

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ХПІ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

з виконання практичних робіт

до курсу "Теорія пластичності та повзучості "

за темою «Побудова рівнянь повзучості та пошкоджуваності матеріалу»

для студентів спеціальності «Динаміка і міцність»

Харків 2015

**Методичні вказівки з виконанняю індивідуальних завдань в курсі "Теорія пластичності та повзучості" для студентів спеціальності «Динаміка і міцність» / Укл. В.О. Федоров. – Харків: НТУ «ХП», 2015. – 18 с. –Укр.мова.**

Укладач: В.О. Федоров

Рецензент *В. Г. Сукіасов*

Кафедра динаміки і міцності машин

## Вступ

Для створення міцної основи і закріплення знань з теорії повзучості необхідно уміти вирішувати першочергові задачі, до яких відносяться задачі побудови фізичних рівнянь матеріалу по його експериментальним кривим повзучості. Така задача у літературі зветься також задачею обробки кривих повзучості. Дане видання містить постановку цієї задачі, загальну методику її розв'язання та методичні вказівки з її рішення.

Завдання виконують і здають в черговості їх викладення. Конкретні терміни виконання призначає викладач. Перед виконанням чергового завдання необхідно вивчити відповідну теорію. Питання з неї приводяться в методичних вказівках перед черговим завданням.

Рішення завдань починається на практичному занятті. Початкові дані у вигляді кривих повзучості конкретних матеріалів видає викладач. У аудиторії розв'язуються принципові питання і проводяться обчислення (достатньо інженерного калькулятора). При рішенні всіх задач початкові дані записуються в сумісних одиницях вимірювання (наприклад, мм, МПа, Н або м, Па, Н). Деформація обчислюється у відносних одиницях, а не у відсотках. При вивченні явищ повзучості час вимірюється годинами (год.). Вдома студент завершує технічну роботу, що залишилася. Всі фізичні величини супроводжуються одиницями вимірювання. Геометричні побудови робляться на копіях (для зручності і точності – збільшених) з оригіналів кривих повзучості.

ІДЗ здається викладачеві не пізніше ніж за два тижні з моменту отримання завдання. Для здачі ІДЗ необхідні

- знання відповідної теорії;
- письмово оформлене рішення задачі з результатами проміжних обчислень і текстом програми, якщо результати одержані програмним шляхом;
- усний коментар до всіх етапів рішення задачі.

Робота оцінюється по наступних основних параметрах: повнота, правильність і своєчасність виконання і здачі завдання.

Для роботи по цій темі необхідні знання наступних понять:

- повзучість, крива повзучості, стадії повзучості, теорії повзучості;
- апроксимація, метод найменших квадратів, метод вирівнювання;
- тривала міцність, крива тривалої міцності;
- структурні параметри, кінетичні рівняння, параметр пошкодженості.

## 1. Постановка задачі

Для даного матеріалу дані  $I$  експериментальних кривих повзучості, отриманих під дією напружень  $\sigma_i$  ( $i=1,2,\dots, I$ ). Треба побудувати фізичні співвідношення теорії течії

$$\dot{\varepsilon} = [P \exp(-Ct) + B] \left( \frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n \quad (1)$$

та кінетичного рівняння пошкоджуваності

$$\dot{\omega} = A \left( \frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m, \quad (2)$$

з початковою умовою

$$\omega(t=0) = 0 \quad (3)$$

та умовою руйнування матеріалу

$$\omega(t = t_f) = \omega_*. \quad (4)$$

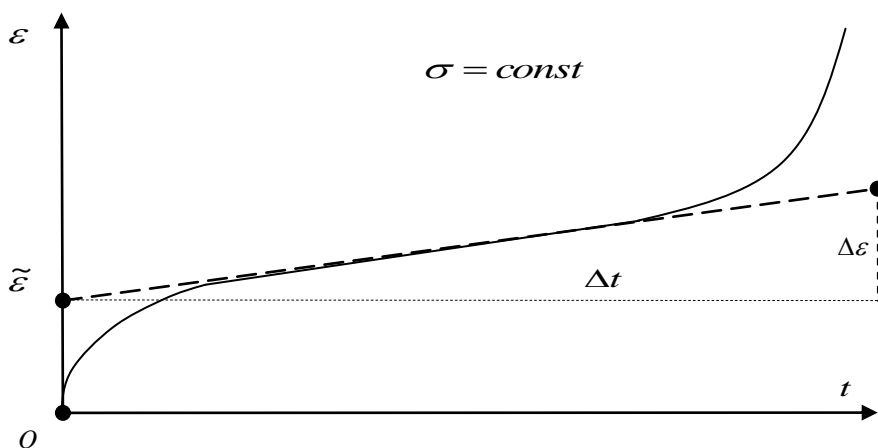


Рис. 1

де  $\sigma$  – напруження,  $\varepsilon$  – деформація повзучості,  $\omega$  – параметр пошкодження матеріалу внаслідок повзучості,  $t$  – час,  $t_f$  – мить часу, коли матеріал зруйнувався,  $B, P, C, n$  – константи повзучості,  $A, m, \omega_*$  – константи пошкоджуваності. Точки над функціями означають диференціювання по часу.

## 2. Аналіз та декомпозиція задачі

Побудова фізичних співвідношень є задачею апроксимації експериментальних кривих повзучості, ускладненою тим, що апроксимуючи залежності є системою нелінійних диференційних рівнянь. До того ж шукані сім констант ( $B, P, C, n, \omega_*, A, m$ ) присутні в них також в нелінійному вигляді. Безпосереднє розв'язання такої задачі є дуже складним. Але якісний аналіз цих рівнянь виявляє, що окремі константи визначають поведінку матеріалу на окремих стадіях повзучості. Це дозволяє розробити таку методику, що використовує декомпозицію задачі, тобто розкладання її на послідовність простих задач.

Якщо крива повзучості містить чітку другу стадію з незалежністю швидкості деформації від часу, то це означає, що на першій та другій стадіях ще  $\omega \ll 1$  і рівняння (1) прийме спрощений вигляд:

$$\dot{\varepsilon} = [P \exp(-Ct) + B] \sigma^n. \quad (5)$$

Якщо рівняння (5) проінтегрувати по часу від початку навантаження матеріалу до довільного моменту часу при постійному напруженні, отримуємо вид апроксимації кривої повзучості на першій та другій стадіях

$$\varepsilon = [D \{1 - \exp(-Ct)\} + Bt] \sigma^n, \quad (6)$$

де

$$D = P/C. \quad (7)$$

Друга стадія повзучості відбувається при достатньо великих значеннях часу. Тоді при  $t \rightarrow \infty$  рівняння (1) приймає спрощений вигляд

$$\dot{\varepsilon} = B \sigma^n, \quad (8)$$

а формула (6) після нехтування безкінечно малими перетворюється в рівняння асимптоти кривої (6) на другій стадії повзучості

$$\varepsilon^a = [D + Bt] \sigma^n, \quad (9)$$

яка показана на рисунку 1 прямою крупним штрихом та відсікає на осі абсцис відрізок

$$\tilde{\varepsilon} = D \sigma^n, \quad (10)$$

Третя стадія повзучості визначається впливом на неї параметра пошкодженості. Оскільки експоненціальний член рівняння (1) є нехтувано малим, це воно приймає вигляд

$$\dot{\varepsilon} = B \left( \frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n. \quad (11)$$

Кінетичне рівняння пошкоджуваності (2) після його інтегрування з початковою умовою (3) при постійному напруженні дає зв'язок параметру пошкодженості з часом

$$t = \frac{1 - (1-\omega)^{m+1}}{(1+m)A\sigma^m}. \quad (12)$$

Підставивши цю залежність в умову руйнування матеріалу (4), отримуємо апроксимаційну криву тривалої міцності

$$t_* = \frac{1 - (1-\omega_*)^{m+1}}{(1+m)A\sigma^m}. \quad (13)$$

## 2. Апроксимація кривої повзучості на другій стадії

Крива повзучості на цієї стадії відповідає рівнянням (8) і (9), що містять три константи:  $B$ ,  $n$ ,  $D$ . Спочатку, на основі аналізу швидкості повзучості, знаходяться константи  $B$  та  $n$ . Для цього треба записати квадратичну нев'язку між апроксимаційними  $\dot{\varepsilon}_i$  (8) та експериментальними  $\dot{\varepsilon}_{ei}$  (виміряними з кривих повзучості) швидкостями деформацій повзучості після їх вирівнюючого логарифмічного перетворення:

$$\begin{aligned} S_1 &= \sum_{i=1}^I (\ln \dot{\varepsilon}_i - \ln \dot{\varepsilon}_{ei})^2 = \sum_{i=1}^I (\ln B + n \ln \sigma_l - \ln \dot{\varepsilon}_{ei})^2 = \\ &= \sum_{i=1}^I (\tilde{B} + n \ln \sigma_l - \ln \dot{\varepsilon}_{ei})^2, \end{aligned} \quad (14)$$

де  $i$  – номер експериментальної кривої повзучості,

$$\tilde{B} = \ln B. \quad (15)$$

Необхідні умови мінімуму квадратичної нев'язки  $\frac{\partial S_1}{\partial \tilde{B}} = 0$ ;  $\frac{\partial S_1}{\partial n} = 0$ , приводяться до системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь

$$L\tilde{B} + \left(\sum_{l=1}^L \ln \sigma_l\right) n = \sum_{l=1}^L \ln \dot{\varepsilon}_{el}^c, \quad (16)$$

$$\left(\sum_{l=1}^L \ln \sigma_l\right) \tilde{B} + \left(\sum_{l=1}^L \ln^2 \sigma_l\right) n = \sum_{l=1}^L \ln \sigma_l \ln \dot{\varepsilon}_{el}^c$$

відносно шуканих параметрів.

#### Вказівки до знаходження констант $B, n$

- 1) визначають масштаби зображень на графіках кривих повзучості а) часу  $M_t = L_t / t$  та б) деформацій повзучості  $M_\varepsilon = L_\varepsilon / \varepsilon$ , де  $L_t$  та  $L_\varepsilon$  – довжини у міліметрах відрізків осей, що відповідають значенням часу  $t$  та деформації  $\varepsilon$ . Ці довжини вимірюються безпосередньо на рисунках з експериментальними кривими повзучості.
- 2) на всіх експериментальних кривих повзучості креслять асимптоти до кривих на першій – другій стадіях (рисунок 1). Для учбових цілей можна обмежитися трьома кривими повзучості ( $I=3$ ).
- 3) користуючись креслярським приладдям, вимірюють на графіках відрізки, що відповідають приростам часу  $\Delta L_{ti}$  та деформацій повзучості  $\Delta L_{\varepsilon i}$  на другій стадії ( $i = 1, 2, \dots, I$ ) та обчислюють експериментальні швидкості повзучості як відношення приростів деформацій до приростів часу:

$$\dot{\varepsilon}_{ei} = \frac{\Delta \varepsilon_{ei}}{\Delta t_{ei}} = \frac{\Delta L_{\varepsilon i}}{\Delta L_{ti}} \frac{M_t}{M_\varepsilon}. \quad (17)$$

Тут і далі величини, що узяті з експериментальних кривих повзучості, мають нижній індекс «е».

- 4) задані значення напружень та експериментальні значення швидкостей повзучості записуються відповідно у другий та третій стовпці таблиці, формат якої дається таблицею 1.

Таблиця 1 – Швидкості деформації повзучості та їх похибки

$i$	Напруження	Швидкості деформацій (1/год.)	Похибки і швидкост	Відносні похибки швидкост
	руж			



	$\sigma_i$ (МПа)	експериментальні $\dot{\varepsilon}_{ei}$	апроксимативні $\dot{\varepsilon}_i$	теї деформації $\delta\dot{\varepsilon}$ (1/год.)	ей деформації
1	$\sigma_1$	$\dot{\varepsilon}_{e1}$	$\dot{\varepsilon}_1$	$\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_{e1}$	$\frac{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_{e1}}{\dot{\varepsilon}_{e1}}$
2	$\sigma_2$	$\dot{\varepsilon}_{e2}$	$\dot{\varepsilon}_2$	$\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_{e2}$	$\frac{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_{e2}}{\dot{\varepsilon}_{e2}}$
3	$\sigma_3$	$\dot{\varepsilon}_{e3}$	$\dot{\varepsilon}_3$	$\dot{\varepsilon}_3 - \dot{\varepsilon}_{e3}$	$\frac{\dot{\varepsilon}_3 - \dot{\varepsilon}_{e3}}{\dot{\varepsilon}_{e3}}$

- 5) обчислюють коефіцієнти системи (16) та розв'язують її чисельно, знаходячи константи повзучості  $\tilde{B}$ ,  $n$  та, згідно з (15),  $B$ .
- 6) для всіх значень напружень за формулою (8) обчислюють апроксимаційні швидкості деформацій повзучості на другій стадії  $\dot{\varepsilon}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, l$ ), та заносять у четвертий стовпець таблиці (1).
- 7) для всіх значень напружень обчислюють похибки апроксимаційних швидкостей деформацій повзучості на другій стадії

$$\delta\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_i - \dot{\varepsilon}_{ei} \quad (18)$$

та заносять у п'ятий стовпець таблиці (1).

- 8) для всіх значень напружень обчислюють відносні похибки апроксимаційних швидкостей

$$\delta\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}_i - \dot{\varepsilon}_{ei}}{\dot{\varepsilon}_{ei}} \quad (19)$$

та заносять у шостий стовпець таблиці (1).

- 9) аналізують результати та роблять висновки щодо достовірності знайдених констант.

Для обчислення константи  $D$  потрібно розглянути квадратичну нев'язку між апроксимаційними (10) та експериментальними значеннями відрізків  $\tilde{\varepsilon}$  (см. рисунок 1)

$$S_2 = \sum_{i=1}^I (\tilde{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_{ei})^2 = \sum_{i=1}^I (D\sigma_i^n - \tilde{\varepsilon}_{ei})^2 \quad (20).$$

Необхідна умова її мінімуму приводиться до формули

$$D = \frac{\sum_{i=1}^I \sigma_i^n \tilde{\varepsilon}_{ei}}{\sum_{i=1}^I \sigma_i^{2n}}. \quad (21).$$

### Вказівки до до знаходження константи $D$

- на всіх експериментальних кривих повзучості вимірюють відрізки  $\tilde{\varepsilon}_{ei}$  та заносять їх значення у третій стовпець таблиці, формат якої дає таблиця 2. Відповідні напруження записуються в другий стовпець.

Таблиця 2 – Дані щодо визначення константи  $D$

$i$	Нап руж ення $\sigma_i$ ( МПа )	Відрізки деформацій $\tilde{\varepsilon}$		Похибк и відрізки в деформ ації $\delta\tilde{\varepsilon}_i$	Відносні похибки відрізків деформац ій $\delta\tilde{\varepsilon}_i$
		експери менталь ні $\tilde{\varepsilon}_{ei}$	апрокс имацій ні $\tilde{\varepsilon}_i$		
1	$\sigma_1$	$\tilde{\varepsilon}_{e1}$	$\tilde{\varepsilon}_1$	$\delta\tilde{\varepsilon}_1$	$\delta\tilde{\varepsilon}_1$
2	$\sigma_2$	$\tilde{\varepsilon}_{e2}$	$\tilde{\varepsilon}_2$	$\delta\tilde{\varepsilon}_2$	$\delta\tilde{\varepsilon}_2$
3	$\sigma_3$	$\tilde{\varepsilon}_{e3}$	$\tilde{\varepsilon}_3$	$\delta\tilde{\varepsilon}_3$	$\delta\tilde{\varepsilon}_3$

- за формулою (21) визначають константу  $D$ , після чого обчислюють та заносять у четвертий стовбець апроксимаційні значення відрізків  $\tilde{\varepsilon}_i$ , обчислені за формулою (10), у п'ятий стовбець похибки апроксимації відрізків

$$\delta\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_{ei}. \quad (22)$$

у п'ятий стовбець – відносні похибки апроксимації відрізків

$$\delta\tilde{\varepsilon}_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i - \tilde{\varepsilon}_{ei}}{\tilde{\varepsilon}_{ei}}. \quad (23)$$

- аналізують результати обчислень та роблять висновки щодо достовірності знайденої константи.

Таким чином, визначені константи, які відповідають за апроксимацію другої стадії повзучості.

#### 4. Апроксимація кривої повзучості на першій стадії

Останню константу рівняння (5) визначають, апроксимуючи криву повзучості на першій її стадії. Для цього розглядається відрізок  $\bar{\varepsilon}$  між асимптотою та кривою повзучості на першій стадії (рис.2). Апроксимаційний вираз для нього маємо з формул (9), (6)

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon^a - \varepsilon = D\sigma^n \exp(-Ct). \quad (24).$$

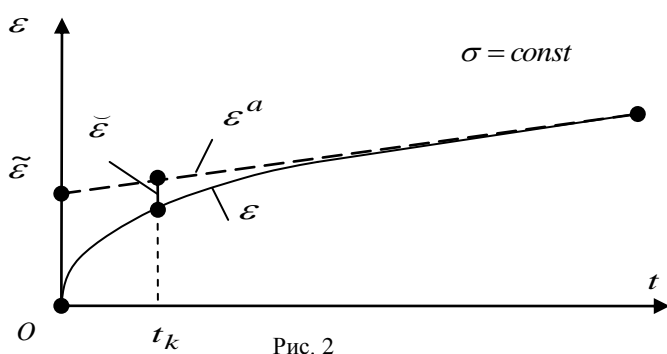


Рис. 2

Вказівки до рішення для напруження

- 1) на всіх експериментальних кривих повзучості для напружень  $\sigma = \sigma_i$  у моменти часу  $t = t_k$

вимірюють відрізки  $\bar{\varepsilon}_{eik}$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) та заносять їх значення у третій стовпець таблиці, формат якої дає таблиця 3. Для навчальних цілей можна обмежитися двома моментами часу  $t_k$ . Їх слід обирати так, щоб вони репрезентували як першу стадію, так і перехід до другої стадії повзучості.

Таблиця 3 – Дані щодо визначення константи  $C$

$l$	$k$	$\bar{\varepsilon}_{elk}$	$\bar{\varepsilon}_{lk}$	$\bar{\varepsilon}_{lk} - \bar{\varepsilon}_{elk}$	$\frac{\bar{\varepsilon}_{lk} - \bar{\varepsilon}_{elk}}{\bar{\varepsilon}_{elk}}$
1	1	$\bar{\varepsilon}_{e11}$	$\bar{\varepsilon}_{11}$	$\bar{\varepsilon}_{11} - \bar{\varepsilon}_{e11}$	$\frac{\bar{\varepsilon}_{11} - \bar{\varepsilon}_{e11}}{\bar{\varepsilon}_{e11}}$
	2	$\bar{\varepsilon}_{e12}$	$\bar{\varepsilon}_{12}$	$\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{e12}$	$\frac{\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{e12}}{\bar{\varepsilon}_{e12}}$
2	1	$\bar{\varepsilon}_{e21}$	$\bar{\varepsilon}_{21}$	$\bar{\varepsilon}_{21} - \bar{\varepsilon}_{e21}$	$\frac{\bar{\varepsilon}_{21} - \bar{\varepsilon}_{e21}}{\bar{\varepsilon}_{e21}}$

	2	$\tilde{\varepsilon}_{e22}$	$\tilde{\varepsilon}_{21}$	$\tilde{\varepsilon}_{22} - \tilde{\varepsilon}_{e22}$	$\frac{\tilde{\varepsilon}_{22} - \tilde{\varepsilon}_{e22}}{\tilde{\varepsilon}_{e22}}$
3	1	$\tilde{\varepsilon}_{e31}$	$\tilde{\varepsilon}_{31}$	$\tilde{\varepsilon}_{31} - \tilde{\varepsilon}_{e31}$	$\frac{\tilde{\varepsilon}_{31} - \tilde{\varepsilon}_{e31}}{\tilde{\varepsilon}_{e31}}$
	2	$\tilde{\varepsilon}_{e32}$	$\tilde{\varepsilon}_{32}$	$\tilde{\varepsilon}_{32} - \tilde{\varepsilon}_{e32}$	$\frac{\tilde{\varepsilon}_{32} - \tilde{\varepsilon}_{e32}}{\tilde{\varepsilon}_{e32}}$

- 2) записують квадратичну нев'язку між апроксимаційними (16) та експериментальними значеннями відрізків після їх вирівнюючого логарифмічного перетворення:

$$S_3 = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K (\ln \tilde{\varepsilon}_{lk} - \ln \tilde{\varepsilon}_{elk})^2 = \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left[ \ln(D\sigma_l^n) - Ct_k - \ln \tilde{\varepsilon}_{elk} \right]^2. \quad (17)$$

- 3) записують необхідну умову мінімуму квадратичної нев'язки  $\frac{\partial S_3}{\partial C} = 0$ , яка, з урахуванням (17) приводиться до формули

$$C = \frac{\sum_{k=1}^K t_k \left[ \sum_{l=1}^L \ln(D\sigma_l^n) \right] - \sum_{k=1}^K t_k \left( \sum_{l=1}^L \ln \tilde{\varepsilon}_{elk} \right)}{L \sum_{k=1}^K t_k^2}. \quad (18)$$

- 4) за цією формулою визначають константу  $C$ , після чого обчислюють та заносять у четвертий, п'ятий та шостий стовбці таблиці 2 апроксимаційними значення  $\tilde{\varepsilon}_l$  та їх похибки.
- 5) аналізують результати обчислень та роблять висновки щодо знайденої константи.

## 5. Верифікація результатів обробки кривих повзучості на першій та другій стадіях

На кожному етапі задачі ми контролювали якість її розв'язання шляхом обчислення відносних похибок апроксимації локальних характеристик повзучості (швидкості повзучості на другій стадії, повзучості на цієї стадії, повзучості на першій стадії). Але слід також візуально проконтролювати якість апроксимації кривої повзучості в цілому на перших двох стадіях.

### Вказівки до рішення

- 1) для заданих значень напружень  $\sigma_l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) обчислюють апроксимаційні значення деформації повзучості при декількох значеннях часу на перших двох стадіях за формулою (10).
- 2) на рисунку з експериментальними кривими повзучості наносять крапки для апроксимаційних значень деформацій.
- 3) зіставляють апроксимаційні значення деформацій з експериментальними та роблять висновки.

### **6. Апроксимація кривої повзучості на третій стадії**

Останні три константи  $\omega_*$ ,  $A$  та  $m$  відповідають за поведінку матеріалу на третій стадії повзучості.

Кінетичне рівняння пошкоджуваності (2) після його інтегрування з початковою умовою (3) при постійному напруженні дає зв'язок параметру пошкодженості з часом

$$t = \frac{1 - (1 - \omega)^{m+1}}{(1 + m)A\sigma^m}. \quad (19)$$

Підставив цю залежність в умову руйнування (4), отримуємо апроксимаційну криву тривалої міцності

$$t_* = \frac{1 - (1 - \omega_*)^{m+1}}{(1 + m)A\sigma^m}. \quad (20)$$

Спочатку визначимо константу  $m$ . Для цього, записав відношення часів руйнування (20) для різних значень напружень, виключимо константи  $\omega_*$  та  $A$ :

$$\frac{t_{*l}}{t_{*j}} = \left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right)^m. \quad (21)$$

### Вказівки до визначення константи $m$

- 1) на всіх експериментальних кривих повзучості вимірюють часи руйнування матеріалу  $t_{*cl} = t_{*e}(\sigma_l)$  (рисунок 3) та заносять їх значення у другий стовпець таблиці, формат якої дає таблиця 4.

Таблиця 4 – Часи руйнування

$l$	$\sigma_l$ (Мпа)	$t_{*el}$ (ГОД.)
1	$\sigma_1$	$t_{*e1}$
2	$\sigma_2$	$t_{*e2}$
3	$\sigma_3$	$t_{*e3}$

2) записують квадратичну нев'язку між апроксимаційними (21) та експериментальними значеннями відношень часів руйнування матеріалу після їх вирівнюючого логарифмічного перетворення

$$S_4 = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=l+1}^L \left[ \ln \left( \frac{t_{*l}}{t_{*j}} \right) - \ln \left( \frac{t_{*el}}{t_{*ej}} \right) \right]^2 = \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=l+1}^L \left[ m \ln \frac{\sigma_j}{\sigma_l} - \ln \left( \frac{t_{*el}}{t_{*ej}} \right) \right]^2 \quad (22)$$

3) записують необхідну умову мінімуму квадратичної нев'язки

$\frac{\partial S_4}{\partial m} = 0$ , яка, з урахуванням (22) приводяться до формули, за якою обчислюють

коефіцієнт

$$m = \frac{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=l+1}^L \left[ \ln \left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right) \ln \left( \frac{t_{*el}}{t_{*ej}} \right) \right]}{\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{j=l+1}^L \ln^2 \left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right)} . \quad (23)$$

4) для всіх значень напружень за формулою (19) обчислюють апроксимаційні часи руйнування матеріалу  $t_{*l}$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ) та їх похибки після чого заносять їх у четвертий, п'ятий та шостий стовбці таблиці (4).

Таблиця 4 – Часи руйнування

$l$	$j$	$\frac{t_{*el}}{t_{*ej}}$	$\frac{\sigma_j}{\sigma_l}$	$\left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right)^m$	$\left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right)^m - \frac{t_{*el}}{t_{*ej}}$	$\left[ \left( \frac{\sigma_j}{\sigma_l} \right)^m - \frac{t_{*el}}{t_{*ej}} \right] / \left( \frac{t_{*el}}{t_{*ej}} \right)$
1	2	$\frac{t_{*e1}}{t_{*e2}}$	$\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$	$\left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^m$	$\left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^m - \frac{t_{*e1}}{t_{*e2}}$	$\left[ \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right)^m - \frac{t_{*e1}}{t_{*e2}} \right] / \left( \frac{t_{*e1}}{t_{*e2}} \right)$

	3	$\frac{t_{*e1}}{t_{*e3}}$	$\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$	$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)^m$	$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)^m - \frac{t_{*e1}}{t_{*e3}}$	$\left[\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)^m - \frac{t_{*e1}}{t_{*e3}}\right] / \left(\frac{t_{*e1}}{t_{*e3}}\right)$
2	3	$\frac{t_{*e2}}{t_{*e3}}$	$\frac{\sigma_3}{\sigma_2}$	$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right)^m$	$\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right)^m - \frac{t_{*e2}}{t_{*e3}}$	$\left[\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right)^m - \frac{t_{*e2}}{t_{*e3}}\right] / \left(\frac{t_{*e2}}{t_{*e3}}\right)$

5) аналізують результати обчислень та роблять висновки щодо знайдених констант.

Константа  $A$  визначається з аналізу швидкості повзучості на третій стадії, яка вимірюється на експериментальних кривих повзучості  $\dot{\varepsilon}_{els}^c$  для напруження  $\sigma_l$  в мить часу  $t_s$  (рисунок 3) та апроксимується залежністю (1) з урахуванням того, що  $t \gg 0$ :

$$\dot{\varepsilon}^c = B \left( \frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n. \quad (24)$$

Ця формула після підстановки в нею виразу для  $\omega$  з формули (19) та розв'язання відносно константи  $A$  має вигляд

$$A = \frac{1 - \left[ \sigma \left( \frac{B}{\dot{\varepsilon}^c} \right)^{1/n} \right]^{m+1}}{(1+m)\sigma^m t}. \quad (25)$$

Підставляючи в нею швидкості повзучості на третій стадії, яка вимірюється на експериментальних кривих повзучості  $\dot{\varepsilon}_{els}^c$ , та відповідні значення напружень  $\sigma_l$  та часу  $t_s$  (рисунок 3) після осереднення отримаємо формулу для обчислення константи  $A$ :

$$A = \frac{1}{LS} \sum_{l=1}^L \frac{1}{(1+m)\sigma_l^m} \sum_{s=1}^S \frac{1 - \left[ \sigma_l \left( \frac{B}{\dot{\varepsilon}_{ls}^c} \right)^{1/n} \right]^{m+1}}{t_{ls}}. \quad (26)$$

## 7. Верифікація результатів обробки кривих повзучості

Кінетичне рівняння пошкоджуваності (2) при постійному напруженні має точне рішення (19). Після підстановки його в закон повзучості маємо диференційне рівняння

$$\dot{\varepsilon} = [P \exp(-Ct) + B] \left\{ \frac{\sigma}{[1 - (1+m)A\sigma^m t]^{\frac{1}{m+1}}} \right\}^n, \quad (27)$$

яке описує деформування матеріалу на всіх стадіях повзучості.

#### Вказівки до рішення

- 1) для заданих значень напружень  $\sigma_l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) обчислюють відповідні значення часів руйнування матеріалу  $t_{*i}$ ;
- 2) для заданих значень напружень  $\sigma_l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) обчислюють апроксимаційні значення деформації повзучості при декількох значеннях часу на всіх стадіях повзучості;
- 3) на рисунку з експериментальними кривими повзучості наносять крапки для апроксимаційних значень деформацій;
- 4) зіставляють апроксимаційні значення деформацій з експериментальними та роблять висновки.

#### **Література**

1. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
2. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. – 752 с.
3. Бурлаков А.В. Основы теории пластичности и ползучести. Харьков: Изд. Харьковского университета, 1968. – 156 с.
4. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. М.: Мир, 1986. – 360 с.
5. Малинин Н.Н., Романов К.И., Ширшов А.А. Сборник задач по прикладной теории пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1984. – 231 с.
6. Закономерности ползучести и длительной прочности: Справочник/ Под общ. ред. С.А. Шестерикова. – М.: Машиностроение, 1983. – 101 с.



Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ УКАЗІВКИ

з виконання практичних робіт  
по курсу "Теорія пластичності та повзучості"  
за темою «Побудова рівнянь повзучості та пошкоджуваності матеріалу»  
для студентів спеціальності «Динаміка и міцність»

Українською мовою

Укладачі: ФЕДОРОВ Віктор Олександрович

Відповідальний за випуск доц. Г.І. Львов

Роботу до видання рекомендував доц. С. К. Шелковий

Редактор

План 2015 р., поз. 5 / \_\_\_\_

Підп. до друку \_\_\_\_\_.\_\_\_\_\_ Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.

Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 0.8.

Обл.-вид. арк. 0,9. Наклад 50 прим. Зам. № \_\_. Ціна договірна.

---

Видавничий центр НТУ „ХПІ”.

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

---

Друкарня НТУ „ХПІ”. 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

---