

**О.М.БЕЗВЕСІЛЬНА**, д-т. техн. наук, проф., НТУУ “КПІ”;  
**Ю.О.ПОДЧАШИНСЬКИЙ**, к-т. техн. наук, доц., ЖДТУ

### ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ЧУТЛИВОГО ЕЛЕМЕНТА У ВИМІРЮВАЧІ ЛІНІЙНИХ ПРИСКОРЕНЬ

В статті розглянуто алгоритмічний метод підвищення точності вимірювачів лінійних прискорень. Основою даного методу є ідентифікація параметрів руху чутливого елемента цих вимірювачів. Розглянуто похибки ідентифікації за методом максимальної правдоподібності та похибки, обумовлені лінеаризацією математичної моделі руху чутливого елемента.

In the article the algorithmic method of increase of accuracy of accelerometers of linear accelerations is considered. The basis of the given method is the identification of parameters of motion of a sensing element of these accelerometers. The errors of identification because of method of a maximum probability and errors stipulated by a linearization of mathematical model of motion of a sensing element are considered.

**Вступ.** Розвиток сучасних високоточних гравіметричних і навігаційних систем вимагає удосконалення всіх складових елементів цих систем та широкого застосування алгоритмічних методів обробки вимірювальних сигналів. Можливості удосконалення конструкції та підвищення точності виготовлення складових елементів на теперішній час практично вичерпані. Тому дуже перспективним і актуальним шляхом є застосування алгоритмічних методів підвищення точності гравіметричних і навігаційних систем.

Все це вимагає створення високоточних і ефективних алгоритмічних методів обробки вихідного сигналу вимірювачів лінійних прискорень, як важливої складової частини гравіметричних і навігаційних систем [1, 2]. Вихідний сигнал цих вимірювачів формується за допомогою гіроскопічного чутливого елемента (ЧЕ), що відхиляється на кут, пропорційний діючому прискоренню. Кут відхилення ЧЕ вимірюється датчиком кута (ДК).

Існує багато наукових праць, присвячених теоретичним основам і дослідженню оптимальних алгоритмів фільтрації дискретних сигналів засобів вимірювань, що містять завади [3, 4, 5]. Завдання оптимальної фільтрації є завданням оцінки стану ЧЕ та ідентифікації його параметрів руху, що сформульоване в стохастичних термінах. Тому в подальшому будемо використовувати термін “ідентифікація параметрів руху ЧЕ”.

Робота вимірювачів лінійних прискорень в несприятливих та нестационарних умовах вимірювань супроводжується виникненням ряду завад, що додаються до вихідного сигналу ЧЕ цих вимірювачів. Наприклад, гармонійна завада може бути обумовлена нестационарним тепловим станом гіроскопічного ЧЕ та впливом періодичних рухів на частоті маятникових коливань ЧЕ [6]. Тому необхідно враховувати всі ці особливості при розробці

алгоритмів ідентифікації для вимірювачів лінійних прискорень з підвищеними метрологічними характеристиками.

**Метою даної статті** є розробка алгоритмічного методу ідентифікації параметрів руху ЧЕ вимірювачів лінійних прискорень. Цей метод забезпечує підвищення точності вимірювачів лінійних прискорень в несприятливих і нестационарних умовах проведення вимірювань.

#### Викладення основного матеріалу дослідження.

Ідентифікацію параметрів руху ЧЕ у вимірювачі лінійних прискорень будемо виконувати на основі обробки даних  $\alpha_i^*$ ,  $i = \overline{1, K}$ , що надходять від ДК цього ЧЕ. При цьому

$$\alpha_i^* = \alpha(t_i) + \delta_\alpha(t_i), \quad i = \overline{1, K}, \quad t_i = i \cdot \delta_\delta, \quad T_c = K \cdot \delta_\delta,$$

де  $\alpha(t_i)$  – значення, що відповідають ідеальній траєкторії руху ЧЕ,  $\delta_\alpha(t_i)$  – похибки вимірної траєкторії руху ЧЕ, обумовлені дією завад на ЧЕ та похибками ДК,  $K$  – кількість відліків, що надходять від ДК,  $\delta_\delta$  – інтервалу часу між відліками,  $T_c$  – час спостереження за ЧЕ.

Рух ЧЕ, що спостерігається за допомогою ДК, можна представити сумою корисної складової  $\alpha_{II}$ , яку вважаємо постійною на інтервалі спостереження та яка пропорційна прискоренню, що вимірюється, і змінної складової  $\alpha_{3M}(t)$ , яка визначається розв’язком диференційного рівняння [2, 6]

$$\ddot{\alpha}_{3M} + 2\xi_{3M}\dot{\alpha}_{3M} + \omega_0^2 \sin \alpha_{3M} = 0, \quad (1)$$

де  $\omega_0$  - колова частота прецесійних коливань ЧЕ,  $\xi_1$  - параметр затухання.

У разі малих коливань ЧЕ  $\sin(\alpha_{3M}) \approx \alpha_{3M}$ , а розв’язок рівняння (1) має

вигляд  $\alpha_{3M}(t) = A_{3M} e^{-\xi_{3M} t} \sin(\omega_{3M} t + \varphi_{3M})$ , де  $\omega_{3M} = \sqrt{\omega_0^2 - \xi_{3M}^2}$ ,  $A_{3M}, \varphi_{3M}$  – амплітуда і початкова фаза прецесійних коливань ЧЕ. Якщо  $\xi_1 \rightarrow 0$ , то математична модель ідеальної траєкторії руху ЧЕ має вигляд:

$$\alpha(t) = \alpha_{II} + \alpha_{3M}(t); \quad \alpha_{II} = const; \quad \alpha_{3M}(t) = \alpha_C \sin \omega_{3M} t + \alpha_S \cos \omega_{3M} t, \quad (2)$$

де  $\alpha_C = A \cos \varphi$ ,  $\alpha_S = A \sin \varphi$ . Вектор стану ЧЕ, який потрібно ідентифікувати, дорівнює:  $Z_\alpha = (\alpha_{II}, \alpha_C, \alpha_S)^T$ .

В загальному випадку похибки  $\delta_\alpha(t_i)$  вимірної траєкторії руху ЧЕ можуть бути корельованими, зважаючи на наявність завад детермінованого характеру (гармонійні, експоненційні) та кінематичних нелінійностей ЧЕ. Розподіл амплітуди похибки будемо вважати нормальним, зважаючи на вплив багатьох чинників, що призводять до цих викривлень. Все це обумовлює застосування методу максимальної правдоподібності для оцінки стану ЧЕ.

Оцінка максимальної правдоподібності  $\hat{Z}_\alpha$  для вектора стану  $Z_\alpha$  визначається з рівняння [3, 7]

$$\frac{d(\ln J(\hat{Z}_\alpha))}{d\hat{Z}_\alpha} = A^T \cdot R_\alpha^{-1}(\alpha^* - \alpha(\hat{Z}_\alpha, T)) = 0, \quad (3)$$

де

$$A^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_1)}{\partial \hat{\alpha}_\Pi} & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_2)}{\partial \hat{\alpha}_\Pi} & \dots & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_K)}{\partial \hat{\alpha}_\Pi} \\ \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_1)}{\partial \hat{\alpha}_C} & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_2)}{\partial \hat{\alpha}_C} & \dots & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_K)}{\partial \hat{\alpha}_C} \\ \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_1)}{\partial \hat{\alpha}_S} & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_2)}{\partial \hat{\alpha}_S} & \dots & \frac{\partial \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_K)}{\partial \hat{\alpha}_S} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$\alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_K^*)^T$  – вектор результатів вимірювань траєкторії руху ЧЕ,  
 $\alpha(\hat{Z}_\alpha, T) = (\alpha(\hat{Z}_\alpha, t_1), \dots, \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_K))^T$  – вектор значень кута відхилення ЧЕ, що обчислений для математичної моделі (2) ідеальної траєкторії руху ЧЕ на основі оцінки  $\hat{Z}_\alpha$  вектора стану,  $T = (t_1, \dots, t_K)^T$  – вектор моментів часу, в які отримано відліки вимірної траєкторії руху ЧЕ,

$$R_\alpha = \sigma_{ДК}^2 \cdot I_K + R_{ЧЕ}; \quad R_\alpha^{-1} = [w_{ji}], \quad i, j = \overline{1, K} \quad (5)$$

– кореляційна матриця похибок вимірної траєкторії руху ЧЕ,  $\sigma_{ДК}^2$  – дисперсія похибки ДК,  $I_K$  – одинична матриця розміром  $K \times K$ ,  $R_{ЧЕ}$  – кореляційна матриця похибок, обумовлених дією корельованих завод на ЧЕ.

Тоді

$$\alpha(\hat{Z}_\alpha, t_i) = \hat{\alpha}_\Pi + \hat{\alpha}_C \sin(\omega_{3M} t_i) + \hat{\alpha}_S \cos(\omega_{3M} t_i), \quad (6)$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \sin(\omega_{3M} \delta_\delta) & \sin(2\omega_{3M} \delta_\delta) & \dots & \sin(K\omega_{3M} \delta_\delta) \\ \cos(\omega_{3M} \delta_\delta) & \cos(2\omega_{3M} \delta_\delta) & \dots & \cos(K\omega_{3M} \delta_\delta) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Обчислимо оцінку максимальної правдоподібності для вектора стану ЧЕ на основі (3) з урахуванням (5), (6) і (7):

$$B_\alpha \cdot \hat{Z}_\alpha = C_\alpha, \quad (8)$$

де

$$B_\alpha = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K w_i & \sum_{i=1}^K w_i \sin(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \cos(i\omega_{3M} \delta_\delta) \\ \sum_{i=1}^K w_i \sin(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \sin^2(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \sin(i\omega_{3M} \delta_\delta) \cos(i\omega_{3M} \delta_\delta) \\ \sum_{i=1}^K w_i \cos(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \sin(i\omega_{3M} \delta_\delta) \cos(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \cos^2(i\omega_{3M} \delta_\delta) \end{bmatrix}$$

;

$$C_\alpha = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K w_i \alpha_i^* & \sum_{i=1}^K w_i \alpha_i^* \sin(i\omega_{3M} \delta_\delta) & \sum_{i=1}^K w_i \alpha_i^* \cos(i\omega_{3M} \delta_\delta) \end{bmatrix}^T; \quad w_i = \sum_{j=1}^K w_{ji}.$$

Рішення системи (8) відносно оцінки вектора стану  $\hat{Z}_\alpha$  і є результатом ідентифікації параметрів руху ЧЕ у вимірювачі лінійних прискорень. Це рішення може бути знайдено за відомими методами рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь і є лінійною функцією відносно вимірних відліків  $\alpha_i^*$ :

$$\hat{\alpha}_\Pi = \sum_{i=1}^K \alpha_i^* \iota_{\alpha\Pi,i}, \quad \hat{\alpha}_C = \sum_{i=1}^K \alpha_i^* \iota_{\alpha C,i}, \quad \hat{\alpha}_S = \sum_{i=1}^K \alpha_i^* \iota_{\alpha S,i}. \quad (9)$$

Точність оцінок стану та ідентифікації параметрів руху ЧЕ, що обчислюються згідно (9), визначається такими похибками:

- методична похибка оцінки вектора стану ЧЕ за методом максимальної правдоподібності;
- похибка оцінки вектора стану ЧЕ, обумовлена переходом від нелінійного диференційного рівняння (1) до лінійної математичної моделі руху ЧЕ (2).

Розглянемо методичну похибку оцінки вектора стану ЧЕ за методом максимальної правдоподібності. В рівняння максимальної правдоподібності (3) входять вектор результатів вимірювань траєкторії руху ЧЕ  $\alpha^*$  і вектор значень кута відхилення ЧЕ  $\alpha(\hat{Z}_\alpha, T)$ , що обчислений для математичної моделі (2) ідеальної траєкторії руху ЧЕ на основі оцінки  $\hat{Z}_\alpha$  вектора стану.

Якщо, згідно [7]

$$\alpha^* = \alpha(Z_\alpha, T) + \Delta_\alpha,$$

$$\alpha(\hat{Z}_\alpha, T) \approx \alpha(Z_\alpha, T) + \frac{\partial \alpha(Z_\alpha, T)}{\partial Z_\alpha} \cdot \Delta_{Z_\alpha},$$

де  $\Delta_{Z_\alpha} = \hat{Z}_\alpha - Z_\alpha$  – похибка оцінки вектора стану ЧЕ, то на основі (3) отримуємо:

$$A_\alpha^T R_\alpha^{-1} (A_\alpha \Delta_{Z_\alpha} - \Delta_\alpha) = 0,$$

звідки

$$\Delta_{Z_\alpha} = (A_\alpha^T R_\alpha^{-1} A_\alpha)^{-1} \cdot A_\alpha^T R_\alpha^{-1} \Delta_\alpha,$$

а кореляційна матриця похибок оцінки вектора стану ЧЕ

$$\Psi_{\Delta_{Z_\alpha}} = E[\Delta_{Z_\alpha} \cdot \Delta_{Z_\alpha}^T] = (A_\alpha^T R_\alpha^{-1} A_\alpha)^{-1}. \quad (10)$$

Обчислимо похибку оцінки стану ЧЕ за формулою (10) з урахуванням формул (4), (5) і (7):

$$\Psi_{\Delta Z\alpha} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K w_{ji} & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \sin(\omega_{3M} \delta_\alpha)) & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \cos(\omega_{3M} \delta_\alpha)) \\ \sum_{j=1}^K \left( \sum_{i=1}^K w_{ji} \right) \sin(j\omega_{3M} \delta_\alpha) & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \sin(\omega_{3M} \delta_\alpha)) \sin(j\omega_{3M} \delta_\alpha) & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \cos(\omega_{3M} \delta_\alpha)) \sin(j\omega_{3M} \delta_\alpha) \\ \sum_{j=1}^K \left( \sum_{i=1}^K w_{ji} \right) \cos(j\omega_{3M} \delta_\alpha) & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \sin(\omega_{3M} \delta_\alpha)) \cos(j\omega_{3M} \delta_\alpha) & \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K (w_{ji} \cos(\omega_{3M} \delta_\alpha)) \cos(j\omega_{3M} \delta_\alpha) \end{bmatrix}^{-1}$$

Розглянемо похибку оцінки вектора стану ЧЕ, обумовлену переходом від нелінійного диференційного рівняння (1) до лінійної математичної моделі (2), для випадку корельованих похибок вимірної траєкторії руху ЧЕ.

Для визначення цієї похибки необхідно мати уточнену математичну модель руху ЧЕ. Така модель може бути отримана на основі диференційного рівняння (1) шляхом заміни  $\sin(\alpha_{3M}) \approx \alpha_{3M} - \alpha_{3M}^3/3!$  [2, 6]. В цьому випадку уточнена математична модель руху ЧЕ має вигляд:

$$\begin{aligned} \alpha_0(t) &= \alpha_{0П} + \alpha_{03M}(t), \quad \alpha_{0П} = const, \\ \alpha_{03M}(t) &= A_{03M} e^{-\xi_{3M} t} \sin(\omega_{03M} t + \varphi_{03M}) + \frac{A_{03M}^3}{192} e^{-\xi_{3M} t} \sin 3(\omega_{03M} t + \varphi_{03M}) \approx \\ &\approx \alpha_{0C} \sin \omega_0 t + \alpha_{0S} \cos \omega_0 t + \frac{A_{03M}^3}{192} \sin 3(\omega_{03M} t + \varphi_{03M}) - \\ &- \omega_{03M} t \frac{A_{03M}^3}{16} \cos(\omega_{03M} t + \varphi_{03M}) - \xi_{3M} t A_{03M} \sin(\omega_{03M} t + \varphi_{03M}). \end{aligned} \quad (11)$$

де  $A_{03M}, \varphi_{03M}$  – амплітуда і початкова фаза прецесійних коливань ЧЕ в уточненій математичній моделі,  $\omega_{03M} = \omega_0(1 - A_{03M}^2/16)$ ,  $\alpha_{0C} = A_{03M} \cos \varphi_{03M}$ ,  $\alpha_{0S} = A_{03M} \sin \varphi_{03M}$ ,  $\xi_{3M} \ll \omega_0$ , а також враховано тільки два доданки у розкладі  $\alpha_{03M}(t)$  в ряд Тейлора за параметрами  $\omega_{03M}$  і  $\xi_{3M}$  в околі точки  $(\omega_0, 0)$ .

Для визначення похибки оцінки вектора стану ЧЕ, обумовленої переходом від нелінійного диференційного рівняння (1) до лінійної математичної моделі (2), скористаємося методом максимальної правдоподібності. Оцінимо вектор похибок

$$\Delta_{Z\alpha 2} = \hat{Z}_\alpha - \hat{Z}_{0\alpha} = (\Delta_{\alphaП}, \Delta_{\alphaС}, \Delta_{\alphaS})^T,$$

де  $\hat{Z}_{0\alpha} = (\hat{\alpha}_{0П}, \hat{\alpha}_{0С}, \hat{\alpha}_{0S})^T$  – оцінка вектора стану ЧЕ, що відповідає уточненій математичній моделі (11).

При цьому будемо використовувати рівняння правдоподібності

$$A_0^T R_\alpha^{-1} (\alpha(\hat{Z}_\alpha, T) - \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, T)) = 0, \quad (12)$$

де  $\alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, T) = (\alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, t_1), \dots, \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, t_K))^T$  – вектор значень кута відхилення ЧЕ, що обчислений для моделі (11) на основі оцінки  $\hat{Z}_{0\alpha}$  вектора стану,

$A_0^T = \frac{\partial}{\partial \hat{Z}_{0\alpha}} (\alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, T))^T$  – матриця часткових похідних для (11).

Враховуючи, що в реальних умовах роботи вимірника лінійних прискорень  $A_{03M} \leq 2^\circ \approx 0,033 \text{ рад}$ ,  $A_{03M}^3/192 \ll A_{03M}$ , матриця

$$A_0^T \approx \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \sin(\omega_{03M} \delta_\alpha) & \sin(2\omega_{03M} \delta_\alpha) & \dots & \sin(K\omega_{03M} \delta_\alpha) \\ \cos(\omega_{03M} \delta_\alpha) & \cos(2\omega_{03M} \delta_\alpha) & \dots & \cos(K\omega_{03M} \delta_\alpha) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Крім того, рівняння правдоподібності (12) є нелінійним відносно похибки визначення частоти прецесійних коливань  $\Delta_\omega = \omega_{3M} - \omega_{03M}$ . Тому виконаємо його лінеаризацію шляхом розкладання в ряд Тейлора виразу для  $\alpha(\hat{Z}_\alpha, T)$  з виключенням доданків другого та більш високих порядків:

$$\alpha(\hat{Z}_\alpha, T) \approx \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, \omega_0, T) + \frac{\partial \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, \omega_0, T)}{\partial \hat{Z}_{0\alpha}} \cdot \Delta_{Z\alpha 2} + \frac{\partial \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, \omega_0, T)}{\partial \omega_0} \cdot \Delta_\omega.$$

В результаті для математичної моделі (2) отримуємо:

$$\alpha(\hat{Z}_\alpha, t_i) = \hat{\alpha}_{0П} + \hat{\alpha}_{0С} \sin(\omega_{03M} t_i) + \hat{\alpha}_{0S} \cos(\omega_{03M} t_i) + \Delta_{\alphaП} + \Delta_{\alphaС} \sin(\omega_{03M} t_i) + \Delta_{\alphaS} \cos(\omega_{03M} t_i) + \Delta_\omega t_i (\hat{\alpha}_{0С} \cos(\omega_{03M} t_i) + \hat{\alpha}_{0S} \sin(\omega_{03M} t_i)). \quad (14)$$

Підставляючи (11), (13) і (14) в (12), отримуємо:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \sin(\omega_{03M} \delta_\alpha) & \sin(2\omega_{03M} \delta_\alpha) & \dots & \sin(K\omega_{03M} \delta_\alpha) \\ \cos(\omega_{03M} \delta_\alpha) & \cos(2\omega_{03M} \delta_\alpha) & \dots & \cos(K\omega_{03M} \delta_\alpha) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1K} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{K1} & w_{K2} & \dots & w_{KK} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{\Delta}_{\alpha,1} \\ \hat{\Delta}_{\alpha,2} \\ \dots \\ \hat{\Delta}_{\alpha,K} \end{bmatrix} = 0, \quad (15)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}_{\alpha,i} &= \alpha(\hat{Z}_\alpha, t_i) - \alpha_0(\hat{Z}_{0\alpha}, t_i) = \Delta_{\alphaП} + \Delta_{\alphaС} \sin(\omega_{03M} i \delta_\alpha) + \Delta_{\alphaS} \cos(\omega_{03M} i \delta_\alpha) - \\ &- \frac{A_{03M}^3}{192} \sin 3(\omega_{03M} i \delta_\alpha + \hat{\varphi}_{03M}) + \frac{A_{03M}^3}{16} \omega_{03M} i \delta_\alpha \cos(\omega_{03M} i \delta_\alpha + \hat{\varphi}_{03M}) + \\ &+ A_{03M} \xi_{3M} i \delta_\alpha \sin(\omega_{03M} t + \hat{\varphi}_{03M}) + A_{03M} \Delta_\omega i \delta_\alpha \cos(\omega_{03M} i \delta_\alpha + \hat{\varphi}_{03M}). \end{aligned}$$

Отримане рівняння правдоподібності (15) може бути перетворено в систему трьох лінійних рівнянь відносно вектора похибок оцінки стану ЧЕ  $\Delta_{Z\alpha 2} = (\Delta_{\alphaП}, \Delta_{\alphaС}, \Delta_{\alphaS})^T$  і ця система може бути записана в матричній формі:

$$B_\Delta \cdot \Delta_{Z\alpha 2} = C_\Delta, \quad (16)$$

де

$$B_{\Delta} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K w_i & \sum_{i=1}^K w_i \sin(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \cos(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) \\ \sum_{i=1}^K w_i \sin(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \sin^2(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \sin(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) \cos(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) \\ \sum_{i=1}^K w_i \cos(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \sin(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) \cos(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \cos^2(\omega_{03M} \delta_{\Delta}) \end{bmatrix}$$

$$C_{\Delta} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^K w_i \Delta_{n,i} & \sum_{i=1}^K w_i \Delta_{n,i} \sin(i \omega_{03M} \delta_{\Delta}) & \sum_{i=1}^K w_i \Delta_{n,i} \cos(i \omega_{03M} \delta_{\Delta}) \end{bmatrix}^T ;$$

$$w_i = \sum_{j=1}^K w_{ji} ;$$

$$\Delta_{n,i} = \frac{\hat{A}_{03M}^3}{192} \sin 3(\omega_{03M} i \delta_{\Delta} + \hat{\phi}_{03M}) + \frac{\hat{A}_{03M}^3}{16} \omega_{03M} i \delta_{\Delta} \cos(\omega_{03M} i \delta_{\Delta} + \hat{\phi}_{03M}) + \hat{A}_{03M} \xi_{3M} i \delta_{\Delta} \sin(\omega_{03M} t + \hat{\phi}_{03M}) + \hat{A}_{03M} \Delta_{\omega} i \delta_{\Delta} \cos(\omega_{03M} i \delta_{\Delta} + \hat{\phi}_{03M}). \quad (17)$$

Вираз (17) містить складові частини похибки оцінки вектора стану ЧЕ, обумовленої переходом від нелінійного диференційного рівняння (1) до лінійної математичної моделі (2) та похибкою визначення частоти  $\Delta_{\omega}$ .

Рішення системи (16) відносно  $\Delta_{\alpha\Pi}$  дозволяє визначити похибку оцінки постійної складової руху ЧЕ, що обумовлена переходом від нелінійного диференційного рівняння (1) до лінійної математичної моделі (2). Це рішення знайдено з урахуванням корельованості похибок вимірюваної траєкторії руху ЧЕ і є більш точним у порівнянні з іншими відомими рішеннями. Вказане рішення є комбінацією елементів матриці  $B_{\Delta}$  та вектора  $C_{\Delta}$ :

$$\Delta_{\alpha\Pi} = \frac{B_{\Delta 11} c_{\Delta 1} + B_{\Delta 21} c_{\Delta 2} + B_{\Delta 31} c_{\Delta 3}}{\det(B_{\Delta})}, \quad (18)$$

де  $B_{\Delta ji}$  – алгебраїчні доданки елементів  $b_{\Delta ji}$  матриці  $B_{\Delta}$ ,  $c_{\Delta j}$  – елементи вектора  $C_{\Delta}$ .

Враховуючи співвідношення (17) і (18), вираз для обчислення похибки  $\Delta_{\alpha i}$  в цілому є нелінійною функцією, яка залежить від параметрів руху ЧЕ, похибок вимірювання кутового положення ЧЕ та параметрів алгоритму оцінки стану цього ЧЕ:

$$\Delta_{\alpha\Pi} = f(\hat{A}_{03M}, \hat{\phi}_{03M}, R_{\alpha}^{-1}, \omega_{03M}, \Delta_{\omega}, \delta_{\Delta}, K).$$

Для підвищення точності оцінки стану ЧЕ і точності вимірювань лінійних прискорень пропонується алгоритмічна компенсація похибки  $\Delta_{\alpha i}$  (патент України на винахід UA 86005 C2 [8]). Для цього необхідно виконати послідовність таких дій:

1. Попередньо визначити початкові значення параметрів  $R_{\alpha}^{-1}, \omega_{03M}, \Delta_{\omega}, \delta_{\Delta}, K$  на основі апріорних відомостей про конструктивні властивості вимірювача лінійних прискорень та властивості алгоритму оцінки.

2. Отримати результати вимірювань траєкторії руху ЧЕ  $\alpha_i^*$ ,  $i = \overline{1, K}$ .

3. Обчислити оцінку вектора стану ЧЕ  $\hat{Z}_{\alpha} = (\hat{\alpha}_{\Pi}, \hat{\alpha}_C, \hat{\alpha}_S)^T$  на основі системи рівнянь (8) та співвідношення (9).

4. Обчислити похибку  $\Delta_{\alpha\Pi}$  оцінки вектора стану ЧЕ на основі системи рівнянь (16) та співвідношення (18). При цьому для отримання оцінок  $\hat{A}_{03M}, \hat{\phi}_{03M}$  можна використовувати значення  $\hat{\alpha}_C, \hat{\alpha}_S$ , обраховані в п.3:

$$\hat{A}_{03M} \approx \sqrt{\hat{\alpha}_C^2 + \hat{\alpha}_S^2}, \quad \hat{\phi}_{03M} \approx \begin{cases} \arcsin(\hat{\alpha}_S / \hat{A}_{03M}), & \hat{\alpha}_C \geq 0, \\ \pi - \arcsin(\hat{\alpha}_S / \hat{A}_{03M}), & \hat{\alpha}_C \leq 0. \end{cases}$$

5. Обчислити уточнене значення постійної складової руху ЧЕ  $\hat{\alpha}_{\Pi}$  та відповідне йому значення лінійного прискорення  $\hat{a}$ :

$$\hat{\alpha}_{\Pi} = \hat{\alpha}_{\Pi} - \Delta_{\alpha\Pi}; \quad \hat{a} = k_{\Pi} \cdot \hat{\alpha}_{\Pi},$$

де  $\hat{a}_i$  визначається за формулою (8) або (9),  $\Delta_{\alpha\Pi}$  – за формулою (18),  $k_{\Pi}$  – коефіцієнт пропорційності, що визначається на основі даних про конструкцію вимірювача лінійних прискорень.

**Висновки.** Ефективним шляхом підвищення точності вимірювачів лінійних прискорень є ідентифікація параметрів руху ЧЕ цих вимірювачів на основі алгоритмічних методів. В статті розв'язано задачу ідентифікації на основі методу максимальної правдоподібності, отримано теоретичні оцінки похибок ідентифікації. Це дозволяє оцінити вектор стану і параметри руху ЧЕ при наявності корельованих завад детермінованого та випадкового характеру.

Напрямок подальших досліджень може бути використання отриманих результатів для побудови високоточних навігаційних та гравіметричних систем.

**Список літератури:** 1. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М. Н. Красильщикова, Г. Г. Себрякова. – М.: Физматлит, 2003. – 280 с. 2. Безвесільна О. М. Авіаційні гравіметричні системи та гравіметри: монографія / О. М. Безвесільна. – Житомир: ЖДТУ, 2007. – 604 с. 3. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькуляторах / А. А. Костылев, П. В. Миляев, Ю. Д. Дорский и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с. 4. Грановский В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 288 с. 5. Синицын И. Н. Фильтры Калмана и Пугачева: учебное пособие / И. Н. Синицын. – М.: Университетская книга; Логос, 2006. – 640 с. 6. Безвесільна О. М. Вимірювання прискорень: підручник / О. М. Безвесільна. – К.: Либідь, 2001. – 264 с. 7. Кузьмин С. З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации / С. З. Кузьмин. – М.: Советское радио, 1974. – 432 с. 8. Пат. 86005 C2 Україна, МПК (2009) G01V 7/00, G01C 19/00. Гравіметр / Безвесільна О. М., Коробійчук І. В., Подчашиньський Ю. О.; заявник і власник патенту Житомирський державний технологічний університет. – № а2005 04762; заявл. 20.05.05; опубл. 25.03.09, Бюл. № 6.