

**В. А. ВАНИН, С. П. СВЕТИЧНЫЙ**

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТЕЛА ПТИЦЫ С ПРЕГРАДОЙ НА ОСНОВЕ СЕТОЧНОГО И БЕССЕТОЧНОГО МЕТОДОВ

Запропоновано гідродинамічні розрахункові моделі деформації тіла птаці, засновані на застосуванні Лагранжевого методу скінченних елементів та безсіткового методу згладжених частинок (SPH), отримано чисельне рішення задачі зіткнення птаці з абсолютно жорсткою перегородкою. Досліджено вплив форми тіла і числа елементів на величину максимального тиску при ударі. Приведені характерні особливості деформації тіла птаці в перші мікросекунди удару.

**Ключові слова:** пошкодження сторонніми предметами, моделювання зіткнення з птахом, метод Лагранжа, метод згладжених частинок (SPH), взаємодія рідини з твердим деформованим тілом, рівняння стану, тиск Гюгоньо.

Предложены гидродинамические расчетные модели деформации тела птицы, основанные на применении Лагранжевого МКЭ и бессеточного метода сглаженных частиц (SPH), получено численное решение задачи соударения птицы с абсолютно жесткой преградой. Исследовано влияние формы тела и числа элементов на величину максимального давления при ударе. Приведены характерные особенности деформации тела птицы в первые мгновения соударения, полученные при расчете по двум разным методам.

**Ключевые слова:** повреждение посторонними предметами, моделирование столкновения с птицей, метод Лагранжа, метод сглаженных частиц, взаимодействие жидкости с твердым деформируемым телом, уравнение состояния, давление Гюгоню.

In the paper bird body deformation hydrodynamic computation models using Lagrangian FEM and mesh-less smoothed-particle method (SPH) are developed. A numerical solution for the problem of a bird striking an absolutely rigid barrier is obtained. The dependence of the value of the maximal pressure at the contact on the body shape and particle quantity is studied. The features of the bird body deformation at the first moments of the contact computed using two different models are given.

**Key words:** Foreign Object Damage (FOD), bird strike simulation, Lagrangian method, SPH method, Fluid structure interaction (FSI), equation of state, Hugoniot pressure.

**Введение.** Исследование механических процессов ударного взаимодействия деформируемых твердых тел и связанный с ним анализ напряженно-деформированного состояния, распространения упругих и пластических волн напряжений является одной из актуальных проблем прикладной механики твердого деформируемого тела [1]. Среди задач, связанных с изучением ударных процессов, можно выделить относительно новое и активно развивающееся направление – повреждение элементов конструкции авиационных двигателей инородными телами и, в частности, задачу столкновения тела птицы с лопаткой двигателя.

**Анализ последних исследований.** Большой вклад в изучение проблемы соударения птицы с жесткой и деформируемой преградой был сделан американскими учеными Дж. Барбером, Дж. Вилбеком, Г. Тейлором, Р. Петерсоном, Д. Бауэром и А. Чаллиа [2 – 6].

Исследование процессов ударного взаимодействия выполняют с использованием математических моделей различной степени сложности, а также экспериментально. Аналитические решения могут быть получены для ограниченного класса задач и при существенном упрощении (идеализации) математических моделей, описывающих ударные процессы.

Экспериментальный подход сопряжен с необходимостью проведения дорогостоящего эксперимента. Ему присущи существенный разброс и отсутствие повторяемости результатов при одинаковых условиях проведения эксперимента, а также в ряде случаев неполнота и сложность измерения данных в ходе эксперимента.

Альтернативным и перспективным подходом в исследовании процессов ударного взаимодействия является вычислительный эксперимент. Данный метод исследования основан на использовании более сложных математических моделей с применением современных численных методов и реализован в ряде пакетов прикладных программ: LS-DYNA, MSC-DYTRAN, ABAQUS, PAM-CRASH и др. В работах [7 – 16] приведены результаты численного моделирования соударения тела птицы с жесткой и деформируемой преградой. Анализ данных работ показал, что существует ряд вопросов, связанных с применением описанных математических моделей, требующих более детальной проработки. А именно: отсутствие единых стандартов на форму модели тела птицы, противоречия, касающиеся величин максимального давления, а также радиальной скорости растекания тела по преграде, неполнота, а в ряде случаев отсутствие экспериментальных данных, которые можно было бы использовать для верификации разрабатываемых математических моделей.

**Постановка задачи.** Целью данной работы является анализ применимости численных моделей мягких тел – тела птицы, построенных на основе сеточного (далее по тексту метод конечных элементов (МКЭ)) и бессеточного (метод сглаженных частиц (SPH)) методов в переменных Лагранжа, для моделирования ее соударения с жесткой преградой.

Процесс соударения птицы с жесткой преградой представляет собой сложный физико-механический процесс, со свойственными ему рядом особенностей и определенными трудностями его моделирования. Задача исследования механических процессов соударения птицы с жесткой преградой является нестационарной пространственной контактной задачей механики сплошных сред, в которой:

- механические процессы, протекающие в системе «птица-жесткая преграда», существенно неоднородны и нелинейны;
- процесс соударения характеризуется быстротечностью и высокой интенсивностью;
- зона контакта, в общем случае, заранее неизвестна и представлена подвижной областью общей границы раздела сред – неклассический характер контактного взаимодействия [17];
- жесткость преграды влияет на силу контактного взаимодействия;
- существуют сильные разрывы параметров среды.

По классификации, встречающейся в зарубежной литературе, данная задача относится к классу «Fluid-Structure Interaction» (FSI), где рассматривается взаимодействие *мягкого тела* (птица) с *твердым телом* (преграда). Поведение мягкого тела подчиняется законам гидродинамики сжимаемой жидкости, а твердое тело ведет себя в соответствии с законами механики твердого деформируемого тела.

Учитывая вышеперечисленные особенности, можно сформулировать задачу исследования следующим образом: смоделировать соударение птицы массой  $m$ , движущейся под углом  $90^\circ$  к поверхности абсолютно жесткой преграды цилиндрической формы со скоростью  $v$  (рис. 1). Разработать математическую модель, корректно описывающую механические процессы соударения с жесткой преградой, и сравнить результаты численного исследования с аналитическим решением и экспериментальными данными.

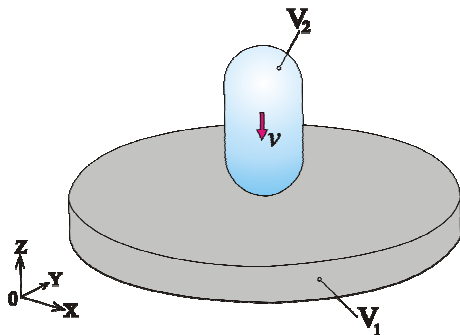


Рис. 1 – Схема соударения тела птицы с жесткой преградой.

Совершенно очевидно, что расчетная модель птицы должна воспроизводить не только импульс силы, передаваемый телом при ударе, но и изменение давления во времени. Поставленная задача считается решенной, если давление, возникающее в модели птицы, имеет такие же, как и в случае соударения реальной птицы, абсолютную величину, время нарастания и разгрузки и импульс давления. На рис. 1 приняты следующие обозначения:  $V_1$  – часть пространства заданного объема, занимаемая преградой;  $V_2$  – часть пространства заданного объема, принадлежащая телу птицы,  $v_0$  – вектор начальной скорости.

**Математическая модель.** Для решения поставленной задачи воспользуемся методом прямого численного моделирования. Рассмотрим математическую постановку решаемой задачи.

Для нахождения закона движения мягкого тела

$$x = x(X, t) \tag{1}$$

воспользуемся *подходом Лагранжа*. В качестве независимых переменных в уравнении (1) используются материальные координаты  $X$  и время  $t$ . Уравнение (1) устанавливает функциональную связь между текущими координатами  $x(t)$  точек модели мягкого тела для любого момента времени  $t$  и начальными  $X$ .

Запишем основные уравнения механики сплошных сред, для 21-го параметра  $\rho(x, t)$ ,  $p(x, t)$ ,  $v(x, t)$ ,  $x(x, t)$ ,  $u(x, t)$ ,  $\sigma(x, t)$ ,  $\dot{\epsilon}(x, t)$ , описывающих движение, термодинамическое и напряженно деформируемое состояние мягкого тела, а именно:

- уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \cdot \text{div} v = 0; \tag{2}$$

- уравнение изменения количества движения

$$\rho \frac{dv}{dt} = \text{div} \sigma; \frac{dx}{dt} = v, \tag{3}$$

где  $v(x, t)$  – вектор скорости материальных точек;  $\rho$  – плотность тела;  $\sigma = \{\sigma_{i,j}\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$  – тензор напряжений Коши для мягкого тела;

- уравнение сохранения энергии

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma : \dot{\epsilon}, \tag{4}$$

где  $u$  – удельная внутренняя энергия;  $:$  – свертка по двум индексам;  $\varepsilon = \left\{ \dot{\varepsilon}_{i,j} \right\}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , – тензор скоростей деформации;

– геометрические и физические соотношения.

Выражения для тензора скоростей деформации линейно  $\dot{\varepsilon}_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ .

Тензор напряжений Коши для мягкого тела определен в виде

$$\sigma = -pI, \quad (5)$$

где  $p(x, t)$  – давление;  $I$  – единичный тензор.

Поведение мягкого тела при ударе описано уравнением состояния (модель Брокмана)

$$p = C_0 + C_1\mu + C_2\mu^2 + C_3\mu^3 \quad (6)$$

Здесь  $\mu = \rho / \rho_0 - 1$  – коэффициент конденсации;  $C_0 = 0$ ,  $C_1 = \rho_0 c_0^2$ ,  $C_2 = (2k - 1)C_1$ ,  $C_3 = (k - 1)(3k - 1)C_1$  – параметры уравнения состояния;  $k = 2$  – экспериментальная константа;  $c_0 = 1482.9$  м/с – скорость звука в воде.

Система уравнений (1) – (6) дополнена граничными, контактными в изменяющейся области контакта  $\Gamma$  и начальными условиями. Для исключения производных из выражений в граничных условиях эти условия формулируются в терминах скоростей и напряжений:

– граничные условия на свободной поверхности

$$\sigma(x, t)_n = 0, \quad \sigma(x, t)_\tau = 0, \quad x \in \partial V_2 \setminus \Gamma; \quad (7)$$

– начальные условия

$$x(X, 0) = X, \quad \frac{dx}{dt}(X, 0) = v_0 = -100; \quad (8)$$

– контактные условия на  $\Gamma$

$$(V(x, t) \cdot n) \leq 0, \quad x \in \Gamma, \quad \sigma(x, t)_\tau = 0, \quad x \in \Gamma, \quad (9)$$

$n, \tau$  – вектора общей нормали и касательной к поверхностям контакта тел 1 и 2.

В данной статье исследовано влияние некоторых форм мягкого тела, параметров численного метода для уравнений (1) – (9) (шага дискретизации по пространственным переменным) на изменение давления в точке первичного контакта его при его ударе о жесткую преграду.

**Численная модель взаимодействия тела птицы с преградой.** Моделирование соударения тела птицы с жесткой преградой выполнено в системе явного динамического анализа LS-DYNA.

Модель тела птицы представляет собой цилиндрический объем с соотношением длины к диаметру  $A/D = 2$ . В работе рассмотрены: модель 1 – цилиндр с плоскими торцами (**Flat\_Cyl**) (рис. 2, а) и модель 2 – цилиндр со скругленными торцами (**Ball\_End\_Cyl**) (рис. 2, б).

Размеры тела птицы заданной массы определены из условия размещения этой массы, имеющей среднестатистическую плотность, внутри цилиндрического объема. Для модели 1 (**Flat\_Cyl**) при массе тела птицы равной 1 кг и плотности  $\rho_0 = 950$  кг/м<sup>3</sup> выбраны следующие размеры: длина  $L = 175$  мм,  $D = 87,6$  мм. Для модели 2 (**Ball\_End\_Cyl**) – длина  $L = 186$  мм,  $D = 93$  мм.

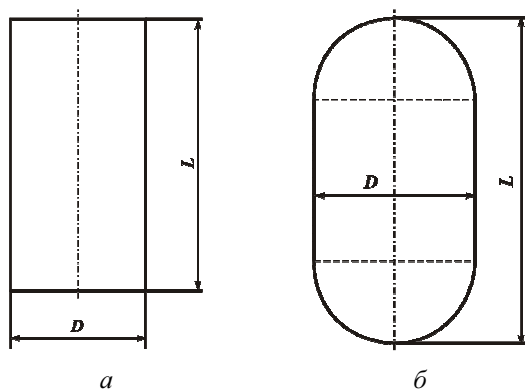


Рис. 2 – Геометрическая модель тела птицы:  
а – цилиндр с плоскими торцами; б – цилиндр со скругленными торцами.

Модель преграды представляет собой плиту круглой формы со следующими размерами: диаметр 469 мм, толщина 46,9 мм. Для аппроксимации расчетной области модели тела птицы применены два метода: *сеточный* (метод конечных элементов) и *бессеточный метод* *сглаженных частиц* (SPH).

В случае использования метода конечных элементов применен 3-D 8-ми узловый гексаэдральный элемент твердого деформируемого тела (рис. 3) с односторонней схемой интегрирования [18]. Используя аппроксимацию уравнений (2) – (5) с помощью метода конечных элементов, получим разрешающее уравнение в виде:

$$Ma^n = F_{ext}^n - F_{int}^n + H^n,$$

где  $M$  – диагональная матрица масс;  $a^n$  – вектор узловых ускорений на  $n$ -м шаге решения;  $F_{ext}^n$  – вектор внешних сил на  $n$ -м шаге решения;  $F_{int}^n$  – вектор внутренних сил на  $n$ -м шаге решения;  $H^n$  – вектор сил сопротивления нефизическим формам деформирования,

$$M = \sum_e \int_{V_{2e}} \rho NN^T d\Omega, \quad F_{ext}^n = \sum_e \left( \int_{V_{2e}} \rho N^T b d\Omega + \int_{\Gamma_e} N^T q d\Gamma \right), \quad F_{int}^n = \sum_e \int_{V_{2e}} B^T \sigma d\Omega,$$

$N$  – матрица интерполяции, составленная из функций формы конечного элемента  $e$ ;  $B$  – матрица градиентов;  $b$  и  $q$  – векторы объемных и поверхностных сил в элементе.

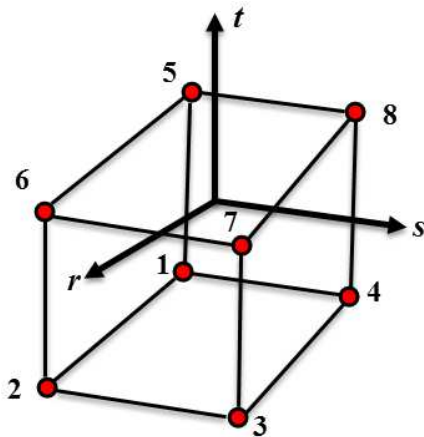
Для 8-ми узлового элемента твердого деформируемого тела матрица интерполяции размером  $3 \times 24$  имеет вид

$$N(r, s, t) = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & L_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 & L_2 & \dots & L_8 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & L_8 \end{pmatrix}.$$

Параметризованная функция формы конечного элемента (рис. 3) задана в виде:

$$L_j = \frac{1}{8} (1 + rr_j)(1 + ss_j)(1 + tt_j), \quad j = 1, 2, 3, \dots, 8,$$

где  $rr_j, ss_j, tt_j$  принимают значения  $(\pm 1; \pm 1; \pm 1)$  в соответствующих узлах элемента.



Узел	$r$	$s$	$t$
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	+1	+1	-1
4	-1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	+1	+1	+1
8	-1	+1	+1

Рис. 3 – 3-D 8-ми узловой гексаэдральный элемент твердого деформируемого тела с одноточечной схемой интегрирования.

Главным недостатком элемента с одноточечной схемой интегрирования является необходимость контроля безэнергетических форм деформирования. Как правило, возникновение данных форм сопровождается осцилляциями. Одним из способов борьбы с данной патологией является введение дополнительных сил сопротивления (искусственной вязкости), не оказывающих влияние на устойчивые основные формы.

Вектор сил сопротивления нефизическим формам деформирования задан в виде:

$$H^n = \frac{1}{4} \rho c Q_{hg} (\sqrt[3]{\Omega})^2 \sum_{k=1}^8 \frac{\partial x_j^k}{\partial t} \Gamma_k^j,$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $c$  – скорость звука;  $Q_{hg} = 0,05 \dots 0,15$ ;  $j = 1, 2, 3, k = 1 \dots 8$  – номер узла конечного элемента;  $\partial x_j^k / \partial t$  – вектор узловых скоростей;  $\Gamma_k^j$  – вектор нефизических режимов деформирования;  $\Omega$  – объем конечного элемента.

В случае применения метода сглаженных частиц расчетная модель тела птицы описана набором дискретных SPH частиц [18]; каждая частица является точкой интерполяции, в которой заданы свойства среды. Частица определена своими пространственными координатами  $x_i(t)$  и массой  $m_i(t)$ , где  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ . Свойства частицы определены на длине сглаживания  $h$  с помощью функции ядра  $W(x, h)$  вида

$$W(x, h) = \frac{1}{h(x)^d} \theta(x),$$

где  $d$  – параметр, определяющий мерность пространства;  $\theta(x)$  – функция сглаживания ядра.

В качестве функции сглаживания выбран кубический  $B$  – сплайн.

$$\theta(x) = \frac{1}{\pi h^3} \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\lambda^2 + \frac{3}{4}\lambda^3, & \lambda \in [0, 1]; \\ \frac{1}{4}(2 - \lambda)^3, & \lambda \in [1, 2]; \\ 0, & \lambda \geq 2. \end{cases}$$

Здесь  $\lambda = |\frac{x}{h}|$ .

При таком подходе свойство частицы в произвольной точке области  $V_2$  определяется путем суммирования соответствующих величин всех частиц, находящихся в пределах двух длин сглаживания в ее окрестности.

Так, плотность среды  $i$  – ой частицы находится по формуле

$$\rho_i(r) = \sum_{j=1}^M m_j W_i(r - r_j).$$

В уравнения, описывающие моделируемую среду, помимо функций физических величин входят их пространственные производные, поэтому необходимо уметь аппроксимировать градиенты функций. Правило дифференцирования функции при использовании SPH аппроксимации имеет вид

$$\nabla A(r) = \sum_{j=1}^M m_j \frac{A_j}{\rho_j} \nabla W(r - r_j, h),$$

где  $A_j$  – значение интересующего параметра  $A$  (например, плотность или скорость)  $j$  – ой частицы.

После дискретизации с использованием метода SPH основные уравнения (2) – (4) преобразуются к виду

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^M m_j v_{i,j} \nabla_i W(r_i - r_j, h); \quad (10)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = - \sum_{j=1}^M m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla_i W(r_i - r_j, h); \quad (11)$$

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) v_{i,j} \nabla_i W(r_i - r_j, h); \quad (12)$$

$$\frac{dr_i}{dt} = v_i, \quad (13)$$

где  $v_{i,j} = v_i - v_j$ ;  $i, j = 1 \dots M$ .

**Анализ результатов численного решения.** Используя (10) – (13) в качестве модели процесса соударения тела птицы с жесткой преградой при соответствующих граничных и начальных условиях, получены следующие результаты. На рис. 4 – 7 представлен результат численного моделирования процесса соударения, отражающий характер изменения деформаций тела птицы со временем. Выполнено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными, полученными методами высокоскоростной съемки (рис. 8). На рис. 4 – 7 и рис. 10  $T$  – это нормированное время, вычисляемое по формуле:

$$T = \frac{t_1 \cdot V_{im}}{L},$$

где  $t_1$  – длительность удара;  $V_{im}$  – скорость удара. Длительность процесса соударения составляет 1,5 мс.

Характер деформирования модели тела птицы, показанный на рис. 4 – 7, отражает гидродинамическую природу поведения модели, описываемую в рамках теории гидроудара. Отчетливо виден процесс осадки цилиндрического объема в осевом направлении с последующим растеканием по поверхности преграды. Для всех рассматриваемых моделей соблюдается условие симметрии в характере течения. Для моделей, построенных на основе МКЭ (рис. 4 и 6), наблюдается сильное искажение первоначальной формы и размеров конечных элементов в зоне контакта. Следует отметить удовлетворительное согласование характера деформирования тела птицы при моделировании с картиной деформирования, полученной в ходе эксперимента (рис. 8).

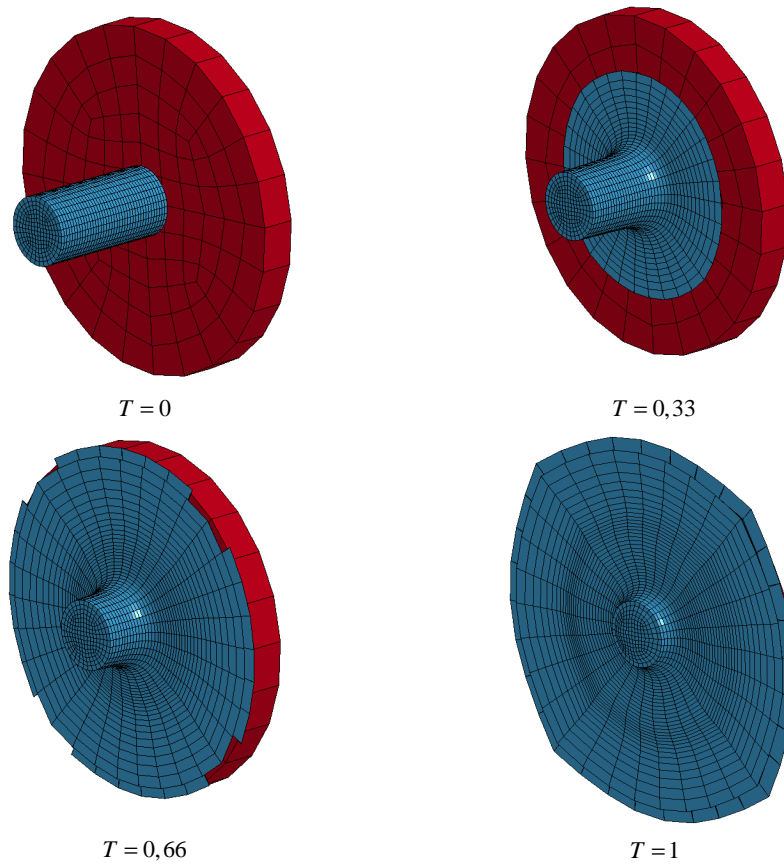


Рис. 4 – Характер деформування моделі тела птиці масою  $m = 1$  кг, соударяючоїся з жесткою преградою на швидкості  $V_{im} = 100$  м/с (модель 1, МКЭ).

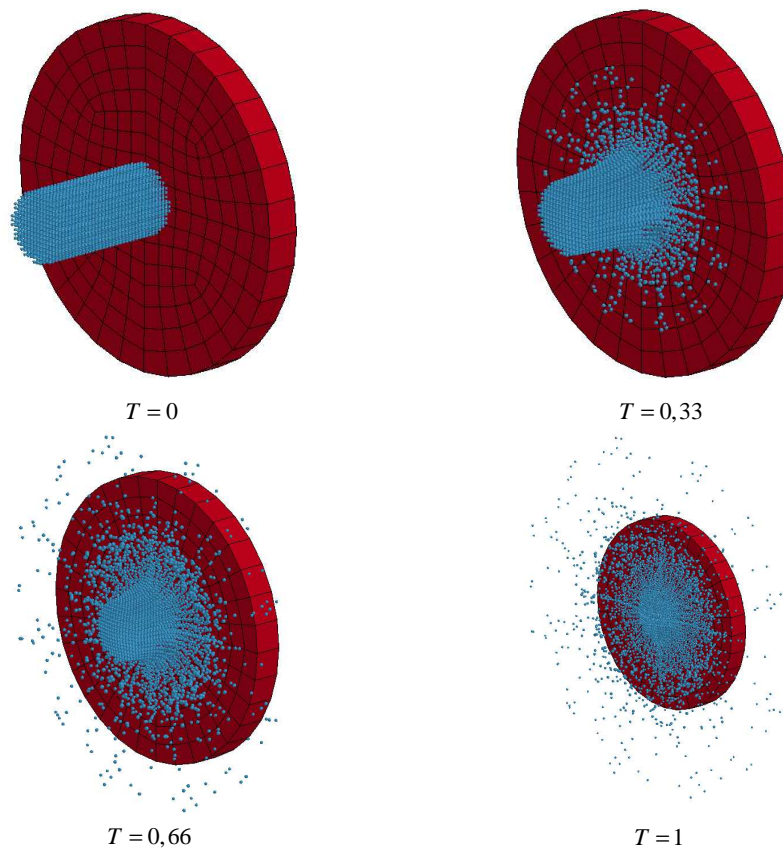


Рис. 5 – Характер деформування моделі тела птиці масою  $m = 1$  кг, соударяючоїся з жесткою преградою на швидкості  $V_{im} = 100$  м/с (модель 1, метод SPH).

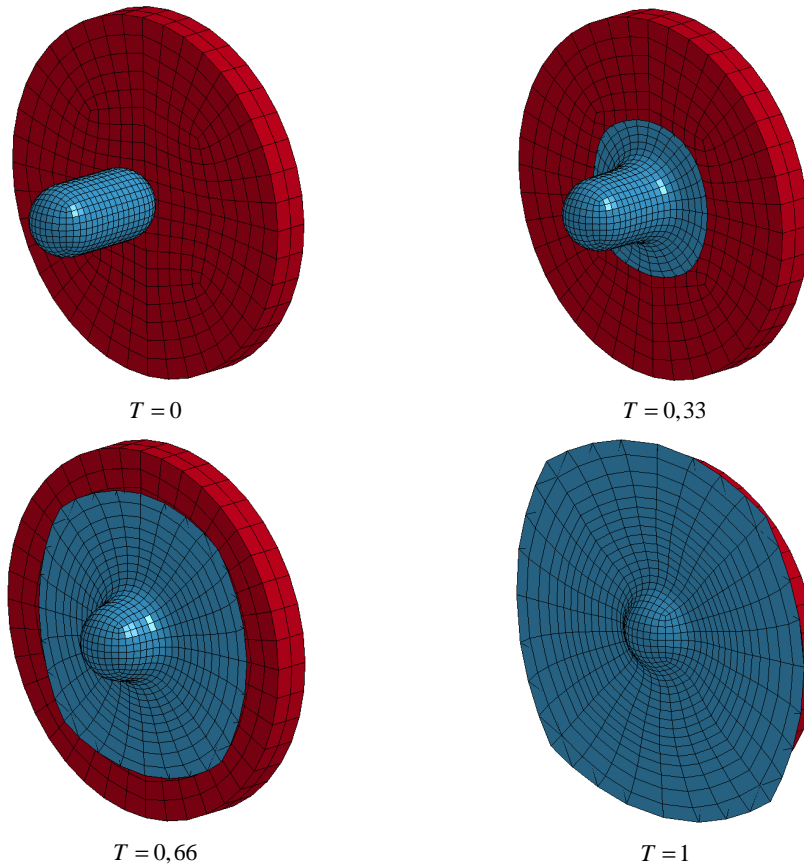


Рис. 6 – Характер деформування моделі тела птиці масою  $m = 1$  кг, соударяючоїся с жесткой преградой на скорости  $V_{im} = 100$  м/с (модель 2, МКЭ).

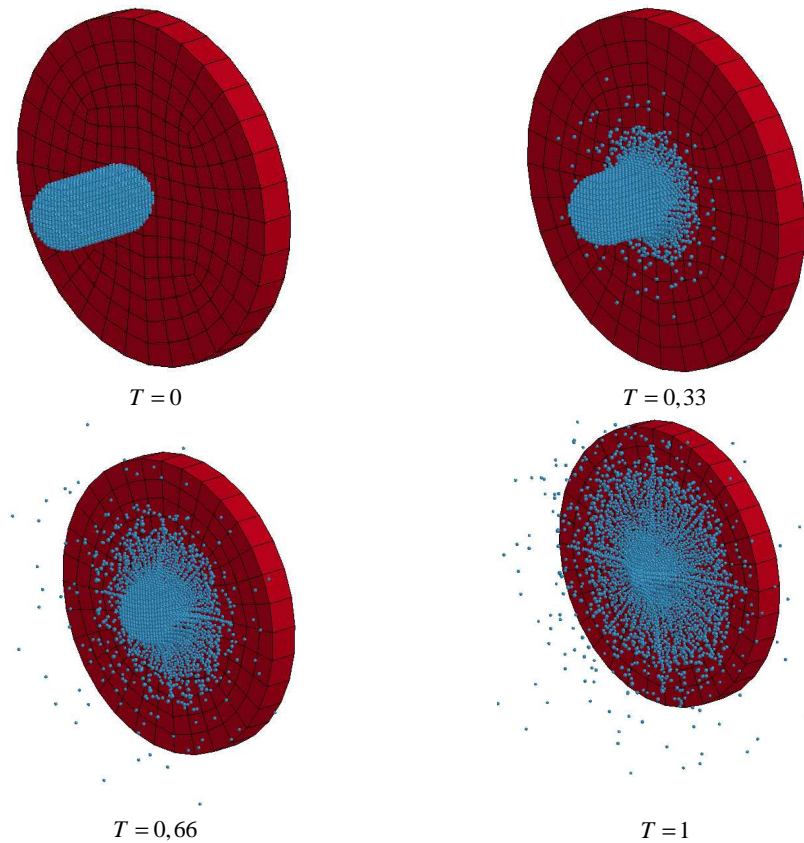


Рис. 7 – Характер деформування моделі тела птиці масою  $m = 1$  кг, соударяючоїся с жесткой преградой на скорости  $V_{im} = 100$  м/с (модель 2, метод SPH).

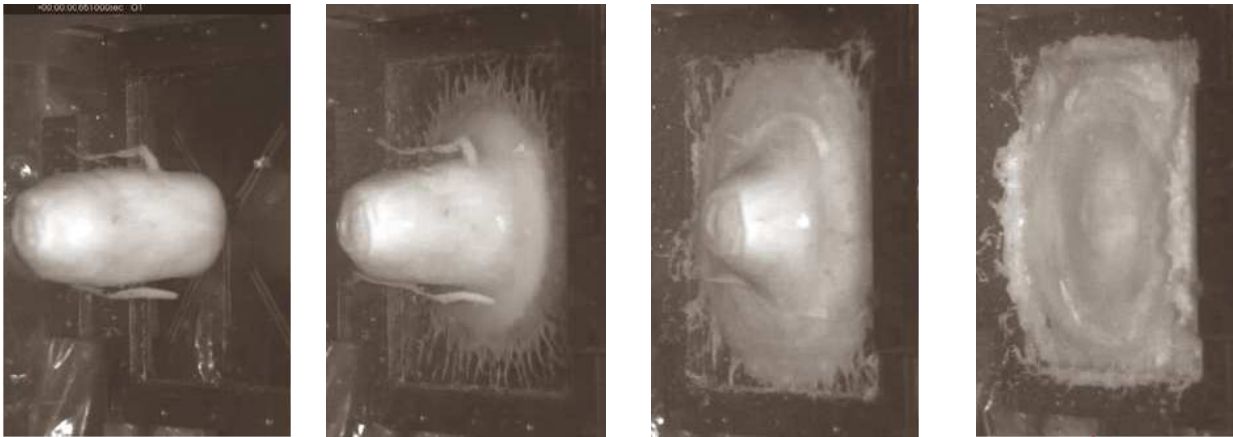


Рис. 8 – Характер деформування желатинового імітатора масою  $m = 1$  кг, соударяючоїся з жесткою преградою на швидкості  $V_{im} = 95$  м/с.

В результаті рішення задачі о контактному взаємодії тіла пташки з жесткою преградою отримані криві розподілу тиску при ударі (рис. 9) в точці первинного контакту. Аналізуючи результат, показаний на рис. 9, можна відзначити наступні особливості кривих тиску: наявність яскраво вираженого максимуму і порівняльно малою по відношенню до загальної тривалості ділянки наростання тиску, що відповідає активній фазі удару. Величина максимального тиску при ударі, розрахована з допомогою МКЕ, в 2,3 – 2,4 рази менше значення, отриманого з допомогою методу SPH.

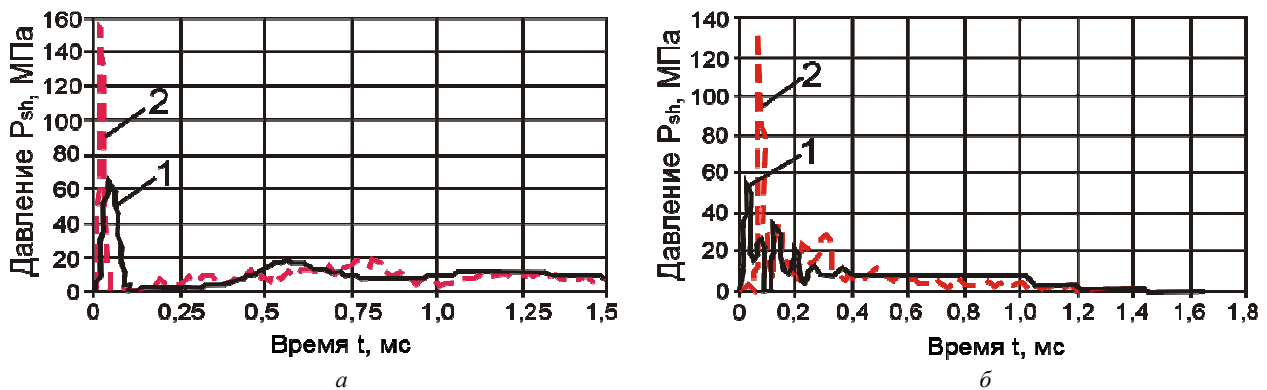


Рис. 9 – Розподілення тиску при ударі: а – модель 1; б – модель 2; 1 – МКЭ; 2 – метод SPH.

Знижене значення тиску, отримане з допомогою МКЭ, можна пояснити патологією, пов'язаною з суттєвим искаженням форми і розмірів елементів сітки (сильна витяжка елементів в радіальному напрямку), що в свою чергу призводить до втрати точності рішення. В цьому сенсі метод SPH позбавлений недоліка, притаманного МКЭ.

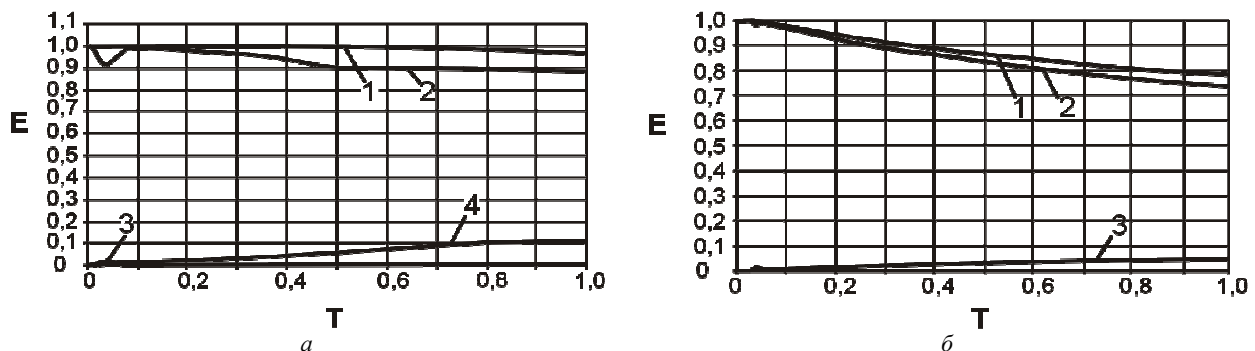


Рис. 10 – Змінення механічної енергії при ударі: а – МКЭ; б – метод SPH; 1 – повна енергія; 2 – кінетична енергія; 3 – енергія деформування; 4 – енергія розсіювання.

На рис. 10 показані графіки змінення механічної енергії для моделей м'якого тіла, побудованих на основі МКЭ і методу SPH. Результат, показаний на рис. 10 представлений в формі безрозмірних величин: норми-



рованной кинетической энергии  $\bar{E}_k = E_k / E_M$ , нормированной энергии деформирования  $\bar{E}_{gn} = E_{gn} / E_M$  и нормированной энергии рассеивания  $\bar{E}_h = E_h / E_M$ . Нормирование выполнено по отношению к полной механической энергии  $E_M$ . Из графиков видно, что в процессе соударения тушки птицы с жесткой преградой происходит процесс превращения кинетической энергии в энергию деформирования. На рис. 10, а для кривой 2, описывающей изменение кинетической энергии в момент времени, соответствующий активной фазе удара, виден минимум, которому отвечает максимум на кривой изменения энергии деформирования.

Кривая 4 на рис. 10, а показывает изменение энергии рассеивания при ударе тела птицы о жесткую преграду. Данный вид энергии связан с введением дополнительных сил сопротивления безэнергетическим формам деформирования, свойственным для МКЭ в случае применения конечных элементов с разреженной схемой интегрирования и нормируется по отношению к энергии деформирования. Из рис. 10, а видно, что величина энергии вязкого взаимодействия превосходит величину внутренней энергии, особенно на промежуток времени, соответствующем этапу установившегося течения, что вносит погрешность в численное решение. Из рис. 10, б видно, что в случае применения метода SPH наблюдается рассеивание полной механической энергии.

Ниже представлены результаты анализа влияния шага дискретизации на величину контактного давления в модели тела птицы (рис. 11, 12). Выполнено сравнение полученного результата с теорией для моделей несжимаемой (кривая 1) и сжимаемой (кривая 2) сред. В первом случае давление вычисляли с помощью выражения:  $P_{sh} = \rho_0 V_{im} c_0 = 140,9$  МПа, во втором –  $P_{sh} = \rho_0 V_{im} V_{sh} = 159,9$  МПа, где  $V_{sh} = c_0 + kV_{im}$  – скорость распространения ударной волны в среде. На рис. 11 и 12 параметр  $R^2$  – достоверность аппроксимации.

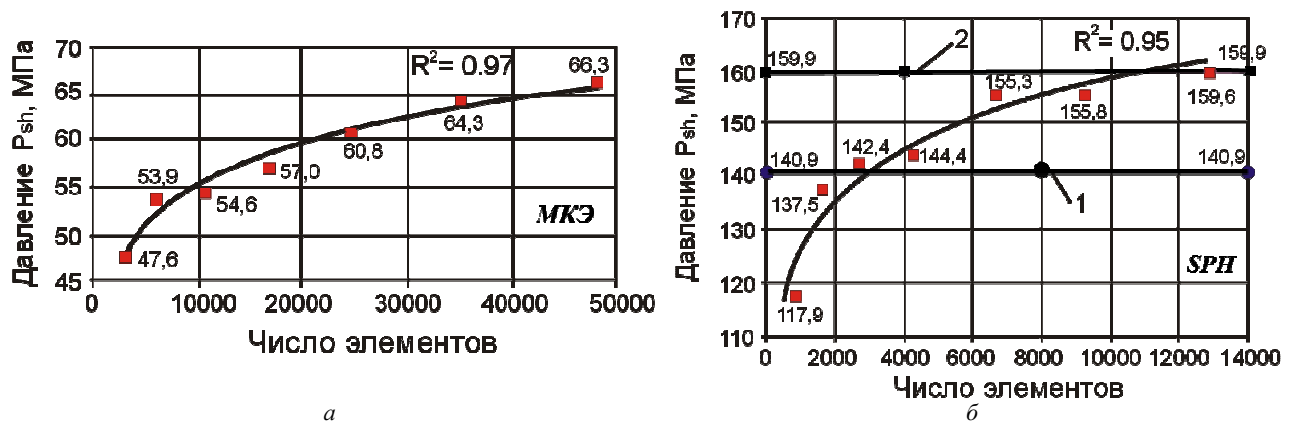


Рис. 11 – Влияние шага дискретизации на величину максимального давления при соударении тела птицы с жесткой преградой (модель 1).

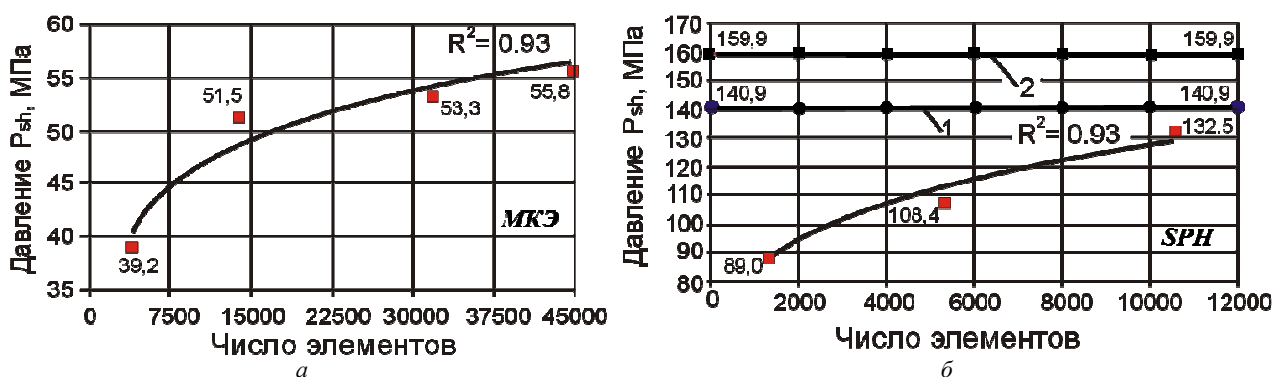


Рис. 12 – Влияние шага дискретизации на величину максимального давления при соударении тела птицы с жесткой преградой (модель 2).

Из рис. 11, 12 видно, что малое количество элементов дает заниженное значение давления, с ростом числа элементов величина давления растет. Начиная с определенного числа элементов, кривые давлений (рис. 11, б) выходят на асимптоту, и дальнейшее увеличение числа элементов не приводит к существенному изменению давления (изменение не превышает 3%): для моделей на основе МКЭ это примерно 35000 элементов, а для моделей на основе метода SPH это примерно 7000 – 9000 элементов. Величина максимального давления при ударе, рассчитанная с помощью МКЭ, в 2 – 3,6 раза меньше теоретического значения, полученного для модели несжимаемой среды и в 2.5 – 4 раза меньше теоретического значения, полученного для модели сжимаемой среды.

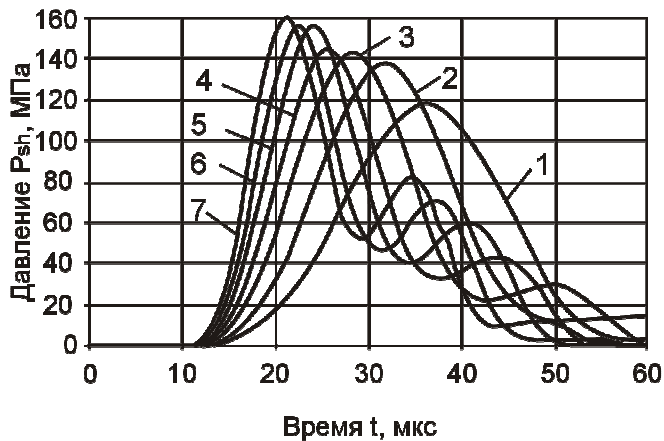


Рис. 13. Влияние плотности сетки на величину максимального давления при соударении тела птицы с жесткой преградой (метод SPH):  
 1 – NEL=765; 2 – NEL=1617; 3 – NEL=2725;  
 4 – NEL=4205; 5 – NEL=6633; 6 – NEL=9213;  
 7 – NEL=12833.

**Выводы.** Смоделирован процесс соударения тела птицы с жесткой преградой. Получены кривые распределения давления при ударе. Показано, что в случае применения МКЭ величина максимального давления при ударе в 2,3 – 2,4 раза меньше значения, полученного с помощью метода SPH. Модель тела птицы, построенная на основе метода SPH, является более эффективной в вычислительном плане, обеспечивает хорошее согласование результатов численного решения с результатами, рассматриваемыми в рамках теории гидроудара. В связи с этим данный метод выбран в качестве основного для проведения дальнейших исследований.

#### Список литературы

1. Кубенко В.Д., Марченко Т.А. Плоская задача соударения неидентичных затупленных упругих тел // Прикладная механика. – 2009. – № 2 (45). – С. 36 – 45.
2. Barber J. P., Taylor H. R., Wilbeck J. S. Bird Impact Forces and Pressures on Rigid and Compliant Targets: Technical report (final) / University of Dayton Research Institute. – Ohio, May 1978. – 78 p. – AFFDL-TR-77-60. – ADA061313.
3. Peterson R. L., Barber J. P. Bird Impact Forces in Aircraft Windshield Design: Technical report (final) / University of Dayton Research Institute. – Ohio, March 1976. – 65 p. – AFFDL-TR-75-150. – ADA026-628.
4. Barber J. P., Taylor H. R., Wilbeck J. S. Characterization of Bird Impacts on a Rigid Plate: Part I: Technical report / University of Dayton Research Institute. – Ohio, January 1975. – 101 p. – AFFDL-TR-75-5. – ADA021142.
5. Challita A., Barber J. P. The Scaling of Bird Impact Loads: Technical report / University of Dayton Research Institute. – Ohio, June 1979. – 66 p. – AFFDL-TR-79-3042. – ADA075215.
6. Wilbeck J. S. Impact Behavior of Low Strength Projectiles: Technical report / University of Dayton Research Institute. – Ohio, July 1978. – 129 p. – AFML-TR-77-134. – ADA060423.
7. Storace A. F., Nimmer R. P., Ravenhall R. Analytical and Experimental Investigation of Bird Impact on Fan and Compressor Blading // Journal of Aircraft. American Institute of Aeronautics and Astronautics. – 1984. – vol. 21. – No. 7. – Paper No. 83-0954. – pp. 520 – 527.
8. Frischbier J., Kraus A. Multiple Stage Turbofan Bird Ingestion Analysis with ALE and SPH Methods // American Institute of Aeronautics and Astronautics. – 2005. – Paper No. 1016. – pp. 1–9.
9. Anghileri M., Bisagni C. New Model of Bird Strike against Aircraft Turbofan Inlet // Proceedings of 3rd International KRASH Conference. – Arizona State University, Tempe (USA), 2001, p.8.3.1 – 8.3.11.
10. Nizampatnam L. S. Models and Methods for Bird Strike Load Predictions / L. S. Nizampatnam // Department of Aerospace Engineering and the faculty of the Graduate school of Wichita State University. – December 2007. – p. 154. – Режим доступа : <http://soar.wichita.edu/dspace/bitstream/handle/10057/1494/d07030.pdf?sequence=1>. – Дата обращения : 10 июля 2016 г.
11. Martin N. F. A Fluid Soft-Body Projectile Model for Impact Damage Analysis / N. F. Martin // Master's Thesis. – University of Delaware, June 1982.
12. Martin N. F. Nonlinear Finite Element Analysis to Predict Fan-Blade Damage Due to Soft-Body Impact / N. F. Martin // Journal of Propulsion. – 1990. – vol. 6. – No. 4. – pp. 445 – 450.
13. Blair A. Aeroengine Fan Blade Design Accounting for Bird Strike // A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor of Applied Science. Department of Mechanical and Industrial Engineering. – The University of Toronto, March 2008. – 84 p.
14. Mao R. H., Meguid S. A., Ng T. Y. Transient three dimensional finite element analysis of a bird striking a fan blade / R. H. Mao, S. A. Meguid, T. Y. Ng. – Режим доступа : <http://www.springerlink.com/index/y82245734271j740.pdf>. – Дата обращения : 07 июля 2016 г.
15. Rajeev J., Shivayogi. Effect of Bird Material and Projectile Shape on Temporal Pressure Distribution during Bird Impact / J. Rajeev, Shivayogi // Altair CAE User Conference. Innovation through Simulation, 3 – 5 August 2006. – Bangalore, 2006. – pp. 1 – 14.
16. Lavoie M-A., Gakwaya A., Nejad Ensan M., Zimcik D. G. Review of existing numerical methods and validation procedure available for bird strike modeling / M-A. Lavoie, A. Gakwaya, M. Nejad Ensan, D.G. Zimcik // International Conference on Computer Engineering and Systems. – 2007. – vol. 2. – No. 4. – pp. 111 – 118.
17. Guz A. N., Guz I. A., Men'shikov A. V., Men'shikov V. A. Three dimensional problems in the dynamic fracture mechanics of materials with interface cracks (Review) // International Applied Mechanics. – 2013. – vol. 49. – No. 1. – pp. 1 – 61.
18. LS-DYNA. Keyword user's manual. Version 971. – Livermore: LSTC, 2006. – 2012 p.

Стушение конечно-элементной сетки не приводит к осязному повышению точности решения, при этом вычислительные затраты возрастают.

В заключении можно отметить, что расчетная модель тела птицы, построенная на основе метода SPH, является более эффективной в вычислительном плане, поскольку позволяет достичь значений давлений, близких к теоретическим, при количестве элементов примерно в 5 раз меньшем, чем для модели, использующей МКЭ.

Для модели 1 получены кривые распределения давления для промежутка времени, соответствующего активной фазе удара (рис. 13).

Следует отметить следующие особенности полученных кривых: с увеличением числа SPH частиц величина максимального давления возрастает на 25%, кроме того, наблюдается сокращение времени нарастания давления.

## References (transliterated)

1. Kubenko V D., Marchenko T. A. Ploskaya zadacha soudareniya neidentichnykh zatuplynykh uprugikh tel [Plane problem of impact of non-identical blunt elastic bodies]. *Prikladnaya mekhanika* [International Applied Mechanics]. 2009, no. 2 (45), pp. 36–45.
2. Barber J. P., Taylor H. R., Wilbeck J. S. *Bird Impact Forces and Pressures on Rigid and Compliant Targets: Technical report (final)*. Ohio, University of Dayton Research Institute Publ., May 1978. 78 p. AFFDL-TR-77-60. ADA061313.
3. Peterson R. L., Barber J. P. *Bird Impact Forces in Aircraft Windshield Design: Technical report (final)*. Ohio, University of Dayton Research Institute Publ., March 1976. 65 p. AFFDL-TR-75-150. ADA026-628.
4. Barber J. P., Taylor H. R., Wilbeck J. S. *Characterization of Bird Impacts on a Rigid Plate: Part I: Technical report*. Ohio, University of Dayton Research Institute Publ., January 1975. 101 p. AFFDL-TR-75-5. ADA021142.
5. Challita A., Barber J. P. *The Scaling of Bird Impact Loads: Technical report*. Ohio, University of Dayton Research Institute Publ., June 1979. 66 p. AFFDL-TR-79-3042. ADA075215.
6. Wilbeck J. S. *Impact Behavior of Low Strength Projectiles: Technical report*. Ohio, University of Dayton Research Institute Publ., July 1978. 129 p. AFML-TR-77-134. ADA060423.
7. Storaice A. F., Nimmer R. P., Ravenhall R. Analytical and Experimental Investigation of Bird Impact on Fan and Compressor Blading. *Journal of Aircraft*. American Institute of Aeronautics and Astronautics Publ., 1984, vol. 21, no. 7, Paper No. 83-0954, pp. 520–527.
8. Frischbier J., Kraus A. Multiple Stage Turbofan Bird Ingestion Analysis with ALE and SPH Methods. American Institute of Aeronautics and Astronautics Publ., 2005, Paper No. 1016, pp. 1–9.
9. Anghileri M., Bisagni C. New Model of Bird Strike against Aircraft Turbofan Inlet. *Proceedings of 3rd International KRASH Conference*. Arizona State University, Tempe (USA), 2001, p.8.3.1–8.3.11.
10. Nizampatnam L. S. *Models and Methods for Bird Strike Load Predictions*. Department of Aerospace Engineering and the faculty of the Graduate school of Wichita State University., December 2007, p. 154. Available at: <http://soar.wichita.edu/dspace/bistream/handle/10057-1/1494/d07030.pdf?sequence=1>. (accessed 10.07.2016).
11. Martin N. F. A Fluid Soft-Body Projectile Model for Impact Damage Analysis. *Master's Thesis*. University of Delaware, June 1982.
12. Martin N. F. Nonlinear Finite Element Analysis to Predict Fan-Blade Damage Due to Soft-Body Impact. *Journal of Propulsion*. 1990, vol. 6, no. 4, pp. 445–450.
13. Blair A. *Aeroengine Fan Blade Design Accounting for Bird Strike*. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor of Applied Science. Department of Mechanical and Industrial Engineering. The University of Toronto Publ., March 2008. 84 p.
14. Mao R. H., Meguid S. A., Ng T. Y. Transient three dimensional finite element analysis of a bird striking a fan blade. Available at: <http://www.springerlink.com/index/y82245734271j740.pdf>. (accessed 07.07.2016).
15. Rajeev J., Shivayogi. Effect of Bird Material and Projectile Shape on Temporal Pressure Distribution during Bird Impact. *Altair CAE User Conference. Innovation through Simulation*. 3 – 5 August 2006, Bangalore, 2006, pp. 1–14.
16. Lavoie M-A., Gakwaya A., Nejad Ensan M., Zimcik D. G. Review of existing numerical methods and validation procedure available for bird strike modeling. *International Conference on Computer Engineering and Systems*. 2007, vol. 2, no. 4, pp. 111–118.
17. Guz A. N., Guz I. A., Men'shikov A. V., Men'shikov V. A. Three dimensional problems in the dynamic fracture mechanics of materials with interface cracks (Review). *International Applied Mechanics*. 2013, vol. 49, no. 1, pp. 1–61.
18. LS-DYNA. Keyword user's manual. Version 971. Livermore, LSTC Publ., 2006. 2012 p.

Поступила (received) 15.07.2016

## Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Чисельне дослідження взаємодії тіла птаці із перешкодою на основі сіткового та безсіткового методів / В. А. Ванін, С. П. Світличний // Вісник НТУ «ХПІ».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 16 (1188). – С. 5 – 15. Бібліогр.: 18 назв. – ISSN 2222-0631.

**Численное исследование взаимодействия тела птицы с преградой на основе сеточного и бессеточного методов / В. А. Ванин, С. П. Светличный // Вісник НТУ «ХПІ».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 16 (1188). – С. 5 – 15. Бібліогр.: 18 назв. – ISSN 2222-0631.

**Numerical study of the interaction of bird carcasses with an obstacle on the basis of the grid and gridless methods / V. A. Vanin, S. P. Svetlichnyy // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies.** – Kharkiv : NTU «KhPI», 2016. – № 16 (1188). – pp. 5 – 15. Bibliog.: 18 titles. – ISSN 2222-0631.

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Ванін Віктор Антонович** – доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник Інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvictora52@mail.ru.

**Ванин Виктор Антонович** – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvictora52@mail.ru.

**Vanin Viktor Antonovich** – Doctor of Engineering Sciences, Professor, leading researcher, A. N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems, NAS of Ukraine, Kharkov; tel.: (095) 819-89-23; e-mail: vvictora52@mail.ru.

**Світличний Сергій Петрович** – старший викладач, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського «ХАІ», м. Харків; тел.: (099) 632-88-54; e-mail: ssp.kharkov@gmail.com.

**Светличный Сергей Петрович** – старший преподаватель, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков; тел.: (099) 632-88-54; e-mail: ssp.kharkov@gmail.com.

**Svetlichniy Sergey Petrovich** – Senior Lecturer, N.E. Zhukovsky National Aerospace University "KhAI", Kharkov, tel.: (099) 632-88-54; e-mail: ssp.kharkov@gmail.com.