{}^2, \quad (23)$$

ζ_{cp} – суммарный коэффициент гидравлических потерь сопловой решетки.

Подставляя последовательно выражения (19) - (14) в (13) и (23) - (21) в (20), получим следующие формулы для паровых моментов

$$M_n^{pez} = 0,5C_{20}d_K^{pez} \frac{S_\alpha}{S_{cp}\rho_n^{pez}} G_n^2 = K_{mn}^{pez} G_n^2 / \rho_n^{pez}, \quad (24)$$

где $K_{mn}^{pez} = 0,5C_{20}d_K^{pez} \frac{S_\alpha}{S_{cp}};$ (24)

$$\begin{aligned} M_n^{pab} &= \left\{ \frac{\rho_n^{pab}}{\rho_n^{pez}} (P_{no} - 0,5\zeta_{cp} G_n^2 / S_{cp}^2) + 0,5 \frac{\rho_n^{pab}}{\rho_n^{pez2}} G_n^2 \right\} d_K^{pez} = \\ &= \frac{\rho_n^{pab}}{\rho_n^{pez}} d_K^{pez} P_{no} + \left(0,5 \frac{\rho_n^{pab}}{\rho_n^{pez} S_{cp}^2} - 0,5 \frac{\zeta_{cp}}{S_{cp}^2} \right) d_K^{pez} G_n^2 = \\ &= K_{mnp}^{pab} P_{no} + K_{mnG}^{pab} G_n^2, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$K_{mnp}^{pab} = \rho_n^{pab} d_K^{pez} / \rho_n^{pez};$$

$$K_{mnG}^{pab} = 0,5 \left(\rho_n^{pab} / \rho_n^{pez} S_{cp}^2 - \zeta_{cp} / S_{cp}^2 \right).$$

$$M_n = K_{mn}^{pab} P_{no} + (K_{mnG}^{pab} + K_{mn}^{pez} / \rho_n^{pez}) G_n^2 = K_{mn}^{pab} P_{no} + K_{mn\Sigma} G_n^2, \quad (26)$$

где

$$K_{mn\Sigma} = K_{mnG}^{pab} + K_{mn}^{pez} / \rho_n^{pez}.$$

С учетом выражений (10), (11) и (26) уравнение динамики ротора турбокомпрессора (9) запишется в виде

$$J_{np} \ddot{\phi}_k + |M_{cm}| \text{sign}\{\dot{\phi}_k\} + k_{эсм} \dot{\phi}_k + C_{св} (\phi_k - \phi_T) = K_{mnp}^{pab} P_{no} + K_{mn\Sigma} G_n^2. \quad (27)$$

3. Электрогидравлический исполнительный механизм системы автоматического регулирования

Модели электрогидравлического усилителя.

В работе [1] показано, что для всех типов гидродвигателей, используемых в быстродействующих прецизионных ЭГСП, целесообразно использовать пропорциональные электрогидравлические усилители (сервоклапаны), в частности – выпускаемые научно-производственным предприятием «Теплоавтомат» (г.Харьков), с полосой пропускания до 120 – 200 Гц.

В работе [7] разработаны детальные математические модели сервоклапанов, но при этом отмечается, что математическое описание динамики сервоклапанов целесообразно представлять в виде структурных моделей, составленных из комбинаций типовых динамических звеньев САУ.

В результате исследований установлено, что экспериментальные частотные характеристики электромеханических преобразователей сервоклапанов УЭГ.С во всем диапазоне рабочих частот удовлетворительно описываются передаточной функцией последовательно соединенных апериодического и колебательного звеньев

$$W_{эmn}(S) = \frac{X_э(S)}{U_y(S)} = \frac{K_{эmn}}{(T_эS + 1)(T_M^2 S^2 + 2\xi_M T_M S + 1)}, \quad (28)$$

где $K_{эмп} = \frac{X_3^{\max}}{U_y^{\max}}$, м/В – статистический коэффициент передачи ЭМП; $X_3, м$

– перемещение золотника сервоклапана; $U_y, В$ – управляющее напряжение на входе в ЭМП; $T_э$ и $T_м$ – электрическая постоянная времени ЭМП и механическая постоянная времени золотника, с; $\xi_м$ – коэффициент относительного демпфирования золотника.

На рис. 2, 3 и 4 приведены результаты экспериментальных исследований (эксперименты проводились на стендах предприятия разработчика – НПП «Теплоавтомат») и вычислительных экспериментов (расчеты АФЧХ, соответствующих передаточной функции (28)) при различных значениях параметров.

Из результатов исследований следует, что в диапазоне частот до 30-40 Гц удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных характеристик обеспечивается при представлении модели ЭМП апериодическим звеном с диапазоном значений $T_э = (0,39-1,4) \cdot 10^{-3} с$ (в зависимости от типоразмера сервоклапана):

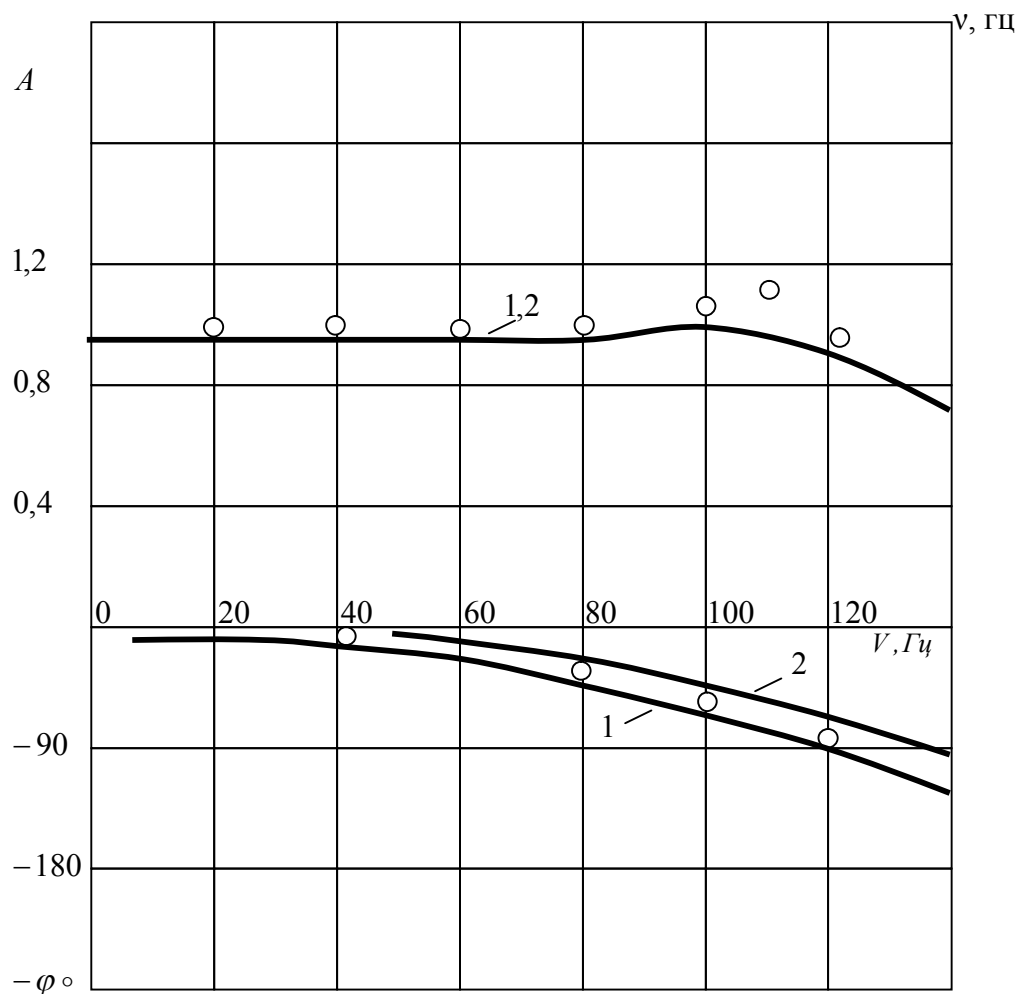


Рис. 2. Частотные характеристики сервоклапана УЭГ.С-63:

о – эксперимент: 1 – $T_э = 3,9 \cdot 10^{-4} с$; $T_м = 1,33 \cdot 10^{-3} с$; $\xi_м = 0,5$, расчет

2 – $T_э = 0$; $T_м = 1,33 \cdot 10^{-3} с$; $\xi_м = 0,5$, расчет

$$T_3 \dot{X}_3 + X_3 = K_{эмн} U_y, \quad (29)$$

В диапазоне частот от 40 до 100 Гц частотные характеристики ЭМП удовлетворительно описываются моделью колебательного звена

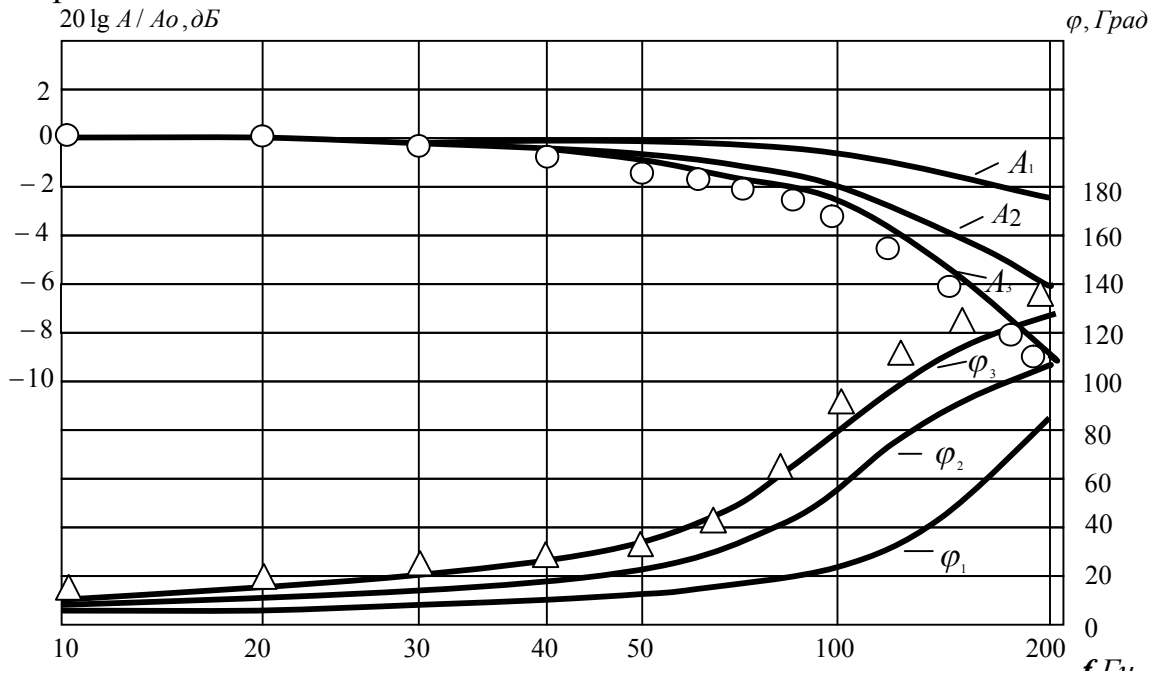


Рис.3. Представление математической модели сервоклапана УЭГ.СВ-100 типовыми динамическими звеньями

о – АЧХ, эксперимент; Δ – ФЧХ, эксперимент

А – АЧХ, расчет; φ – ФЧХ, расчет: 1 – аperiodическое звено, $T_a=4,2 \cdot 10^{-3}$ с, 2 – колебательное звено, $T_k=6,2 \cdot 10^{-3}$ с, $\xi_k=1$; 3 – последовательное соединение аperiodического ($T_a=2 \cdot 10^{-3}$ с) и колебательного ($T_k=6 \cdot 10^{-3}$ с, $\xi_k=1$) звеньев.

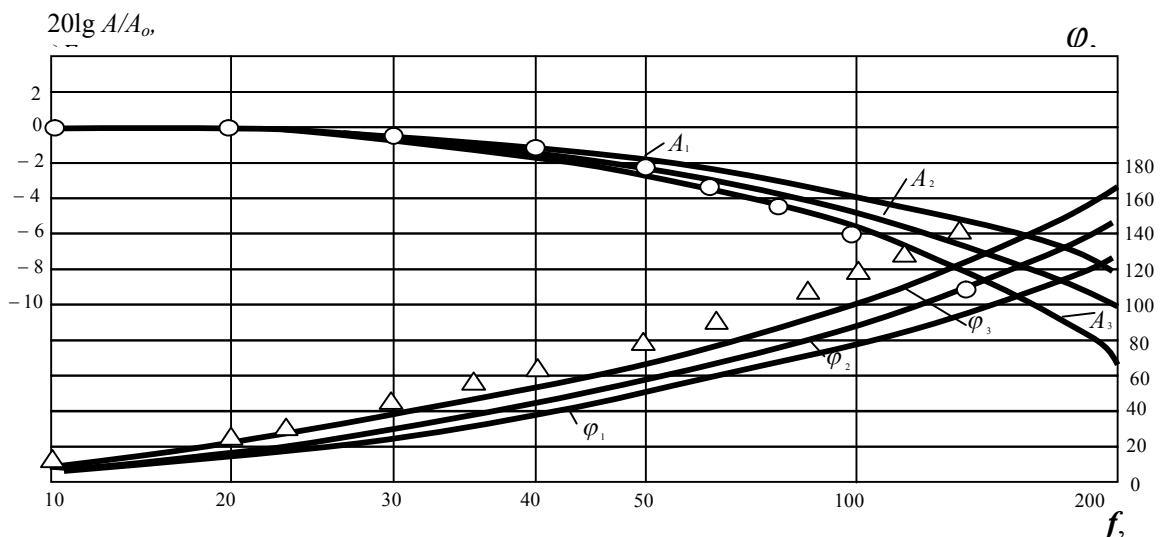


Рис. 4. Представление математической модели сервоклапана

УЭГ.СВ-200 типовыми динамическими звеньями: о – АЧХ, эксперимент; Δ – ФЧХ, эксперимент: А – АЧХ, расчет; φ – ФЧХ, расчет: 1-аperiodическое звено, $T_a=14 \cdot 10^{-3}$ с, 2 – колебательное звено, $T_k=7 \cdot 10^{-3}$ с, $\xi_k=1,2$; 3 – последовательное соединение аperiodического ($T_a=2 \cdot 10^{-3}$ с) и колебательного ($T_k=7 \cdot 10^{-3}$ с, $\xi_k=1,2$) звеньев.

$$T_M^2 \ddot{X}_3 + 2\xi_M T_M \dot{X}_3 + X_3 = K_{эмп} U_y, \quad (30)$$

при значениях $T_M = (1,33 - 7) \cdot 10^{-3}$ с. и $\xi_M = 1$

При более высоких частотах необходимо использовать модель (28), образованную последовательным соединением аperiodического и колебательного звеньев.

Модели гидродвигателя.

В работе [7] разработан и представлен иерархический ряд обобщенных математических моделей гидродвигателей всех типов, предназначенных для различных этапов и задач исследований.

Исходная модель гидродвигателя поступательного движения (гидроцилиндра), расчетная гидравлическая схема которого [7] приведена на рис.

5, включает уравнения баланса расходов через полости гидродвигателя

$$\begin{cases} Q_{з\partial 1} = S_n \frac{dX_n}{d\tau} + C_{з\partial y} P_{з\partial 1} + C_{з\partial n} (P_{з\partial 1} - P_{з\partial 2}) + \left(\frac{V_{з\partial 1}}{\chi} + \frac{F_n^2}{C_{он}} \right) \frac{dP_{з\partial 1}}{d\tau}, \\ Q_{з\partial 2} = (S_n - S_{шт}) \frac{dX_n}{d\tau} + C_{з\partial y} P_{з\partial 2} + C_{з\partial n} (P_{з\partial 1} - P_{з\partial 2}) + \\ + \left(\frac{V_{з\partial 2}}{\chi} + \frac{F_{шт}^2}{C_{он}} \right) \frac{dP_{з\partial 2}}{d\tau}, \end{cases} \quad (31)$$

и уравнения движения выходного звена (поршня) с приведенной к нему нагрузкой

$$\begin{aligned} S_n P_{з\partial 1} - S_{шт} P_{з\partial 2} = & (m_{з\partial}^{np} + m_{оп}^{np}) \frac{d^2 X_n}{d\tau^2} + (K_{mp}^{з\partial} + K_{mp}^{оп}) \frac{dX_n}{d\tau} + \\ & + |(F_{см}^{з\partial} + F_{см}^{оп})| \text{sign} \left\{ \frac{dX_n}{d\tau} \right\} + C_{оп}^{np} X_n + F_{в}^{оп}. \end{aligned} \quad (32)$$

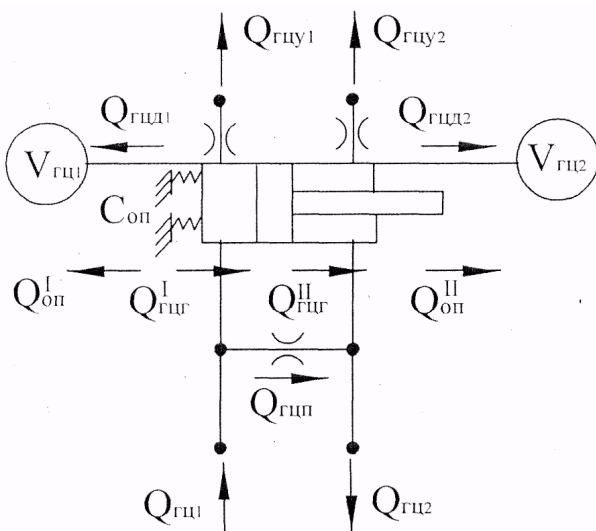


Рис.5. Расчетная гидравлическая схема гидродвигателя

В уравнениях (31) и (32) $Q_{з\partial 1}$ и $Q_{з\partial 2}$ – расходы рабочей жидкости через полости гидродвигателя, $м^3/с$; X_n – перемещение поршня, $м$; $P_{з\partial 1}$ и $P_{з\partial 2}$ – давления в рабочих полостях, $Па$; $V_{з\partial 1}$, $V_{з\partial 2}$, S_n , $S_{шт}$ – объемы и эффективные площади поршневой и штоковой полостей гидродвигателя, соответственно, $м^3$ и $м^2$; C_n и $C_{он}$ – приведенные значения жесткостей опор гидродвигателя и объекта регулирования, $Н/м$; $m_{з\partial}^{np}$ и $m_{оп}^{np}$ – приведенные массы выходного звена

гидродвигателя и объекта регулирования, k_2 ; $F_{ст}^{2\partial}$ и $F_{ст}^{op}$ – силы сухого трения в опорах гидродвигателя и объекта регулирования, H ; χ – адиабатический модуль упругости рабочей жидкости, $Па$; τ – время, $с$; F_{∂}^{op} – внешняя нагрузка, действующая на выходное звено гидродвигателя со стороны объекта регулирования, H .

Остальные параметры в уравнениях (31) и (32) представляют собой полуэмпирические коэффициенты (трения, утечек, перетечек), практические рекомендации по определению которых приведены в [7].

В работе [7] выполнены оценки влияния различных составляющих уравнений (31, 32) на динамические характеристики гидродвигателей, и на основе этой оценки построены упрощенные математические модели различных уровней, необходимые для структурно-параметрического синтеза алгоритмов управления. В частности, уравнения движения рабочего органа гидродвигателя, корпуса, установленного на упругих опорах и нагрузки (объекта управления) представлены в виде

$$I_n \ddot{X}_{\partial} + k_{жст\partial} \dot{X}_{\partial} + C_{св} X_{\partial} = (P_{2\partial_1} \Pi_{2\partial_1} - P_{2\partial_2} \Pi_{2\partial_2}) + C_{св} X_n \quad (33)$$

$$I_n \ddot{X}_n + k_{жстн} \dot{X}_n + (C_{св} + C_n) X_n = C_{св} X_{\partial} \quad (34)$$

$$I_n \ddot{X}_k + k_{жстк} \dot{X}_k + C_{оп} X_k = P_{2\partial_2} \Pi_{2\partial_2} - P_{2\partial_1} \Pi_{2\partial_1} \quad (35)$$

где $X_{\partial}, \dot{X}_{\partial}, \ddot{X}_{\partial}; X_n, \dot{X}_n, \ddot{X}_n; X_k, \dot{X}_k, \ddot{X}_k$ – выходные координаты (перемещения), скорости и ускорения рабочего органа гидродвигателя, нагрузки и корпуса (соответственно, линейные для гидродвигателей поступательного движения и угловые для гидродвигателей вращательного движения); I_{∂}, I_n, I_k – приведенные инерционные характеристики рабочего органа гидродвигателя, нагрузки и корпуса (соответственно, массы при поступательном движении и моменты инерции при вращательном движении); $k_{жст\partial}, k_{жстн}, k_{жстк}$ – коэффициенты жидкостного трения в опорах гидродвигателя, нагрузки и корпуса; $C_n, C_{св}, C_{оп}$ – приведенные жесткости нагрузки, связи гидродвигателя с нагрузкой и опор корпуса гидродвигателя (соответственно линейные и крутильные); $P_{2\partial_1}, P_{2\partial_2}$ – давления в напорной и сливной полостях гидродвигателя; $\Pi_{2\partial_1}, \Pi_{2\partial_2}$ – характерные параметры (эффективные площади или характерные объёмы) напорной и сливной полостей гидродвигателя;

Уравнения (33) - (35) в типовой динамической форме представляются в виде

$$T_{\partial}^2 \ddot{X}_{\partial} + 2\xi_{\partial} T_{\partial} \dot{X}_{\partial} + X_{\partial} = (K_{p_1}^{x\partial} P_{2\partial_1} - K_{p_2}^{x\partial} P_{2\partial_2}) + X_n, \quad (36)$$

$$T_n^2 \ddot{X}_n + 2\xi_n T_n \dot{X}_n + X_n = K_{x\partial}^{xn} X_{\partial}, \quad (37)$$

$$T_k^2 \ddot{X}_k + 2\xi_k T_k \dot{X}_k + X_k = K_{p_2}^{xk} P_{2\partial_2} - K_{p_1}^{xk} P_{2\partial_1}, \quad (38)$$

В уравнениях (36) - (38)

$$T_{\partial} = \sqrt{\frac{I_{\partial}}{C_{св}}}; T_H = \sqrt{\frac{I_H}{C_{св} + C_H}}; T_{\kappa} = \sqrt{\frac{I_{\kappa}}{C_{он}}};$$

$$\xi_{\partial} = \frac{k_{жст\partial}}{2T_{\partial}C_{св}}; \xi_H = \frac{k_{жст\partial}}{2T_H(C_{св} + C_H)}; \xi_{\kappa} = \frac{k_{жст\partial}}{2T_{\partial}C_{он}};$$

$$K_{p_1}^{x\partial} = \Pi_{2\partial_1}/C_{св}; K_{p_2}^{x\partial} = \Pi_{2\partial_2}/C_{св}; K_{x\partial}^{xH} = C_{св}/(C_H + C_{св});$$

$$K_{p_1}^{x\kappa} = \Pi_{2\partial_1}/C_{он}; K_{p_2}^{x\kappa} = \Pi_{2\partial_2}/C_{он};$$

– соответственно, постоянные времени, коэффициенты относительного демпфирования и статические коэффициенты передачи гидродвигателя, нагрузки и корпуса.

Уравнения (32) – (35), или (36) – (38) представляют собой исходную математическую модель для оценочных расчетов гидродвигателя (упрощенная модель первого уровня).

При достаточно больших значениях жесткостей опор гидродвигателей и в связи с нагрузкой и допущении о симметричности полостей гидродвигателя можно использовать, в зависимости от требований к динамическим характеристикам следующие упрощенные уравнения движения гидродвигателя

$$T_{\partial}^2 \ddot{X}_{\partial} + 2\xi_{\partial} T_{\partial} \dot{X}_{\partial} + X_{\partial} = K_p^{x\partial} \Delta P + X_H; \quad (39)$$

$$T_H^2 \ddot{X}_H + 2\xi_H T_H \dot{X}_H + X_H = K_{x\partial}^{xH} X_{\partial}; \quad (40)$$

$$T_{\kappa}^2 \ddot{X}_{\kappa} + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} \dot{X}_{\kappa} + X_{\kappa} = K_p^{x\kappa} \Delta P; \quad (41)$$

где

$$K_p^{x\partial} = K_{p_1}^{x\partial} = K_{p_2}^{x\partial} = \frac{\Pi_{2\partial_1}}{C_{св}}; K_p^{x\kappa} = K_{p_1}^{x\kappa} = K_{p_2}^{x\kappa} = \frac{\Pi_{2\partial_2}}{C_{он}}$$

или

$$T_{np}^2 \ddot{X}_H + 2\xi_{np} T_{np} \dot{X}_H + X_H = K_{p_{np}}^{xH} \Delta P \quad (42)$$

$$T_{\kappa}^2 \ddot{X}_{\kappa} + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} \dot{X}_{\kappa} + X_{\kappa} = K_p^{x\kappa} \Delta P \quad (43)$$

или

$$T_{np}^2 \ddot{X}_H + 2\xi_{np} T_{np} \dot{X}_H + X_H = K_{p_{np}}^{xH} \Delta P \quad (44)$$

где

$$\xi_{\partial} = \frac{k_{жст}^{np}}{2T_{np}C_H}; K_{p_{np}}^{xH} = \Pi_{2\partial}/C_H; \Delta P = P_{2\partial_1} - P_{2\partial_2}$$

4. Система регулирующих клапанов

Траверса с регулируемыми клапанами, находясь под воздействием давления пара, создает внешнюю нагрузку на шток гидравлического сервомотора. В исходном состоянии, когда фактическое значение расхода воздуха соответствует заданному (при отсутствии сигнала рассогласования на входе регулятора), шток

сервомотора неподвижен и клапаны прижаты к гнездам давлением пара, находящегося в паровой коробке (это давление равно давлению пара в паропроводе). При отклонении фактического значения расхода от заданного, шток сервомотора движется в соответствии с управляющим воздействием, вырабатываемым регулятором, и перемещает с собой траверсу. При этом траверса, поочередно поднимает тарелки клапанов, имеющие разную высоту расположения, и открывает каналы, обеспечивающие поступление пара из паровой коробки в сопла регулирующей ступени турбины. При этом на клапаны со стороны потока пара действует неуравновешенная газодинамическая сила, создающая соответствующую нагрузку на шток сервомотора. Конструктивная схема клапана приведена на рис. 6. При этом уравнение течения пара в проходных каналах клапана, гидродинамическая сила, действующая на затвор клапана и функция площади проходного сечения могут быть представлены выражениями [7]

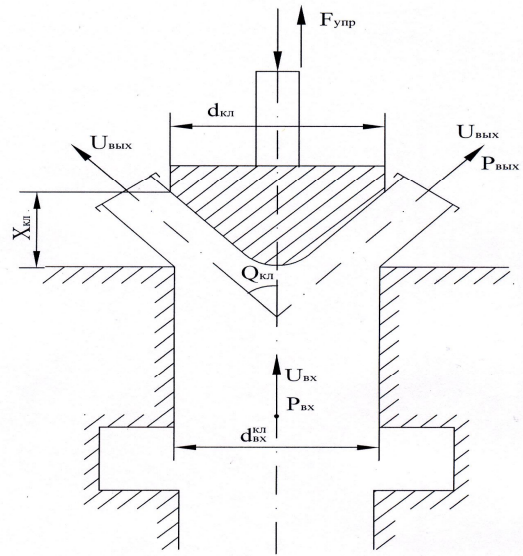


Рис. 6. Принципиальная схема клапана

$$F_{\text{зО}}^{\text{кл}} = (P_{\text{вх}}^{\text{кл}} - P_{\text{вых}}^{\text{кл}}) S_{\text{вх}} K_{\text{кл}},$$

где

$$K_{\text{кл}} = 1 - 8 \frac{\mu_{\text{кл}}^2 X_{\text{кл}}}{\mu_{\text{кл}} d_{\text{кл}}} \sin \theta_{\text{кл}} \cos \theta_{\text{кл}} + 32 \mu_{\text{кл}}^2 \frac{X_{\text{кл}}}{d_{\text{кл}}^2} \sin^2 \theta_{\text{кл}}.$$

Площадь поперечного сечения входного канала клапана $S_{\text{вх}}^{\text{кл}} = 0,25\pi d_{\text{вх}}^2$.

Площадь проходного сечения клапана $S_{\text{кл}}(X_{\text{кл}})$, в общем случае являющаяся функцией геометрических характеристик клапана, может быть определена при приближенной зависимости [8]:

$$S_{\text{кл}}(X_{\text{кл}}) = \pi d_{\text{вх}} X_{\text{кл}} \sin \theta_{\text{кл}}.$$

Эти выражения могут быть приведены к виду

$$F_{\text{зО}}^{\text{кл}} = (P_{\text{вх}}^{\text{кл}} - P_{\text{вых}}^{\text{кл}}) S_{\text{вх}} K_{\text{кл}}, \quad (45)$$

$$F_{\text{зО}}^{\text{кл}} = (P_{\text{вх}}^{\text{кл}} - P_{\text{вых}}^{\text{кл}}) \left(S_{\text{вх}} - K_1^{\text{кл}} X_{\text{кл}} + K_2^{\text{кл}} X_{\text{кл}}^2 \right), \quad (46)$$

где

$$K_{\text{QS}}^{\text{кл}} = \mu_{\text{кл}} \pi d_{\text{вх}} \sin \theta_{\text{кл}},$$

$$K_1^{\text{кл}} = 8 \frac{\mu_{\text{кл}}}{d_{\text{кл}}} \sin \theta_{\text{кл}} \cos \theta_{\text{кл}} S_{\text{вх}},$$

$$K_2^{\text{кл}} = 32 \mu_{\text{кл}}^2 \sin^2 \theta_{\text{кл}} \cos \theta_{\text{кл}} S_{\text{вх}} / d_{\text{кл}}^2,$$

Здесь $X_{кл}$ – перемещение регулирующего элемента клапана (величина смещения от исходного положения); $P_{вх}^{кл}$ и $P_{вых}^{кл}$ – давление пара в сечениях до и после регулирующего элемента клапана; $\mu_{кл}$ – коэффициент расхода клапана; $S_{вх} = 0,25\pi d_{вх}^2$ – площадь сечения канала перед входом в клапан.

С учетом последовательного срабатывания регулирующих клапанов (по мере поочередного поднятия их тарелок движущейся траверсой) интегральная функция расхода пара через клапаны может быть представлена в виде

$$Q_{кл} = \begin{cases} K_{QS}^{кл} X_{см} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} & \text{при } 0 \leq X_{см} \leq X_{кл_1}^{max} \\ K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} (X_{кл_1}^{max} - X_{см}) & \text{при } X_{кл_1}^{max} \leq X_{см} \leq X_{кл_2}^{max} \\ \dots \\ K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} (X_{кл_1}^{max} + \dots + X_{см}) & \text{при } X_{кл_{n-1}}^{max} \leq X_{см} \leq X_{кл_n}^{max} \end{cases} \quad (47)$$

В рассматриваемой конкретной системе, при наличии семи регулирующих клапанов, (см. рис. 1) из которых первый работает автономно, а остальные – последовательно – попарно (2-й – 3-й, 4-й – 5-й, 6-й – 7-й) функция расхода пара (47) примет вид

$$Q_{кл} = \begin{cases} K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} X_{см} & \text{при } 0 \leq X_{см} \leq X_{кл_1}^{max} \\ K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} (X_{кл_1}^{max} + 2X_{см}) & \text{при } X_{кл_1}^{max} \leq X_{см} \leq X_{кл_{2,3}}^{max} \\ K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} (X_{кл_1}^{max} + 2X_{кл_{2,3}}^{max} + 2X_{см}) & \text{при } X_{кл_{2,3}}^{max} \leq X_{см} \leq X_{кл_{4,5}}^{max} \\ K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} (X_{кл_1}^{max} + 2X_{кл_{2,3}}^{max} + 2X_{кл_{4,5}}^{max} + X_{см}) & \text{при } X_{кл_{4,5}}^{max} \leq X_{см} \leq X_{кл_{6,7}}^{max} \end{cases} \quad (48)$$

В линеаризованной в окрестности малых отклонений параметров математической модели САР, которая будет использоваться для структурно-параметрического синтеза регулятора, функция расхода пара может быть ограничена составляющей первого клапана, т.е.

$$Q_{кл} = K_{QS}^{кл} \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл})} X_{см}, \quad (49)$$

$$F_{\partial}^{кл} = (P_{вх}^{кл} - P_{вых}^{кл}) (S_{вх} - K_1^{кл} X_{кл} + K_2^{кл} X_{кл}^2), \quad (50)$$

Соответственно, значение массового расхода пара, входящее в уравнение вращательного движения ротора турбины (27), составит

$$G_n = \rho_n Q_{кл}, \quad (51)$$

где плотность пара определяется уравнением его термодинамического состояния

$$\rho_n = \rho_n(P_n, T_n) \quad (52)$$

В качестве уравнения состояния (52) для водяного пара может использоваться уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(P_n + a\rho_n^2\right)\left(\frac{1}{\rho_n} - b\right) = R_n T_n \quad (53)$$

где P_n, R_n, T_n – осредненные (взятые по сечениям на входе и на выходе из клапана) значения давления, температуры и газовой постоянной пара; a и b – константы Ван-дер-Ваальса.

Выражения (50), (51) и (53) являются замыкающими соотношениями для уравнения динамики ротора турбокомпрессора (27) и поршня гидравлического сервомотора (32).

Выводы

1. Разработана конкретизированная уточненная математическая модель САР производительности турбокомпрессорного агрегата, включающая модели центробежного компрессора, паровой турбины, блока регулирующих клапанов, гидравлического сервомотора, управляющего сервоклапана. Модель включает нелинейные функции процесса изотермического сжатия воздуха в компрессоре, уравнение вращательного движения ротора турбокомпрессора с учетом сил и моментов сухого и жидкостного трения, уравнения динамики гидродвигателя и золотника сервоклапана, нелинейные функции расхода пара через регулирующие клапаны.

2. На основе сравнения расчетных и экспериментальных частотных характеристик показано, что математическая модель электромеханического преобразователя сервоклапана в задачах данного класса может быть удовлетворительно представлена в виде последовательных комбинаций типовых динамических звеньев (пропорционального, апериодического, колебательного) с соответствующими значениями постоянных времени, коэффициентов передачи и демпфирования.

3. Показано, что для замыкания разработанной математической модели достаточно аппроксимации линейными или квадратичными функциями двух типовых экспериментальных характеристик компрессора - степени сжатия и изотермического КПД в зависимости от объемной производительности и частоты вращения ротора.

4. Разработанная модель может полезно использоваться для анализа динамических процессов в САР, проведения вычислительных экспериментов, а также для обоснованного построения упрощенных математических моделей, необходимых для структурно-параметрического синтеза регуляторов.

Список литературы: 1. *Канюк Г.И., Попов М. А., Кириченко Н.К.* Основные направления повышения показателей качества электрогидравлических систем автоматического регулирования производительности турбокомпрессорных агрегатов доменных печей // Вісник національного технічного університету „ХПІ”. Збірник наукових праць – Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ „ХПІ” – 2010. – №46. – с.70-74. 2. *Канюк Г.И., Попов М. А.* Проблемы повышения точности систем автоматического регулирования турбокомпрессорных агрегатов, используемых в доменном производстве // Матеріали VI Міжнар. наук.-практ. конф., 16-17 вересня 2010 р. «Наука в інформаційному просторі» Т.1: Наукові праці у галузях: біологія, медицина, геологія та географія, техніка.

Дніпропетровськ.: Біла К.О., 2010. – С.71-76. 3. *Канюк Г.И., Попов М. А.* Проблемы повышения точности систем автоматического регулирования турбокомпрессорных агрегатов // Сборник тезисов II-международной научно-технической конференции «Качество технологий – качество жизни». Украина. Судак. 15-19 сентября 2010 г.- С.81-82. 4. *Канюк Г.И., Попов М. А.* Основные направления повышения показателей качества электрогидравлических систем автоматического регулирования производительности турбокомпрессорных агрегатов доменных печей // Материалы XI научно-технической конференции молодых специалистов ПАО «АМК». – Алчевск. – 25 мая 2011. – с.57. 5. *Канюк Г.И., Попов М.А., Пугачева Т.Н., Кириченко И.К., Мисько А.Р.* Экспериментальные исследования систем автоматического регулирования производительности турбокомпрессорного агрегата доменной печи // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – Харьков. – 2011. – Вып.2/8 (50) . – с.20 – 25. 6. Тепловые и атомные электрические станции. Справочник/ Под общ. ред. Григорьева В.А. и Зорина В.М. // Теплоэнергетика и теплотехника – М.: Энергоиздат, 1982. – 624 с., ил. 7. *Канюк Г.И.* Модели и методы структурного и параметрического синтеза прецизионных электрогидравлических следящих систем автоматизированных испытательных стендов / Рукопись/ Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 05.13.07 – автоматизация процессов управления / Г.И. Канюк // Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт». – Харьков, 2009. 8. *Попов Д.Н.* Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем / Д.Н. Попов – М.: Машиностроение, 1976. – 424 с.

Поступила в редколлегию 13.09.2011

УДК 629.7.035.03-036.34

І.О. ЛАСТІВКА, канд. техн. наук, зав. каф., НАУ, Київ
К.В. ДОРОШЕНКО, асист., НАУ, Київ

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗРАХУНОК ПОТОКУ В РЕШІТЦІ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПРОФІЛІВ З ГАЗОДИНАМІЧНИМ УПРАВЛІННЯМ ОБТІКАННЯМ

Представлено результати чисельного розрахунку параметрів потоку в компресорній решітці з газодинамічним управлінням обтіканням та проведено порівняльний аналіз отриманих результатів з результатами експериментальних досліджень.

Ключові слова: чисельний розрахунок, компресорна решітка, газодинамічне управління.

Представлены результаты численного расчета параметров потока в компрессорной решетке с газодинамическим управлением обтеканием и проведен сравнительный анализ полученных результатов с результатами экспериментальных исследований.

Ключевые слова: численный расчет, компрессорная решетка, газодинамическое управление.

The results of numerical calculation of the flow parameters in the compressor grating with gas-dynamic flow control are given in the article. Results of numerical simulation and physical experiment are compared.

Key words: numerical calculation, compressor grating, gas-dynamic control

1. Вступ

Метод активного енергетичного впливу на потік повітря в компресорних решітках газотурбінних двигунів шляхом управління примежовим шаром на поверхнях аеродинамічних профілів і управління їх кромковими слідами є дієвим засобом вдосконалення характеристик компресорів. Усунення чи суттєве