

оболочки с максимумом в локальной зоне контакта, или равномерное давление, приложенной непосредственно в зоне контакта.

## Литература

1. Ракошиц Г.С. Электроимпульсная штамповка: Учеб. пособие для ПТУ. – М.: Высшая школа, 1990. – 191 с. 2. M.Lashkari, Ph.D. COSMOS/M User Guide. Stress, Vibration, Buckling, Dynamics, and Heat Transfer Analyses (Release Version 1.52). - S.R.A.C. - Santa Monica, California, 1988. - 231p.

Поступила в редколлегию 12.09.2001

УДК 71.027

## КОЛЕБАНИЯ КАТУШЕК КАНАТОВЬЮЩИХ МАШИН

А.И.Бохонский, Е.В.Хромов

*Севастопольский государственный технический университет, Украина*

Investigate torsion oscillations in act of twist ropes of ropeweaving machines

Сложный характер смешанных крутильных колебаний питающих катушек при перематке проволоки либо свивке прядей и канатов на канатовьющих машинах обусловлен рядом причин [1]: несовпадением центров масс катушек с осями их вращения, наличием сил трения, изменением некоторых геометрических и физических параметров системы в процессе свивки (например, при сматывании проволоки или пряди с катушки), случайными факторами.

В данной работе выполнены исследования свободных и вынужденных крутильных колебаний линейной системы питающих катушек канатовьющей машины с конечным числом степеней свободы без учета сил сопротивления (см. рисунок).

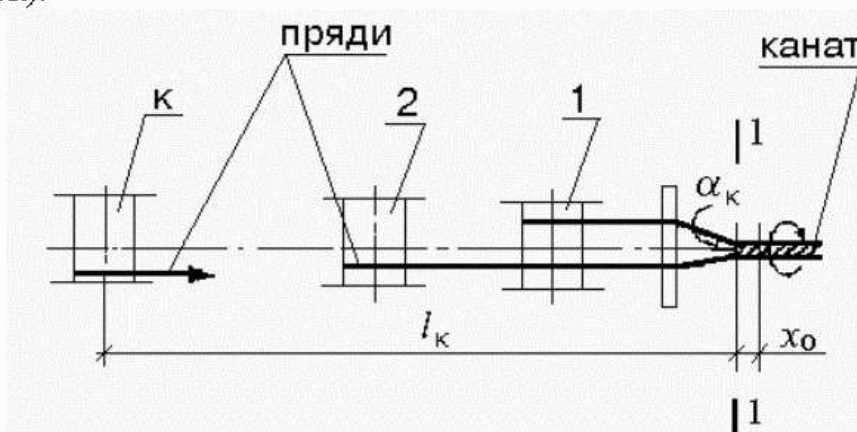


Схема расположения питающих катушек канатовьющей машины

Дифференциальные уравнения, описывающие свободные крутильные колебания катушек около положения квазистатического равновесия, записываются следующим образом:

$$I_k \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} = -C_k (\varphi_k r_k - x_0) \cos \alpha_k r_k; \quad k = 1, \dots, n; \quad (1)$$

где  $I_k$  - физический момент инерции  $k$ -й катушки относительно тел вращения;  $d^2 \varphi_k / dt^2$  - угловое ускорение катушки;  $C_k = EF_k / l_k$  коэффициент жесткости  $k$ -й пряди на участке от места схода с катушки до сечения 1-1, в котором осуществляется свивка прядей в канат;  $E$  - модуль упругости первого рода;  $F_k = \pi d_k^2 / 4$  - площадь поперечного сечения пряди;  $d_k$  - диаметр пряди;  $l_k$  - длина пряди от катушки до сечения 1-1;  $\varphi_k$  - угол поворота катушки относительно собственной оси в процессе колебаний около положения квазистатического равновесия;  $r_k$  - радиус намотки пряди, который принят постоянным для малого промежутка времени, на котором исследуются крутильные колебания катушек;  $x_0$  - перемещение сечения 1-1 каната в связи с продольными деформациями прядей каната (см. рисунок 1);  $n$  - число степеней свободы системы.

Условие статического равновесия участка каната в окрестности сечения 1-1 записывается как:

$$C_0 x_0 = \sum_{k=1}^n C_k (\varphi_k r_k - x_0) \cos \alpha_k, \quad (2)$$

где  $C_0$  - обобщенный коэффициент жесткости прядей, свитых в канат в сечении 1-1;  $\alpha_k$  - угол свивки. Коэффициент жесткости  $C_0$  может быть найден теоретически или экспериментально. Решаемая задача статически неопределима, но условие совместности деформации в виде равенства перемещений всех концов прядей в сечении 1-1 естественным образом раскрывает статическую неопределимость системы.

После определения  $x_0$  из (2) и подстановки в (1) следует система однородных дифференциальных уравнений:

$$I_k \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} = -C_k \left( \varphi_k r_k - \frac{\sum_{k=1}^n C_k \varphi_k r_k \cos \alpha_k}{C_0 + \sum_{k=1}^n C_k \cos \alpha_k} \right) r_k; \quad k = 1, \dots, n; \quad (3)$$

С целью аналитического определения частот собственных колебаний и амплитуд вынужденных колебаний системы катушек (при  $n = 6$ ) с использованием компьютерной алгебры рассмотрим частный случай, для которого одинаковы коэффициенты жесткости прядей, радиусы навивки и соответственно физические моменты инерции:

$$\begin{aligned} r_1 = r_2 = \dots r_k = \dots r_n = r; \\ I_1 = I_2 = \dots I_k = \dots I_n = I; \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае из (3) следует система уравнений:

$$d^2\varphi_k/dt^2 = a\varphi_k + b\sum_{i=1}^n \varphi_i; \quad i \neq k; \quad k = 1, \dots, n, \quad (5)$$

$$\text{где } a = \left( \frac{C^2 r^2 \cos \alpha_k}{C_0 + nC \cos \alpha_k} - Cr^2 \right) / I; \quad b = \frac{C^2 r^2 \cos \alpha_k}{(C_0 + nC \cos \alpha_k)I}.$$

После подстановки частных решений  $\varphi_k = A_k \sin(\lambda t + \delta)$  в (5) и преобразований получена система линейных однородных алгебраических уравнений, условие существования ненулевого решения которой (наличие колебаний) приводит к определителю

$$\begin{vmatrix} a/b + \lambda^2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a/b + \lambda^2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a/b + \lambda^2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a/b + \lambda^2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & a/b + \lambda^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & a/b + \lambda^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (6)$$

где  $\lambda^2 = \omega^2/b$ .

После раскрытия определителя (6) характеристическое уравнение для определения квадратов частот собственных колебаний принимает вид:

$$\begin{aligned} L^6 + 6aL^5 + 15(a^2 - b^2)L^4 + (20a^3 - 60ab^2 + 40b^3)L^3 + \\ + (120ab^3 + 15a^4 - 90a^2b^2 - 45b^4)L^2 + \\ + (6a^5 - 60a^3b^2 - 90ab^4 + 120a^2b^3 + 24b^5)L - \\ - 45a^2b^4 - 15a^4b^2 + 24ab^5 + a^6 - 5b^6 + 40a^3b^3 = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $L = \omega^2$ .

Из (7) определяются квадраты частот собственных колебаний:

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = \frac{Cr^2}{I}; \quad L_6 = \frac{C_0 Cr^2}{I(C_0 + 6C)}. \quad (8)$$

Таким образом, в случае симметрии в расположении одинаковых катушек (выполнения условий (4)) частоты, кроме одной, равны между собой. Такая закономерность наблюдается при произвольном  $n$ . При этом отличная от других частота определяется по формуле:

$$C_1 = C_2 = \dots C_k = \dots C_n = C;$$

$$\varphi_n = -C_0 C r^2 / I(C_0 + 6C). \quad (9)$$

Определим амплитуды вынужденных колебаний катушек, обусловленные эксцентриситетами центров масс катушек по отношению к осям вращения. Необходимо отметить, даже с учетом условий (4) и равенства эксцентриситетов у всех катушек при  $n=6$  возникают существенные аналитические трудности при символьном решении системы линейных алгебраических уравнений с использованием компьютерной алгебры. Дальше приводится аналитическое решение при  $n=3$ . Гармоническое воздействие принято в виде:

$$\xi(t) = D \sin \lambda t, \quad (10)$$

где  $D = e m g / I$ ;  $e$  - эксцентриситет;  $m$  - масса катушки;  $g$  - ускорение силы тяжести;  $I$  - момент инерции катушки относительно оси вращения.

После подстановки частных решений в (5) и преобразований система алгебраических уравнений для определения амплитуд вынужденных колебаний запишется как:

$$\begin{aligned} (a + \lambda^2)A_1 + bA_2 + bA_3 &= -D, \\ bA_1 + (a + \lambda^2)A_2 + bA_3 &= -D, \\ bA_1 + bA_2 + (a + \lambda^2)A_3 &= -D. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (11) амплитуды колебаний находятся аналитически с использованием компьютерной алгебры:

$$A_1 = A_2 = A_3 = A = \frac{(C_0 + 3C)ID}{(CC_0 r + \lambda^2 IC_0 - 3\lambda^2 IC)r}. \quad (12)$$

Если принять  $C_0 = 3C$ , то:

$$A = 2DI / (C\Gamma - 2\lambda^2 I)\Gamma. \quad (13)$$

Система (11) позволяет находить аналитическое решение в частных случаях, когда эксцентриситет имеет место у одной катушки или двух катушек.

Численный анализ выполнен при следующих исходных данных:

$F = 23,93 \text{ мм}^2$ ;  $I = 44,28 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ; расстояния от катушек до сечения 1-1 соответственно 2 м, 4 м, 6 м, 8 м, 10 м, 12 м; диаметр пряди  $d = 6,2 \text{ мм}$ ;  $\omega = 2,1 \text{ рад/с}$ ; масса катушки  $m = 760,8 \text{ кг}$ ;  $r = 0,8 \text{ м}$ ;  $n = 6$ . В данном случае система уравнений (ввиду ее громоздкости здесь не приводится) не обладает симметрией и аналитическое решение связано с громоздкими преобразованиями, которые проведены с использованием систем компьютерной алгебры, но, следует отметить, что для практических расчетов и в настоящее время численное решение предпочтительно [2, 3]. Уравнение для определения квадратов частот имеет вид:

$$\lambda^6 - 98602,301\lambda^5 - 36442,6392 \cdot 10^5 \lambda^4 - 64981,9433 \cdot 10^9 \lambda^3 + 58628,4633 \cdot 10^{13} \lambda^2 - 24762,9757 \cdot 10^{18} \lambda + 35476,1945 \cdot 10^{19} = 0, \quad (14)$$

где  $\lambda = \omega^2$ .

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 8,3921 \text{ Гц}; & \nu_2 &= 15,1780 \text{ Гц}; & \nu_3 &= 16,9090 \text{ Гц}; \\ \nu_4 &= 19,3597 \text{ Гц}; & \nu_5 &= 23,3040 \text{ Гц}; & \nu_6 &= 31,4193 \text{ Гц}. \end{aligned}$$

Амплитуды вынужденных колебаний катушек (в установившемся режиме):

$$\begin{aligned} A_1 &= 0,0073 \text{ рад}; & A_2 &= 0,0055 \text{ рад}; & A_3 &= 0,0058 \text{ рад}; \\ A_4 &= 0,0065 \text{ рад}; & A_5 &= 0,0055 \text{ рад}; & A_6 &= 0,0066 \text{ рад}. \end{aligned} \quad (15)$$

Динамические добавки к статическим усилиям натяжения прядей, которые влияют на качество изготовления каната, определяются как

$$\delta N_k^D = \frac{EF_k}{l_k} \cdot \delta l_k, \quad (16)$$

где  $\delta l_k$  - динамические удлинения пряди.

Разработанная модель описания колебаний катушек канатовьющей машины позволяет учесть конструктивные особенности канатовьющей машины и механические свойства свиваемых элементов каната при проведении инженерных расчетов.

## Литература

**1.** Бохонский А.И., Хромов Е.В. Анализ колебательных процессов при перематке длинномерных изделий. Оптимизация производственных процессов. Вестник СевГТУ, Вып. 3. - Севастополь, 2000. - С.70-73. **2.** Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. - М.: Машиностроение, 1985. - 472 с. **3.** Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. - Т. 1. Колебания линейных систем. Под ред. В.В. Болотина. - М.: Машиностроение, 1978. - 352 с.

Поступила в редколлегию 19.09.2001

УДК 631.3: 752.004.5

## ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ВИБРАЦИОННОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ТРАКТОРА

Говорущенко Н.Я., Мигаль В.Д.

*ХГТУСХ, Харьков, Украина*

Project level estimation methodology and technical state alteration estimation methodology of tractors based on vibration level are founded. The vibration is uniform extending criterion of availability index of product at projection, operational development, manufacture, maintenance and repair.