

**Й.І. СТЕНЦЕЛЬ**, докт. техн. наук, проф. СНУ ім. В.Даля, Сєвєродонецьк  
**О.І. ШАПОВАЛОВ**, аспірант, СНУ ім. В.Даля, Сєвєродонецьк  
**А.В. ТОМСОН**, канд.техн.наук, ст. викл. СНУ ім. В.Даля, Сєвєродонецьк  
**А.С. ЯНШИНА**, студентка, СНУ ім. В.Даля, Сєвєродонецьк

## ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАГНІТОСТРИКЦІЙНОГО ЗАСОБУ КОНТРОЛЮ РІВНЯ РІДИННИХ СЕРЕДОВИЩ

У роботі наведено результати теоретичних досліджень магнітострикційного засобу контролю рівня рідинних середовищ методом реологічних перетворень. Показано, що процес перетворення ультразвукового сигналу збуджуючої котушки в електрорушійну силу струни хвилеводу описується інтегральною імпульсною дельта-функцією Дірака, що дозволяє описати цей процес аналітичними рівняннями.

The results of theoretical researches of magnetostrictive control device of liquid mediums' level by the method of rheological conversions are given in the work. It is shown that the transformation process of excitation coil's ultrasound signal in string electromotive force of waveguide that was described by Dirac integral impulse function can be described by the analytic equations.

**Вступ.** Одним з напрямків ультразвукового методу контролю рівня рідинних середовищ є магнітострикційний. Відомі магнітострикційні засоби контролю (МСЗК) рівня рідинних середовищ [1], які працюють за принципом вимірювання часу проходження ультразвуковим сигналом (УЗС) подвійної відстані від поверхні рідинного середовища (ПРС) до приймача УЗС та визначенні рівня за часом проходження ультразвуку. Теоретичних та експериментальних досліджень магнітострикційного методу контролю у зарубіжній і вітчизняній науковій літературі надзвичайно мало і в основному вони стосуються дослідженню деяких магнітострикційних параметрів як коефіцієнт магнітомеханічного зв'язку  $k$ , динамічної магнітострикційної сталої  $\alpha$ , відносної магнітної проникності  $\mu$ , магнітострикційного насичення  $\lambda_s$  і деяким іншим. Магнітострикційні перетворювачі (МСП) широко використовуються на підприємствах різних галузей народного господарства для неруйнівного контролю виробів, у дефектоскопії, а також для контролю рівня рідинних середовищ [2].

**Постановка задачі.** Оптимальні і близькі до оптимальних фізичні та геометричні параметри МСЗК, можуть бути отримані лише в результаті побудови та дослідження математичних моделей. Це системи рівнянь, які дозволяють простежити за процесом проходження сигналів по магнітострикційному хвилеводу. При математичному описанні електромагнітних процесів МСЗК у більшості випадках використовуються фундаментальні рівняння Максвелла у векторній формі, що характеризують

поле в кожній точці простору, як наприклад:  $rot\vec{H} = \gamma\vec{E} + \varepsilon\dot{\vec{D}}$ ,  $rot\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$ ,  $div\vec{D} = \rho$ ,  $div\vec{B} = 0$ , де  $\vec{B}$  – магнітна індукція  $вб/м^2$ ;  $\vec{H}$  – напруженість магнітного поля  $А/м$ ;  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля;  $\vec{D}$  – електрична індукція  $Кл/м$ ;  $\rho$  – об'ємна щільність електричного заряду  $Кл/м^3$ ;  $\sigma$  – питома електропровідність матеріалу  $Сім/м$ ;  $\varepsilon$  – діелектрична проникливість середовища та деякі інші. Так як пружна хвиля феромагнітного матеріалу супроводжується електромагнітним полем (ефект Віллари), то ці рівняння повинні виконуватися й при проходженні магнітострикційного імпульсу по струні хвилеводу. Перше рівняння Максвелла є узагальненням емпіричного закону Біо – Савара про збудження магнітного поля електричним струмом. При проходженні ультразвукової хвилі по струні хвилеводу, в ньому відбувається реологічні перетворення як: стискування, натягування, зміна форми та розмірів кожного елементарного об'єму матеріалу хвилеводу.

Математичні моделі МСП, які приводяться в науковій літературі, є недосконалими, так як вони не придатні до практичного використання. Як правило, рішення системи рівнянь Максвелла даються у загальному вигляді, що не дозволяє виконати розрахунки статичних характеристик і дослідження похибок вимірювального контролю. Враховуючи все більш широке використання МСЗК у промисловості, важливою задачею є розробка математичних моделей МСП, за допомогою яких можна оцінити статичні характеристики й точність вимірювального контролю рівня рідинних середовищ.

**Основна частина.** Магнітострикційні методи контролю засновані на взаємодії зовнішнього електромагнітного поля (ЕМП) з ЕМП струму, який наводиться в магнітострикційному матеріалі хвилеводу. Щільність струму залежить від геометричних та електромагнітних параметрів хвилеводу, а також від взаємного розташування хвилеводу і постійного магніту, який плаває на поверхні рідинного середовища [3]. Для наближеної оцінки глибини  $\delta$  проникнення електромагнітного поля в хвилевод можна використати наступну узагальнену формулу:

$$\delta = \sqrt{2 / \omega \mu_a \sigma}, \quad (1)$$

де  $\omega$  - кругова частота струму;  $\mu_a$  - абсолютна магнітна проникність,  $Гн/м$ ;  $\sigma$  - питома електрична провідність матеріалу хвилеводу,  $См/м$ . З [4] відомо, що абсолютна магнітна проникність  $\mu_a = dB / dH$ , де  $dB$  - зміна магнітної індукції;  $dH$  - зміна напруженості магнітного поля. Електрорушійна сила (ЕРС) у струні хвилеводу, яка обумовлена змінною магнітною індукцією

$$e = -w_n S \frac{dB}{dH} \cdot \frac{\partial H}{\partial t} = -w_n S \mu_a \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (2)$$

де  $w_n$  - кількість витків котушки збудження ультразвукових коливань (УЗК);  $S$  - поперечний перетин хвилеводу;  $\partial H / \partial t$  - зміна напруженості  $H$  збуджуючого поля в часі  $t$ .

З рівняння Фур'є для напруженості магнітного поля випливає, що зміна напруженості

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\text{rot } \vec{J}_{CT} - \nabla^2 \vec{H}}{\mu_a \sigma}, \quad (3)$$

де  $\vec{J}_{CT}$  - вектор щільності струму в струні хвилеводу;  $\vec{H}$  - вектор напруженості магнітного поля;  $\nabla^2$  - Лапласіан, який характеризує розподіл напруженості магнітного поля в хвилеводі за осями  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Якщо прийняти, що щільність струму в хвилеводі незначна і нею можна знехтувати, то рівняння (2) приймає вигляд

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_a \sigma} \cdot \nabla^2 \vec{H}. \quad (4)$$

Для хвилеводу основним лінійним параметром є його еквівалентний поточний радіус  $r$ . У цьому разі рівняння (4) приймає наступну форму

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_a \sigma} \frac{\partial^2 H}{\partial r^2}. \quad (5)$$

Прийmemo, що при  $r = r_C$ , де  $r_C$  - еквівалентний радіус струни хвилеводу, напруженість  $H_{0K}$ , яка створюється збуджуючою котушкою, дорівнює напруженості на поверхні струни хвилеводу, тобто  $H(r_C, t) = H_0$ . Тоді рівняння (5) має розв'язок у наступній формі

$$H(r, t) = H_{0K} \text{erf} \left[ 0,5r(\mu_a \sigma / t)^{1/2} \right]. \quad (6)$$

Якщо прийняти, що час  $t$  дорівнює періоду  $T$  коливань синусоїдального струму УЗК, то  $t = T = 2\pi f = 2\pi / \omega$ . Тоді рівняння (5) приймає вигляд

$$H(r, t) = H_{0K} \text{erf} \left[ 0,5r(\omega \mu_a \sigma / 2\pi)^{1/2} \right]. \quad (7)$$

Підставивши рівняння (1) в (7), одержуємо

$$H(r, t) = H_{0K} \text{erf} \left[ 0,5r \left( \frac{1}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\delta} \right] = H_0 \text{erf} \left( 0,282 \frac{r}{\delta} \right). \quad (8)$$

Диференціюючи рівняння (8), знайдемо другу похідну по напруженості магнітного поля. У результаті маємо

$$\frac{\partial^2 H(r, \delta)}{\partial r^2} = 0,08 H_{0K} \frac{r^2}{\delta^2} \text{erf} \left( 0,282 \frac{r}{\delta} \right). \quad (9)$$

Підставивши рівняння (6) в (4), одержуємо

$$e = \frac{w_n S}{\sigma} \frac{\partial^2 H}{\partial r^2}, \quad (10)$$

а з врахуванням (10) маємо

$$e = 0,08 H_{0K} \frac{r^2}{\delta^2} \frac{w_n S}{\sigma} \text{erf} \left( 0,282 \frac{r}{\delta} \right). \quad (11)$$

Підставимо рівняння (1) в (11) і прийmemo, що  $r = r_0$ . У результаті маємо

$$e = 0,04 H_{0K} R^2 \omega \mu_a w_n S \text{erf} \left( 0,2r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma} \right). \quad (12)$$

З рівняння (12) видно, що ЕРС  $e$ , яка обумовлена змінною магнітною індукцією, пропорційна початковій напруженості магнітного поля  $H_0$ , яку створює збуджуюча котушка. Відомо, що індуктивність циліндричної котушки  $L = \mu_a w_n^2 S / l$ , де  $\mu_a$  - магнітна стала котушки,  $w_n$  - кількість витків збуджуючої котушки;  $S$  - поперечний перетин котушки;  $l$  - довжина. Тоді рівняння (12) перетворимо таким чином

$$e = 0,04 H_{0K} \left( \pi R^2 l \right) \frac{\omega}{\pi w_n} \left( \frac{\mu_a w_n^2 S}{l} \right) \text{erf} \left( 0,2r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma} \right). \quad (13)$$

Якщо прийняти, що  $V_\delta = \pi r_0^2 l$  є об'ємом частини струни хвилеводу, яка знаходиться в магнітному полі котушки, то рівняння (13) можна записати в наступній формі

$$e = 0,04 H_{0K} V_\delta L \frac{\omega}{\pi w_n} \text{erf} \left( 0,2r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma} \right). \quad (14)$$

Таким чином, ЕРС, яка обумовлена змінною магнітною індукцією в котушці з хвилеводом, прямопропорційна їх індуктивності  $L$ , об'єму  $V_\delta$ , а також суттєво залежить від частоти  $\omega$  змінного струму і значно менше залежить від питомої електричної провідності  $\sigma$ .

В [5] вказується, що величина  $\delta$  відповідає загасанню напруженості магнітного поля за експоненціальним законом. Формула (1) дає завищені значення глибини проникнення, які тим ближчі до реального, чим більший узагальнюючий параметр  $\beta = r_0 \sqrt{\omega \mu_a \sigma}$ . Ураховуючи зазначене, рівняння (14) приймає такий вигляд

$$e = 0,04 H_{0K} V_\delta L \frac{\omega}{\pi w_n} \text{erf} (0,2\beta). \quad (15)$$

Якщо напруженість  $\vec{H}$  ЕМП змінюється в часі за синусоїдальним законом з круговою частотою  $\omega$ , то приходимо до рівняння Гельмгольца

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = -\text{rot } \vec{J}_{CT}, \quad (16)$$

де  $k^2 = j\omega\mu_a\sigma$  - є комплексним узагальнюючим параметром, який характеризує електромагнітні властивості струни хвилеводу.

З врахуванням (16) рівняння (14) набуває такої форми

$$e = 0,04H_{0K}V_{\partial}L\frac{\omega}{\pi w_n} \operatorname{erf}(0,2r_0k\sqrt{-j}). \quad (17)$$

З рівняння (16) видно, що узагальнюючий параметр  $k^2$  є зворотним до деякого геометричного параметра. Таким чином, рівняння (14), (15) і (17) показують, як може змінюватися ЕРС в струні хвилеводу, якщо змінюються його електромагнітні параметри.

У МСП протікають електромагнітні процеси, які супроводжуються перетвореннями напруженості магнітного поля. Нехай у деякій розглядуваній області ЕМП збуджуючої котушки існує неоднорідне фізичне тіло (струна хвилеводу). Неоднорідність розподілення потенціалу переносу  $\varphi(\vec{r}, \theta)$  електромагнітної енергії приводить до відхилення від стану рівноваги магнітного поля і є причиною виникнення потоків перенесення. У цій області має місце рух електромагнітної енергії, який характеризується полем швидкостей  $v(\vec{r}, \theta)$ , де  $\vec{r}$  - вектор направленості руху;  $\theta$  - час перенесення енергії. Джерела або стоки потенціалу перенесення  $\gamma$  характеризуються об'ємною напруженістю ЕМП  $H(\vec{r}, \theta)$ . Перенесення потенціала  $\varphi$  через поверхню розглядуваного об'єму (частини струни хвилеводу, яка знаходиться в магнітному полі збуджуючої котушки) складається з перенесення за рахунок руху та потоку електромагнітної енергії, який позначимо через  $q$ . Таким чином, вираз для сумарного електромагнітного потоку  $Q$  можна подати у вигляді

$$\bar{Q} = \bar{\varphi} \cdot \bar{v} + \bar{q}. \quad (18)$$

В інтегральній формі умова зберігання електромагнітного потенціалу для даного об'єму  $V$  струни хвилеводу має наступну форму

$$\int_V \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} dV = \oint_S Q d\vec{f} + \int_V \gamma dV, \quad (19)$$

де  $S$  - поверхня;  $d\vec{f} = \vec{n} d\zeta$  - елемент поверхні;  $\vec{n}$  - одиничний вектор елемента  $d\zeta$ .

Для довільного об'єму струни хвилеводу рівняння (19) буде наступним

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \operatorname{div} Q - \gamma = 0. \quad (20)$$

де  $\gamma$  - джерело потенціалу переносу ЕМП.

З врахуванням співвідношення (18) рівняння (20) приймає вигляд

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \operatorname{div}(\varphi, \bar{v}) = -\operatorname{div} \bar{q} + \gamma. \quad (21)$$

Якщо в розглядуваному об'ємі має місце електромагнітне перетворення, то, позначивши  $H(\vec{r}, \theta)$  - напруженість ЕМП,  $v_i(\vec{r}, \theta)$  - швидкість зміни ЕМП і  $\gamma(\vec{r}, t)$  - інтенсивність притоку енергії ЕМП в одиницю об'єму струни хвилеводу за одиницю часу  $t$ , рівняння перенесення приймає наступну форму

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} + \operatorname{div}(H, \bar{v}) = \operatorname{div}(k^2 \nabla H) + \gamma. \quad (22)$$

Рівняння (22) практично доповнює основне рівняння зміни ЕМП (5). Таким чином можна вважати, що вони є адекватними. Їх відмінність полягає в тому, що рівняння (22) враховує такі важливі фактори, як втрати (стік) електромагнітної енергії, що є надзвичайно важливим при дослідженні МСП. Нехай рух струни хвилеводу в ЕМП незначний у порівнянні зі зміною електромагнітного поля, тобто швидкість  $\bar{v}(\vec{r}, \theta) \rightarrow 0$ . Тоді рівняння перенесення напруженості ЕМП у струну хвилеводу приймає наступну форму

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = \operatorname{div}(k^2 \nabla H) + \gamma. \quad (23)$$

Якщо параметр  $k^2$  мало залежить від процесу перенесення, то рівняння (23) спрощується і приймає вигляд:

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k^2 \nabla^2 H + \gamma. \quad (24)$$

Припустимо, що в деякому елементарному об'ємі знаходиться збуджуюча котушка та струна хвилеводу, котрі в деякий момент часу  $t > 0$  пов'язуються ЕМП напруженістю  $H$ . При  $t \rightarrow \infty$  перехідний процес перенесення електромагнітної енергії збуджуючої котушки закінчується. Якщо рахувати, що напруженість ЕМП в середині збуджуючої котушки повністю передається струні хвилеводу, то повинна виконуватися умова

$$H_{0K} = \Psi \frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad (25)$$

де  $\Psi$  - стала часу перенесення електромагнітної енергії.

Продиференціюємо ліву і праву частини рівняння (25) по часу  $t$ . У результаті маємо

$$\frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = \Psi \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial \theta}. \quad (26)$$

З (25) знайдемо  $H_{0K}$  і підставимо в рівняння (22) з врахуванням (26). Тоді маємо

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} + \Psi \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial \theta} = k^2 \nabla^2 H. \quad (27)$$

Якщо стала часу  $\Psi \rightarrow \infty$ , а  $\theta \approx t$ , то  $\partial^2 H / \partial t^2 \rightarrow 0$ . У цьому випадку перенесення електромагнітної енергії в струну хвилеводу відсутнє. При  $\Psi = \tau$  і  $\theta = t$  рівняння (27) приймає наступну форму

$$\tau_K \frac{\partial^2 H_{0K}}{\partial t^2} + \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = k^2 \nabla^2 H. \quad (28)$$

Ліва частина рівняння (28) характеризує зміну напруженості ЕМП збуджуючої котушки, а права – зміну напруженості цього поля в струні хвилеводу. Так як у струні хвилеводу мають місце втрати напруженості ЕМП, то, приймаючи до уваги, що  $\gamma = \partial H / \partial \theta$ , рівняння (28) набуває вигляду

$$\tau_K \frac{\partial^2 H_{0K}}{\partial t^2} + \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} = -k^2 \nabla^2 H - \frac{\partial H}{\partial \theta}. \quad (29)$$

Таким чином, електромагнітний процес, який протікає в МСП, описується нелінійним диференціальним рівнянням. Структурно - фізичну модель електромагнітних перетворень можна подати у формі реологічних переходів. При появі в котушці струму  $i(t)$  почне змінюватися напруженість ЕМП вздовж радіуса збуджуючої котушки за деяким законом, так як процес є інерційним. Якщо електромагнітне поле досягне поверхні струни хвилеводу, то напруженість поля почне розповсюджуватися в ньому теж вздовж радіуса до деякого максимального значення. Так як струна хвилеводу володіє індуктивністю, то перенесення електромагнітного поля буде інерційним. На границі розділу індуктивність збуджуючої котушки передаватиметься струні хвилеводу. При цьому можна умовно виділити границю, в якій проходить зміна напруженості ЕМП, яка може бути описана інтегральною імпульсною  $\delta$ -функцією Дірака. У цьому випадку приймається, що похідні функції зліва та справа дорівнюють нулю згідно з методом нульового градієнта проф. Стенцеля. Згідно з цим методом нелінійне рівняння (29) розпадається на наступну систему рівнянь:

$$\tau_K \frac{\partial H_{0K}}{\partial t} + H_{0K} = 0; \quad (30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k^2 \nabla^2 H. \quad (31)$$

Розв'язок системи рівнянь (30), (31) дає математичну модель перетворень у магніострикційному перетворювачі при дії ЕМП збуджуючої котушки на струну хвилеводу.

Розглянемо математичні моделі МСП, котрий складається з циліндричної збуджуючої котушки, в середині якої знаходиться електропровідна струна хвилеводу. При подачі змінного електричного струму

в збуджуючій котушці створюється ЕМП напруженістю  $H_{0K}$ . По мірі зростання ЕМП його силові лінії охоплюють струну хвилеводу і створюють в ній струм з частотою ЕМП. Цей струм створює своє електромагнітне поле, яке взаємодіє з магнітним полем постійного магніту, який знаходиться на поверхні рідинного середовища. ЕРС, яка створюється збуджуючою котушкою, на підставі рівняння (4) дорівнює

$$E_K = -w_n S_K \mu_{aK} \frac{\partial H_{0K}}{\partial t}, \quad (32)$$

де  $S_K$  - поперечний перетин котушки;  $\mu_{aK}$  - абсолютна магнітна проникність котушки.

ЕРС, яка створюється в струні хвилеводу

$$e_C = S_C \mu_{aC} \frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad (33)$$

де  $S_C$  - поперечний перетин струни хвилеводу;  $\mu_{aC}$  - абсолютна магнітна проникність матеріалу хвилеводу.

Визначивши з (32) і (33) похідні від напруженостей магнітних потоків і підставивши їх в рівняння (29), одержуємо

$$\tau_K \frac{\partial E_K}{\partial t} + E_K = \frac{w_n S_K \mu_{aK}}{S_C \mu_{aC}} (k^2 \nabla e - e). \quad (34)$$

Нелінійне рівняння (34) являє собою математичну модель розглядуваного МСП. Використовуючи метод нульового градієнта, для границі розділу „котушка-хвилевод” одержуємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\tau_C \frac{\partial e_C}{\partial \theta} + e_C = 0; \quad (35)$$

$$k \frac{\partial e_C}{\partial r_C} + e_C = \frac{E_K \mu_{aC}}{w_n \mu_{aK}}. \quad (36)$$

Рішення рівняння (36) при граничних умовах  $E_K(0) = 0$  і  $E_K(\infty) = U$  має вигляд

$$E_K(t) = U [1 - \exp(-t/\tau_K)]. \quad (37)$$

Граничними умовами для рівняння (36) будуть:  $e(0, r_C) = 0$ ,  $e(\infty, r_C) = H_{0K}$ ,  $\partial e(\theta, \infty) / \partial r_C = 0$ . З врахуванням цього рішенням рівняння (36) буде

$$e_C(r_C) = E_K(t) \frac{\mu_{aC}}{w_n \mu_{aK}} [1 - \exp(-r_C k)]. \quad (38)$$

Підставимо рівняння (34) в (35). У результаті маємо

$$e_C(r_C) = E_{0K}(t) \frac{\mu_{aC}}{w_n \mu_{aK}} [1 - \exp(-t/\tau_K)] [1 - \exp(-r_C k)]. \quad (39)$$

Рівняння (39) описує зміну ЕРС, яка формується в збуджуючій котушці при дії на нього відбитого сигналу струни хвилеводу. Приймаючи до уваги те, що в струні хвилеводу створюється змінний струм і має місце власне ЕМП, рівняння (29) приймає наступний вигляд

$$T \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = k \nabla^2 H + \frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad (40)$$

де  $T = L_C / R_C$  - стала часу струни хвилеводу.

Використовуючи метод нульового градієнта, рівняння (40) розділяється на систему наступних рівнянь:

$$\tau_C \frac{\partial^2 H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0; \quad (41)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = k \nabla^2 H. \quad (42)$$

Систему рівнянь (41) і (42) можна подати таким чином:

$$\tau_C \frac{\partial e_C}{\partial \theta} + e_C = 0; \quad (43)$$

$$k \frac{\partial e}{\partial r_C} + e = \frac{E_K \mu_{aC}}{w_n \mu_{aK}}. \quad (44)$$

Аналізуючи рівняння (35), (36), (43) і (44) бачимо, що рівності (36) і (44) є однаковими, які зв'язують напруженості магнітного поля збуджуючої котушки і струни хвилеводу. Тоді диференціальне рівняння, яке описує перехідний процес у МСП, матиме таку форму

$$\frac{L_K L_C}{R_K R_C} \frac{d^2 e_C}{dt^2} + \frac{L_K}{R_K} (1 + \delta_L \delta_R) \frac{de_C}{dt} + e_C = UK_N. \quad (45)$$

Індуктивність котушки збудження  $L_K = \mu_{aK} (w_n^2 S_K / l_K) = k_K \mu_{aK}$ , а активний опір  $R_K = \rho_K l_n / S_n = \frac{1}{\sigma_K} \frac{l_n}{S_n} = \frac{k_{RK}}{\sigma_K}$ , де  $l_K$  - еквівалентна довжина збуджуючої котушки;  $\rho_K$  - питомий опір котушки;  $l_n$  - довжина котушки,  $S_n$  - поперечний перетин котушки;  $\sigma_K$  - питома електропровідність котушки.

Аналогічно можна записати для струни хвилеводу:  $L_C = \mu_{aC} (S_C / l_C) = k_C \mu_{aC}$ ;  $R_C = \rho_C l_C / S_C = k_{RC} / \sigma_C$ , де  $l_C$  - довжина струни хвилеводу, яка знаходиться в котушці;  $S_C$  - поперечний перетин струни хвилеводу;  $\rho_C$  - питомий опір струни хвилеводу на довжині  $l_C$ ;  $\sigma_C$  - питома

електропровідність матеріалу струни. З врахуванням сказаного рівняння (45) буде наступним

$$K_{LR} (\mu_{aK} \mu_{aC}) (\sigma_K \sigma_C) \frac{d^2 e_C}{dt^2} + k_K \mu_{aK} \sigma_K (1 + \delta_L \delta_R) \frac{de_C}{dt} + e_C = UK_N. \quad (46)$$

Статична характеристика МСП являє собою залежність ЕРС  $e_C$  від зміни електромагнітних параметрів  $\mu_{aC}$  і  $\sigma_C$  струни хвилеводу. З рівняння (46) маємо

$$e_C = U \frac{\mu_{aC}^H}{\mu_{aK}^H} \left[ 1 - \exp(-r_C \sqrt{\omega \mu_{aC} \sigma_C}) \right]. \quad (47)$$

Рівняння (47) може бути покладене в основу розробки магнітострикційного перетворювача для контролю рівня рідинних середовищ. Так як напруга є імпульсом УЗК, яка створюється збуджуючою котушкою, та описується рівнянням  $U(t) = U_0 \{1 - \exp(-\alpha_1 t) [\cos(\omega_0 t)]\}$ , то математична модель для ЕРС струни хвилеводу матиме вигляд

$$e_C = U_0 \frac{\mu_{aC}^H}{\mu_{aK}^H} \left[ 1 - \exp(-\alpha t) \cos(\omega t) \right] \left[ 1 - \exp(-r_C \sqrt{\omega \mu_{aC} \sigma_C}) \right], \quad (48)$$

де  $\alpha$  - ступінь загасання УЗК;  $t$  - час.

**Висновок.** Теоретичні дослідження роботи магнітострикційного перетворювача для контролю рівня рідинних середовищ показали, що в струні хвилеводу створюється ЕРС  $e_C$  з частотою УЗК. ЕРС хвилеводу розповсюджується по її довжині, створює навколо струни власне електромагнітне поле, котре при досягненні магнітного поля постійного магніта, який плаває на поверхні рідини, взаємодіє з ним. При цьому струна хвилеводу починає коливатися, створюючи в магнітному полі постійного магніту свою ЕРС  $e_M$ . У даному випадку система «струна-магніт» являють собою генератор. Тому створена ним ЕРС  $e_M$  розповсюджується вздовж струни, досягає котушки збудження (вона ж є і котушкою приймачем УЗК), в якій наводить ЕРС  $E(L)$ , де  $L$  - рівень рідинного середовища.

**Список літератури:** 1. Ультразвуковые преобразователи / Под ред. Е. Кичуци, пер с англ. - М.: Наука, 1972. - 386 с. 2. Азейкин Д.И., Костина Е.Н., Кузнецова Н.Н. Датчики контроля и регулирования. Справочные материалы. - М.: «Машиностроение», 1965. 928 с. 3. Пат. 2194953 Россия, МПК G01F23/28. Способ измерения уровня и массы жидких сред в резервуарах / Артемьев Эдуард Аркадьевич, Камнев Василий Иванович. - № 2000118919/28; заявл. 17.07.2000; опубл. 20.12.2002; Бюл. №35. 4. *Kühling* Справочник по физике: Пер. с нем.-М.: Мир, 1982.-520 с. 5. Тітова Н.В., Сучков Г.М. Математичні моделі вихрострумвих перетворювачів. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Прилади та методи неруйнівного контролю. - Харків: НТУ «ХПІ» - №48.-2008., с.43-49.