

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 621.833.6

С.Н. КАВЕЦКИЙ, НТУ “ХПИ”

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ СИНТЕЗА ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА \overline{II} С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТУПЕНЕЙ

У статті описана методика синтезу планетарного механізму \overline{II} з врахуванням кутів зацеплення пар зубчастих коліс, які входять до його складу. Показана можливість виготовлення зубчастих коліс планетарного механізму \overline{II} , з використанням стандартного ріжучого інструмента.

In the article the described method of synthesis of planetary mechanism \overline{II} is taking into account the corners of hooking of pair of gear-wheels, which are included in his composition. Rotined possibility of making of gear-wheels of planetary mechanism \overline{II} , with the use of standard toolpiece.

Введение: При конструировании различных механических систем, в большинстве случаев отдают предпочтение планетарным механизмам, так как они реализовывают большие пределы возможных передаточных отношений, при незначительных габаритах. При учете углов зацепления первой и второй ступеней планетарного механизма можно получить значительно большие пределы передаточных отношений, однако вопрос о реализации на практике таких механизмов остается открытым. В статье показан порядок синтеза планетарного механизма \overline{II} с учетом углов зацепления первой и второй ступеней, а также возможность изготовления зубчатых колес механизма стандартным режущим инструментом.

Основная часть: Как показано в [2, 3], возможность определить числа зубьев для планетарных механизмов AA , II , \overline{AA} и \overline{II} с учетом различных углов зацепления для первой и второй ступени, есть. Также в работе [4] приведены области существования для этих механизмов. Однако для полученного в результате синтеза решения необходимо убедиться, что полученные пары зубчатых колес можно подобрать коэффициенты смещения, удовлетворяющие соответствующим блокирующим контурам.

Проведем синтез планетарного механизма \overline{II} , с заданным передаточным отношением, используя методику, изложенную в [2, 3, 4]. А также покажем возможность изготовления полученных пар зубчатых колес с помощью инструментальной рейки.

Генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма \overline{II} , имеют вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{1-C+C \cdot i_{1H}^4}{1-C}; \\ Z_4 = Z_1 \left(1 - i_{1H}^4\right). \end{cases} \quad (1)$$

где $C = \frac{\cos \alpha_{w12}}{\cos \alpha_{w23}}$.

Зададим передаточное отношение i_{1H}^4 и параметр C , в виде простой дроби. Такое задание имеет смысл, так как передаточное отношение есть рациональное число, а так как числа зубьев есть целые числа то из второго уравнения системы (1) видно, что C также рационально.

$$\begin{cases} C = \frac{A_c}{B_c}, \\ i_{1H}^4 = \frac{A}{B}. \end{cases}$$

Тогда система (1) примет вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}, \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{1 - \frac{A_c}{B_c} + \frac{A_c}{B_c} \cdot \frac{A}{B}}{1 - \frac{A_c}{B_c}}, \\ Z_4 = Z_1 \left(1 - \frac{A}{B}\right). \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}, \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{B \cdot (B_c - A_c) + A_c \cdot A}{(B_c - A_c)B}, \\ Z_4 = Z_1 \frac{B - A}{B}. \end{cases}$$

Из полученных равенств видно, что так как числа зубьев Z_3 , Z_2 и Z_4 есть целые, то число зубьев Z_1 должно быть кратным числам $(k \cdot B; (B_c - A_c)B; B)$. Данный подход к проведению синтеза легко реализовать с помощью стандартных функций прикладного математического пакета Mathcad (рис. 1):

Задаем передаточное отношение планетарного механизма

A := 25 числитель простой дроби передаточного числа

B := 1000 знаменатель простой дроби передаточного числа

Выполняем упрощение до простой дроби

$$\Lambda_i := \frac{A}{\gcd\left(\left(\frac{A}{B}\right)\right)} \rightarrow 1 \quad \Gamma_i := \frac{B}{\gcd\left(\left(\frac{A}{B}\right)\right)} \rightarrow 40 \quad i_{IH} := \frac{\Lambda_i}{\Gamma_i} \rightarrow \frac{1}{40}$$

Задаем параметр C - отношение косинусов углов зацепления

A := 104 числитель простой дроби параметра C

B := 100 знаменатель простой дроби параметра C

Выполняем упрощение до простой дроби

$$A_c := \frac{A}{\gcd\left(\left(\frac{A}{B}\right)\right)} \rightarrow 26 \quad B_c := \frac{B}{\gcd\left(\left(\frac{A}{B}\right)\right)} \rightarrow 25 \quad C := \frac{A_c}{B_c} \rightarrow \frac{26}{25}$$

Задаем пределы возможного числа зубьев колес

Zmax := 220 Zmin := 18

Задаем число спутников планетарного механизма

k := 3 число спутников механизма

Определяем числа которым должно быть кратно Z₁

$$Z1_krat_1 := \frac{k \cdot B_i}{\gcd\left(\left(\frac{k \cdot B_i}{A_i}\right)\right)} \rightarrow 120 \quad Z1_krat_2 := \frac{|B_i(B_c - A_c)|}{\gcd\left[\left[\frac{|B_i(B_c - A_c) + A_c \cdot A_i|}{|B_i(B_c - A_c)|}\right]\right]} \rightarrow 20$$

$$Z1_krat_3 := \frac{\Gamma_i}{\gcd\left(\left(\frac{\Gamma_i - \Lambda_i}{\Gamma_i}\right)\right)} \rightarrow 40$$

Определяем число зубьев первого колеса Z₁^{min} как наименьшее общее кратное

Z1_min := lcm(Z1_krat_1, Z1_krat_2, Z1_krat_3) → 120

Определяем минимально возможное число зубьев остальных колес

$$Z2_min := Z1_min \cdot \frac{\Gamma_i(B_c - A_c) + A_c \cdot A_i}{B_i(B_c - A_c)} \rightarrow 42 \quad Z3_min := Z2_min \rightarrow 42 \quad Z4_min := Z1_min \cdot \frac{\Gamma_i - \Lambda_i}{\Gamma_i} \rightarrow 117$$

Все остальные комбинации чисел зубьев для выбранных параметров синтеза определяются простым умножением на натуральное число k_Z

k_Z := 1

Z1 := Z1_min · k_Z → 120 Z2 := Z2_min · k_Z → 42 Z3 := Z3_min · k_Z → 42 Z4 := Z4_min · k_Z → 117

Рис. 1 Синтез планетарного механизма \overline{II} в Mathcad 11

После определения чисел зубьев механизма необходимо выбрать коэффициенты смещения зубчатых колес для пар первой и второй ступеней. Реализация алгоритма определения коэффициентов смещения с помощью пакета Mathcad 11 приведена на рис. 2.

Задаем параметры инструмента (инструментальная рейка)

Параметры инструмента (долбья):

$$\alpha_0 := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad Z_1 := 20 \quad m := 5$$

Коэффициенты смещения для первой пары, выбираем из блокирующего контура:

Пара колес: $Z_1 = 120 \quad x_1 := 0.4 \quad Z_2 = 42 \quad x_2 := 0.1$

Задаем прямую и обратную функцию инвалюты:

$$\text{inv}(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha \quad \text{Ainv}(\text{inv}_\alpha) := \text{root}\left(\tan(\alpha) - \alpha - \text{inv}_\alpha, \alpha, 0, \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Определение угла зацепления первой пары зубчатых колес:

1.1 определяем углы станочного зацепления для первой пары колес

$$\alpha_{c1} := \arccos\left(\cos(\alpha_0) \cdot \frac{Z_1 - Z_1}{Z_1 - Z_1 + 2 \cdot x_1}\right) \quad \alpha_{c1} \cdot \frac{180}{\pi} = 21.214$$

$$\alpha_{c2} := \arccos\left(\cos(\alpha_0) \cdot \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 - Z_1 + 2 \cdot x_2}\right) \quad \alpha_{c2} \cdot \frac{180}{\pi} = 21.373$$

1.2 определяем угол зацепления первой пары

$$\text{inv}_{\alpha w_12} := \frac{2 \cdot Z_1}{Z_1 - Z_2} \cdot \text{inv}(\alpha_0) - \frac{Z_2 + Z_1}{Z_1 - Z_2} \cdot \text{inv}(\alpha_{c2}) + \frac{Z_1 - Z_1}{Z_1 - Z_2} \cdot \text{inv}(\alpha_{c1}) \quad \text{inv}_{\alpha w_12} = 0.016$$

$$\alpha_{w_12} := \text{Ainv}(\text{inv}_{\alpha w_12}) \quad \alpha_{w_12} \cdot \frac{180}{\pi} = 20.474$$

2. Определение межосевого расстояния:

$$A_{w_12} := \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{\cos(\alpha_{w_12})} \quad A_{w_12} = 195.596$$

3. Определение коэффициентов смещения для второй пары зубчатых колес:

$$A_{w_34} := A_{w_12} \quad x_3 := x_2 \quad \text{коэффициенты смещения равны так как колеса связанные}$$

3.1 Определяем значение угла зацепления второй пары:

$$\cos_{\alpha w_34} := \frac{m \cdot (Z_4 - Z_3)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{A_{w_34}}$$

$$\alpha_{w_34} := \arccos(\cos_{\alpha w_34}) \quad \alpha_{w_34} \cdot \frac{180}{\pi} = 25.737$$

Проверка значения параметра С выбранного при синтезе механизма:

$$C := \frac{A_c}{B_c} \quad C = 1.04 \quad \frac{\cos(\alpha_{w_12})}{\cos(\alpha_{w_34})} = 1.04$$

3.2 Определяем углы станочного зацепления для второй пары зубчатых колес:

$$\alpha_{c3} := \alpha_{c2} \quad \text{так как колеса связанные}$$

$$\text{inv}_{\alpha_{c4}} := \frac{Z_4 - Z_3}{Z_1 - Z_4} \left(\frac{2 \cdot Z_1}{Z_4 - Z_3} \cdot \text{inv}(\alpha_0) - \frac{Z_3 + Z_1}{Z_4 - Z_3} \cdot \text{inv}(\alpha_{c3}) - \text{inv}(\alpha_{w_34}) \right) \quad \text{inv}_{\alpha_{c4}} = 0.031$$

$$\alpha_{c4} := \text{Ainv}(\text{inv}_{\alpha_{c4}}) \quad \alpha_{c4} \cdot \frac{180}{\pi} = 25.261$$

3.3 Определяем коэффициент смещения x4:

$$x_4 := \left[\frac{(Z_4 - Z_1) \cdot \cos(\alpha_0)}{\cos(\alpha_{c4})} - Z_4 + Z_1 \right] \cdot \frac{1}{2} \quad x_4 = 1.894$$

Рис. 2 Определение коэффициентов смещения пар зубчатых колес планетарного механизма \overline{II} в Mathcad 11

Как видно из полученных результатов, найденные коэффициенты смещения попадают в область блокирующих контуров для пар колес $Z_1 - Z_2$, $Z_3 - Z_4$. Используя реализованный алгоритм синтеза и определения коэффициентов смещения, можно, применяя известные блокирующие контуры, на этапе синтеза ответить на вопрос о возможности изготовления синтезируемого механизма.

Общие выводы:

1. Реализован алгоритм синтеза планетарного механизма \overline{II} с учетом углов зацепления первой и второй ступеней.
2. Полученный алгоритм дает возможность определить зависимость результата синтеза от выбранных параметров:
 - 2.1. при увеличении параметра C в результате синтеза отношение Z_1 / Z_2 увеличивается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же Z_1 будет уменьшаться;
 - 2.2. при уменьшении параметра C в результате синтеза отношение Z_1 / Z_2 уменьшается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же Z_1 будет увеличиваться;
 - 2.3. пределы изменения параметра C , полученные с помощью области существования планетарного механизма \overline{II} , не является непрерывной и его значение следует выбирать экспериментальным путем.
3. При увеличении угла зацепления первой ступени угол зацепления для второй ступени возрастает, а при уменьшении уменьшается. Поэтому для приемлемых значений лучше выбирать коэффициенты смещения первой ступени обеспечивающие небольшие углы передачи.
4. При увеличении угла зацепления первой ступени коэффициент смещения зубчатого колеса Z_4 увеличивается и может выходить за пределы блокирующего контура.
5. Хорошие результаты синтеза механизма \overline{II} , получаются если разность $|Z_3 - Z_4| = 1K4$.

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115-120. 3. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления. // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 9. – 2008. – С.98-103. 4. *Кавецкий С.Н.* Область существования планетарных механизмов AA и II со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 14. – 2008. – С.47-53.

Поступила в редколлегию 29.09.10