

УДК 629.114.026

Александров Е.Е., Александрова Т.Е., Галушка Ю.В., Костяник И.В., Олиарник Б.А.,  
Слюсаренко Ю.А.

## **ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ СО СТУПЕНЧАТОЙ ТРАНСМИССИЕЙ**

Постановка задачи. Современная гусеничная машина является сложной динамической системой, содержащей взаимодействующие между собой агрегаты – двигатель внутреннего сгорания, трансмиссию, ходовую часть, на которой с помощью упругих и демпфирующих элементов укреплен подрессоренная часть корпуса. При движении гусеничной машины по пересеченной местности все эти элементы взаимодействуют друг с другом таким образом, что невозможно исследовать работу одного из агрегатов без учета работы всех остальных агрегатов. Особенно это касается разработки систем автоматического управления двигателем, трансмиссией и ходовой частью, когда составляется математическая модель объекта управления, который представляет собой не отдельный агрегат, а совокупность всех агрегатов в их взаимодействии. Последние разработки в области параметрического синтеза сложных технических систем [1] показали, что декомпозиция таких систем на отдельные агрегаты приводит к неэффективным результатам решения задач параметрического синтеза. С другой стороны, возможности современных ЭВМ в полной мере позволяют использовать методы теории сложных систем, в частности, методы имитационного моделирования, основанные на использовании математических моделей возмущенного движения объекта в случайной внешней среде с последующей параметрической оптимизацией объекта путем использования теории факторного эксперимента. Таким образом, целью настоящей работы является составление математической модели возмущенного движения гусеничной машины и формирование внешних воздействий на машину при движении ее по пересеченной местности.

Обобщенная структурная схема моделируемого объекта. На рис. 1 представлена обобщенная структурная схема гусеничной машины со ступенчатой трансмиссией, выполненной по бортовой схеме и содержащей две ступенчатые коробки передач по правому и левому бортам машины и два бортовых редуктора, через которые энергия от двигателя внутреннего сгорания передается к ведущим колесам правого и левого бортов.

Крутящий момент  $M_{1\dot{A}}$ , развиваемый дизелем, зависит от угловой скорости коленчатого вала  $\omega_1(t)$  и положения рейки топливного насоса  $h(t)$ . Эта зависимость носит сложный характер. В работе [2] предложены аппроксимирующие зависимости для величины  $M_{1\dot{A}}$ . Так, для дизеля БТД аппроксимирующая формула имеет следующий вид:

$$M_{1\dot{A}} [\omega_1(t), h(t)] = -1,76 \cdot 10^5 [h(t - \tau) - 0,024] \times \\ \times [1 + 0,0033\omega_1(t) - 0,000011\omega_1^2(t)], \quad (1)$$

где  $\tau$  – время запаздывания между перемещением рейки топливного насоса и реализацией соответствующего этому перемещению крутящего момента.

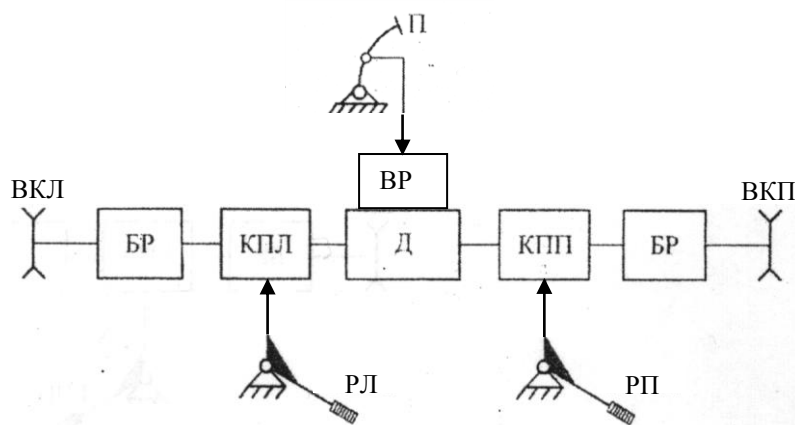


Рисунок 1 – Структурная схема объекта:

П – педаль управления подачей топлива; РП, РЛ – рычаги управления поворотом; Д – двигатель внутреннего сгорания; ВР – всережимный регулятор топливоподачи; КПП, КПЛ – бортовые коробки передач; БР – бортовой редуктор; ВКП, ВКЛ – ведущие колеса машины по правому и левому бортам

Угловые скорости ведущих колес гусеничной машины  $\omega_{2\bar{I}}(t)$  и  $\omega_{2\bar{E}}(t)$  связаны с угловой скоростью коленчатого вала  $\omega_1(t)$  функциями

$$\omega_{2\bar{I}}(t) = i_{\bar{I}}^j \cdot i_{AD} \cdot \omega_1(t); \quad (2)$$

$$\omega_{2\bar{E}}(t) = i_{\bar{E}}^k \cdot i_{AD} \cdot \omega_1(t), \quad (3)$$

где  $i_{\bar{I}}^j$  – передаточное отношение коробки передач по правому борту машины при включенной  $j$ -той передаче;  $i_{\bar{E}}^k$  – передаточное отношение коробки передач по левому борту при включенной  $k$ -той передаче;  $i_{AD}$  – передаточное отношение бортового редуктора. При повороте вправо забегающим является левый борт. При этом имеет место соотношение  $j=k-1$ . При повороте влево забегающим бортом является правый  $j=k+1$ . Прямолинейное движение гусеничной машины осуществляется при одинаковых передаточных отношениях коробок передач правого и левого бортов  $j=k$ .

Активные моменты на ведущих колесах гусеничной машины  $M_{2\bar{A}\bar{I}}$  и  $M_{2\bar{A}\bar{E}}$  связаны с моментом  $M_{1\bar{A}}$ , развиваемым дизелем, следующими функциями[3]:

$$M_{2\bar{A}\bar{I}} = \frac{M_{1\bar{A}} (\eta_{AD} \eta_{\bar{I}}^j)^{\text{sign} N_{\bar{I}}}}{2i_{\bar{I}}^j \cdot i_{AD}}; \quad (4)$$

$$M_{2\bar{A}\bar{E}} = \frac{M_{1\bar{A}} (\eta_{AD} \eta_{\bar{E}}^k)^{\text{sign} N_{\bar{E}}}}{2i_{\bar{E}}^k \cdot i_{AD}}, \quad (5)$$

где  $\eta_{AD}$  – к.п.д. бортового редуктора;  $\eta_{\bar{I}}^j$ ,  $\eta_{\bar{E}}^k$  – к.п.д. бортовых коробок передач по правому и левому бортам машины.

Величины  $N_{\bar{I}}$  и  $N_{\bar{E}}$  в формулах (4), (5) это суммарные потоки активных мощностей и мощностей сопротивлений по правому и левому бортам машины

$$N_{\bar{I}} = N_{2\bar{A}\bar{I}} - N_{2\bar{I}\bar{I}} = (M_{2\bar{A}\bar{I}} - M_{2\bar{I}\bar{I}}) \omega_{2\bar{I}}(t); \quad (6)$$

$$N_{\bar{E}} = N_{2\bar{A}\bar{E}} - N_{2\bar{I}\bar{E}} = (M_{2\bar{A}\bar{E}} - M_{2\bar{I}\bar{E}}) \omega_{2\bar{E}}(t), \quad (7)$$

где  $M_{2i\dot{i}}$ ,  $M_{2i\dot{e}}$  – моменты нагрузки на ведущих колесах машины.

Если  $N_{\dot{i}} \geq 0$ ;  $N_{\dot{e}} \geq 0$ , то имеет место тяговый режим работы машины, при котором активная мощность на ведущих колесах больше или равна мощности сопротивлений. При этом скорость движения машины возрастает или остается неизменной.

Если  $N_{\dot{i}} < 0$ ;  $N_{\dot{e}} < 0$ , то имеет место режим торможения двигателем, при котором активная мощность на ведущих колесах меньше мощности сопротивлений. Скорость движения машины при этом уменьшается.

Если  $N_{\dot{i}} > 0$ ;  $N_{\dot{e}} < 0$  или  $N_{\dot{i}} < 0$ ;  $N_{\dot{e}} > 0$ , то имеет место режим поворота с рекуперацией мощности, причем в первом случае забегающим является правый борт машины, а во втором – левый.

Момент нагрузки на коленчатом валу двигателя связан с моментами нагрузки на ведущих колесах  $M_{2i\dot{i}}$  и  $M_{2i\dot{e}}$  следующими соотношениями [4]:

$$M_{1\dot{i}} = \frac{M_{2i\dot{i}} \cdot i_{\dot{i}}^j \cdot i_{AD}^k}{\left(\eta_{A\dot{i}} \eta_{AD} \eta_{\dot{i}}^j\right)^{\text{sign}N_{\dot{i}}}} + \frac{M_{2i\dot{e}} \cdot i_{\dot{e}}^k \cdot i_{AD}^k}{\left(\eta_{A\dot{e}} \eta_{AD} \eta_{\dot{e}}^k\right)^{\text{sign}N_{\dot{e}}}}, \quad (8)$$

где  $\eta_{A\dot{i}}$ ,  $\eta_{A\dot{e}}$  – к.п.д. гусениц по правому и левому бортам машины.

И, наконец, воспользовавшись результатами работы [4], запишем расчетные соотношения для моментов нагрузки на ведущих колесах машины:

$$M_{2i\dot{i}} = \left(\frac{I_2}{4} + I_i \frac{r^2}{B^2}\right) \frac{d\omega_{2\dot{i}}(t)}{dt} + \left(\frac{I_2}{4} - I_i \frac{r^2}{B^2}\right) \frac{d\omega_{2\dot{e}}(t)}{dt} + M_{2\dot{N}\dot{i}}(t) + M_C \frac{r}{B} \text{sign} \dot{\psi}(t); \quad (9)$$

$$M_{2i\dot{e}} = \left(\frac{I_2}{4} - I_i \frac{r^2}{B^2}\right) \frac{d\omega_{2\dot{i}}(t)}{dt} + \left(\frac{I_2}{4} + I_i \frac{r^2}{B^2}\right) \frac{d\omega_{2\dot{e}}(t)}{dt} + M_{2\dot{N}\dot{e}}(t) - M_C \frac{r}{B} \text{sign} \dot{\psi}(t), \quad (10)$$

где  $M_{2\dot{N}\dot{i}}(t)$ ,  $M_{2\dot{N}\dot{e}}(t)$  – моменты сопротивления перематыванию гусениц по правому и левому борту, определяемые формулами:

$$M_{2\dot{N}\dot{i}}(t) = \frac{G}{2} \left[ 1 + \frac{2V(t)\dot{\psi}(t)H}{gB} \right] f_{\dot{i}} r, \quad (11)$$

$$M_{2\dot{N}\dot{e}}(t) = \frac{G}{2} \left[ 1 - \frac{2V(t)\dot{\psi}(t)H}{gB} \right] f_{\dot{e}} r. \quad (12)$$

В формулах (9)-(12) приняты следующие обозначения:  $G$  – вес гусеничной машины;  $r$  – радиус ведущего колеса;  $B$  – ширина колеи;  $H$  – расстояние от поверхности грунта до центра масс машины;  $f_{\dot{i}}$ ,  $f_{\dot{e}}$  – коэффициенты сопротивления движению машины;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $I_i$  – момент инерции машины относительно

вертикальной оси, проходящей через центр тяжести;  $I_2$  – приведенный к ведущим колесам момент инерции машины, учитывающий инерцию поступательного движения массы, а также вращающихся масс гусеничного движителя и определяемый формулой

$$I_2 = \frac{Gr^2}{g} + 2 \left( m_{\hat{A}} r^2 + I_{\hat{A}\hat{E}} + I_{\hat{I}\hat{E}} \frac{r^2}{r_{\hat{I}\hat{E}}^2} + n \cdot I_{\hat{I}\hat{E}} \frac{r^2}{r_{\hat{I}\hat{E}}^2} \right), \quad (13)$$

где  $m_{\hat{A}}$  – масса гусеницы;  $I_{\hat{A}\hat{E}}, I_{\hat{I}\hat{E}}, I_{\hat{I}\hat{E}}$  – моменты инерции относительно оси вращения ведущего колеса, направляющего колеса и опорного катка соответственно;  $r_{\hat{I}\hat{E}}, r_{\hat{I}\hat{E}}$  – радиусы направляющего колеса и опорного катка;  $n$  – число опорных катков по одному борту машины;  $M_C$  – момент сопротивления повороту машины, определяемый формулой

$$M_C = \frac{\mu \cdot G \cdot L}{4} k_C, \quad (14)$$

где  $L$  – длина опорной ветви гусеницы;  $\mu$  – коэффициент сопротивления повороту, определяемый формулой

$$\mu = \frac{\mu_{\max}}{a_{\mu} + (1 - a_{\mu}) \frac{R_3}{B} - b_{\mu} \left( \frac{R_3^2}{B^2} - 1 \right)}, \quad (15)$$

где коэффициенты  $\mu_{\max}, a_{\mu}, b_{\mu}$  определяются свойствами грунта, а величина  $R_3$  представляет собой радиус поворота по забегающему борту

$$R_3 = \frac{V(t)}{\dot{\psi}(t)} + 0,5B. \quad (16)$$

Коэффициент  $k_C$  в формуле (14) равен

$$k_C = \frac{\left[ L^2 + 4x_O^2(t) \right] \cdot \left[ L^2 + 4x_{\hat{A}}x_O(t) \right]}{L^4}, \quad (17)$$

где  $x_{\hat{A}}$  – величина смещения центра масс машины относительно середины опорных поверхностей гусениц;  $x_O$  – величина смещения полюса поворота гусеницы относительно середины опорной поверхности гусеницы, причем

$$x_O(t) = \frac{V^2(t)L}{2\mu Rg}. \quad (18)$$

В формулах (9)-(12), (16) и (18) через  $V(t)$  обозначена скорость движения центра масс гусеничной машины, а через  $\dot{\psi}(t)$  – угловая скорость поворота корпуса машины.

Математическая модель возмущенного движения гусеничной машины. При движении гусеничной машины по пересеченной местности водитель при выборе траектории движения манипулирует педалью управления подачей топлива и рычагами переключения передач. С помощью этих органов управления водитель задает требуемую

скорость движения центра масс  $V(t)$  и угловую скорость поворота корпуса машины, а, следовательно, и текущий радиус поворота  $R(t)$

$$R(t) = \frac{V(t)}{\dot{\psi}(t)}. \quad (19)$$

Запишем уравнение динамического равновесия коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания

$$I_1 \frac{d\omega_1(t)}{dt} = M_{1\ddot{A}} [\omega_1(t), h(t)] - M_{1\dot{I}}, \quad (20)$$

где  $I_1$  – приведенный к коленчатому валу момент инерции подвижных частей дизеля.

Активный момент и момент нагрузки, входящие в правую часть уравнения (20), определяются формулами (1) и (8).

В правую часть формулы (1) входит переменная  $h(t)$ , определяющая положение рейки топливного насоса дизеля. Это положение устанавливается всережимным регулятором дизеля и определяется настройкой всережимного регулятора, задаваемой педалью управления подачей топлива, и значением угловой скорости коленчатого вала дизеля. В общем случае уравнение динамики всережимного регулятора записывается в виде дифференциального уравнения в неявной форме

$$\Phi [h^{(m)}(t), h^{(m-1)}(t), \dots, h'(t), h(t)] = f [\omega_1(t), \alpha(t)], \quad (21)$$

где  $\alpha(t)$  – настройка всережимного регулятора.

Моменты нагрузки на ведущих колесах  $M_{2\dot{I}\dot{I}}$  и  $M_{2\dot{I}\dot{E}}$  определяются формулами (9)-(18) и, в конечном итоге, определяются свойствами грунта и рельефом местности (коэффициенты  $f_{\dot{I}}, f_{\dot{E}}, \mu_{\max}, a_{\mu}, b_{\mu}$ ), конструктивными особенностями машины (величины  $G, I_2, I_{\dot{I}}, m_{\ddot{A}}, L, r, r_{\dot{I}\dot{E}}, r_{\dot{I}\dot{E}}, B, H, x_{\ddot{A}}$ ), а также параметрами движения гусеничной машины (скоростью движения центра масс  $V(t)$  и угловой скоростью поворота корпуса  $\dot{\psi}(t)$ ), которые определяются соотношениями

$$V(t) = 0,5r \cdot i_{\dot{A}\dot{D}} [i_{\dot{I}}^j + i_{\dot{E}}^k] \omega_1(t); \quad (22)$$

$$\dot{\psi}(t) = \frac{r}{B} \cdot i_{\dot{A}\dot{D}} [i_{\dot{I}}^j - i_{\dot{E}}^k] \omega_1(t). \quad (23)$$

Боковой снос гусеничной машины  $y(t)$  определяется уравнением

$$\dot{y}(t) = -V(t) \sin \psi(t). \quad (24)$$

Уравнения (20)-(24) образуют математическую модель криволинейного движения гусеничной машины по пересеченной местности.

Имитация внешних возмущений, действующих на гусеничную машину. Через  $f_0$  обозначим коэффициент сопротивления перематыванию гусеницы при движении по идеально горизонтальной поверхности с заданными свойствами грунта. При движении машины по пересеченной местности неровности трассы приводят к непрерывному изменению коэффициентов сопротивления  $f_{\dot{I}}, f_{\dot{E}}$  по бортам машины. Положим

$$\begin{aligned} f_{\dot{I}}(t) &= f_0 + \Delta f_{\dot{I}}(t); \\ f_{\dot{E}}(t) &= f_0 + \Delta f_{\dot{E}}(t), \end{aligned} \quad (25)$$

где  $\Delta f_{\dot{I}}(t), \Delta f_{\dot{E}}(t)$  – случайные функции времени, связанные с изменениями моментов сопротивления формулами

$$\begin{aligned} \Delta M_{2\dot{N}\dot{I}}(t) &= \frac{G}{2} r \cdot \Delta f_{\dot{I}}(t); \\ \Delta M_{2\dot{N}\dot{E}}(t) &= \frac{G}{2} r \cdot \Delta f_{\dot{E}}(t). \end{aligned} \quad (26)$$

Кривая спектральной плотности случайной функции  $\Delta M_{2\dot{N}}(t)$ , полученная путем обработки экспериментальных данных [1], приведена на рис. 2. Анализ кривой спектральной плотности позволяет сделать вывод о наличии двух явно выраженных резонансных пиков на частотах  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$ . Частота  $\omega_{p1}$  является средней частотой повторения неровностей, а частота  $\omega_{p2}$  – частотой собственных колебаний подрессоренной части корпуса гусеничной машины.

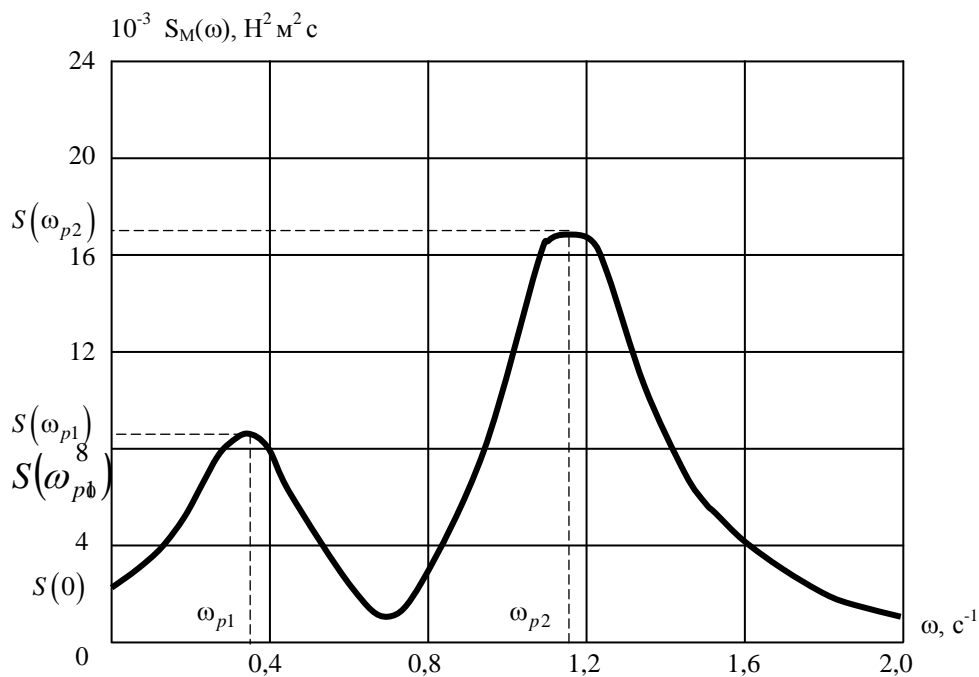


Рисунок 2 – Спектральная плотность величины  $\Delta M_{2\dot{N}}(t)$

В соответствии с результатами работы [1] случайная функция  $\Delta M_{2\dot{N}}(t)$  может быть получена с помощью формирующего динамического звена, на вход которого подан единичный некоррелированный "белый шум"  $\xi(t)$ , а на выходе имеет место случайная функция  $\Delta M_{2\dot{N}}(t)$  (рис. 3).

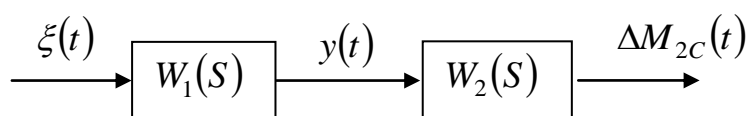


Рисунок 3 – Формирующее звено

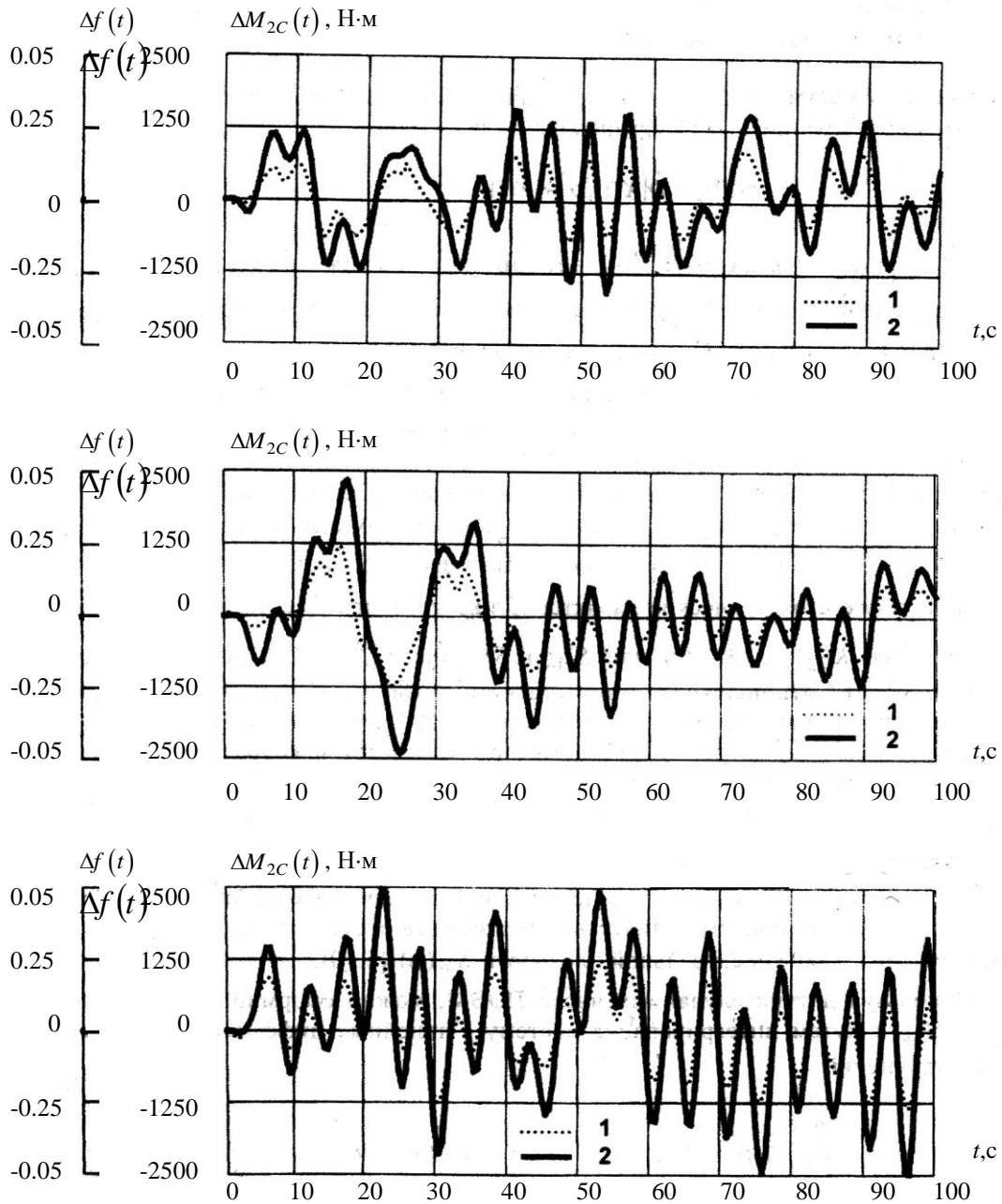


Рисунок 4 – Случайная функция  $\Delta M_{2\tilde{N}}(t)$  при различных реализациях "белого шума"

Передаточные функции звеньев, составляющих формирующее звено, имеют вид [1]

$$W_1(S) = \frac{K}{T_{11}^2 S^2 + T_{12} S + 1}; \quad (27)$$

$$W_2(S) = \frac{1}{T_{21}^2 S^2 + T_{22} S + 1}. \quad (28)$$

В соответствии с (28) дифференциальные уравнения, связывающие входные и выходные переменные звеньев, записываются в виде

$$T_{11}^2 \ddot{y}(t) + T_{12} \dot{y}(t) + y(t) = K\xi(t); \quad (29)$$

$$T_{21}^2 \Delta \ddot{M}_{2C}(t) + T_{22} \Delta \dot{M}_{2C}(t) + \Delta M_{2C}(t) = y(t). \quad (30)$$

Постоянные времена  $T_{11}$  и  $T_{21}$  и коэффициент усиления  $K$ , входящие в соотношения (27), (28) и уравнения (29), (30), определяются видом кривой спектральной плотности случайной функции  $\Delta M_{2C}(t)$ , приведенной на рис. 2 и составляют

$$T_{11} = \frac{1}{\omega_{p1}}; \quad T_{21} = \frac{1}{\omega_{p2}}; \quad K = \sqrt{S(0)}.$$

Постоянные времена  $T_{12}$  и  $T_{22}$  определяются из соотношений

$$S(\omega_{p1}) = \frac{S(0)}{T_{12}^2 \omega_{p1}^2 \left[ \left( 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_{p2}^2} \right)^2 + \omega_{p1}^2 T_{22}^2 \right]};$$

$$S(\omega_{p2}) = \frac{S(0)}{T_{22}^2 \omega_{p2}^2 \left[ \left( 1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\omega_{p1}^2} \right)^2 + \omega_{p2}^2 T_{12}^2 \right]}.$$

На рис. 4 приведены решения системы (29), (30) при нулевых начальных условиях и при различных реализациях "белого шума". Алгоритм формирования "белого шума" приведен в работе [5]. Эти решения имитируют внешние возмущения со стороны грунта на гусеничную машину, причем случайные функции  $\Delta M_{2C}(t)$  и  $\Delta f(t)$  связаны между собой соотношениями (26). Кривая 1 на рис. 4 соответствует случайной функции  $\Delta f(t)$ , а кривая 2 – случайной функции  $\Delta M_{2C}(t)$ .

**Заключение.** Разработана имитационная модель движения гусеничной машины с бортовыми ступенчатыми коробками передач при ее движении по пересеченной местности. Модель содержит дифференциальные уравнения (20), (21), (29), (30) и кинематические соотношения (22), (23), (24). С помощью предложенной имитационной модели можно решать задачи параметрического синтеза систем автоматического управления движением гусеничной машины.

#### Литература

1. Александров Е.Е., Волонцевич Д.О., Лебедев А.Г. и др. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин. – Харьков, 2001. – 640 с.
2. Александров Е.Е., Богаенко И.Н., Кузнецов Б.И. Многоканальные системы оптимального управления. – К.: Техніка, 1995. – 312 с.
3. Аврамов В.П., Александров Е.Е., Кононенко В.А. Об определении тяговых моментов на ведущих колесах гусеничной машины // Теория механизмов и машин. – 1980. – Вып. 28. – С. 87-90.
4. Аврамов В.П., Александров Е.Е., Кононенко В.А. Об определении моментов нагрузки на коленчатом валу двигателя внутреннего сгорания при криволинейном движении гусеничной машины // Динамика и прочность машин. – 1979. – Вып. 29. – С. 111-114.
5. Александрова Т.Е. Исследовательский стенд для натурных испытаний элементов моторно – трансмиссионного отделения гусеничных машин специального назначения // Вестник Харьковского государственного автомобильно – дорожного технического университета. – 2001. – вып. 15-16. – С. 180-182.