

М.А. ПОДРИГАЛО, д-р техн. наук, ХНАДУ (г. Харьков), *Д.М. КЛЕЦ*, канд. техн. наук, ХНАДУ (г. Харьков), *О.А. НАЗАРЬКО*, ХНАДУ (г. Харьков), *Н.Н. ПОТАПОВ*, ХНАДУ (г. Харьков)

ВЛИЯНИЕ ТЯГОВЫХ МОМЕНТОВ НА ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ РЕАКЦИЙ МЕЖДУ КОЛЕСАМИ АВТОМОБИЛЯ

У статті розглянуто вплив крутних моментів на динамічний перерозподіл вертикальних реакцій між осями автомобіля, а також виконана оцінка підвищення точності визначення вертикальних реакцій на колесах автомобіля з урахуванням крутних моментів на ведучих колесах.

Influence of twisting moments on vertical reactions between vehicle shafts dynamic redistribution is considered. The definition of vertical reactions on vehicle wheels accuracy increase estimation with taking into account twisting moments on driving wheels is executed.

Введение. Динамическое распределение (перераспределение) вертикальных реакций между колесами автомобиля оказывает существенное влияние на показатели эксплуатационных свойств автомобиля. При значительной разгрузке задних колес ухудшается устойчивость движения, а передних – управляемость автомобиля. Кроме того, динамическое перераспределение вертикальных реакций необходимо учитывать при выборе ведущих колес автомобиля.

В известных исследованиях при расчете динамического перераспределения вертикальных реакций между осями автомобиля не учитывалось влияние крутящих (тяговых) моментов на ведущих колесах, поскольку последние ошибочно считались внутренними усилиями (моментами). В настоящей статье определено динамическое распределение вертикальных реакций дороги между колесами передней и задней осей автомобиля с учетом тяговых (крутящих) моментов на ведущих колесах.

Анализ последних достижений и публикаций. На рис.1 представлена схема сил, которая традиционно используется для определения суммарных вертикальных реакций на колесах передней и задней осей [1-10].

На указанной схеме (рис.1) отсутствуют обозначения крутящих моментов на ведущих колесах. Это связано с тем, что еще в первых работах [1,2] по теории автомобиля ошибочно принято считать крутящие (тормозные) моменты на колесах внутренними усилиями (моментами), а внешними – считать касательные реакции на колесах $\sum R_{x1}$ и $\sum R_{x2}$ (рис.1). Моменты сопротивления качению колес $\sum M_{f1}$ и $\sum M_{f2}$ принято считать внешними, поэтому они приведены на указанной схеме и учтены при определении

суммарных динамических реакций на колесах передней $\sum R_{z1}$ и задней $\sum R_{z2}$ осей (см.рис 1). Суммарные крутящие моменты на ведущих колесах не учитывались, поскольку согласно положениям классической механики сумма внутренних сил (моментов) механической системы всегда равна нулю [12]. Однако, нами ранее [13], с позиций классической механики также доказано, что крутящие (тяговые) моменты являются внешними усилиями (моментами) относительно механизма ходовой части автомобиля. Поскольку их величины могут значительно превосходить моменты сопротивления качению, то пренебрежение их действием может привести к значительным погрешностям при расчетах динамических вертикальных реакций дороги на колесах автомобиля. Следует отметить, что в работе [5] наиболее корректно подошли к определению вертикальных динамических реакций на колесах. При их определении сумму моментов рассчитывали не относительно точек контакта колес с дорогой, а относительно осей колес. В этом случае в уравнениях моментов участвуют моменты, создаваемые суммарными касательными реакциями $\sum R_{x1}$ и $\sum R_{x2}$ на колесах передней и задней осей. В этом случае косвенно учитываются крутящие моменты на ведущих колесах. Однако в указанной работе [5] не дано физическое объяснение этому факту.

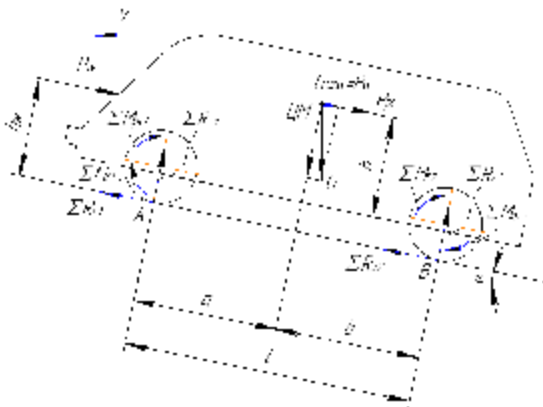


Рисунок 1 - Схема сил, действующих на автомобиль в общем случае движения [11]

Цель и постановка задач. Целью исследования является определение влияния тяговых (крутящих) моментов, создаваемых ведущими колесами, на величину динамического перераспределения вертикальных реакций между передними и задними колесами автомобиля.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

- определить влияние крутящих моментов на динамическое перераспределение вертикальных реакций между осями автомобиля;

- произвести оценку повышения точности определения динамических вертикальных реакций на колесах автомобиля при учете крутящих моментов на ведущих колесах.

Определение динамического распределения вертикальных реакций между осями

На рис. 2 представлена схема сил, действующих на автомобиль с учетом внешних крутящих моментов на ведущих колесах.

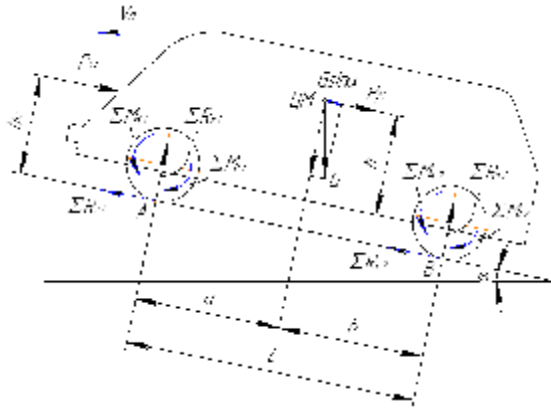


Рисунок 2 - Схема сил, учитывающая внешние крутящие моменты, действующие на автомобиль в общем случае движения

Условия равновесия моментов, записанные относительно точек А и В (рис.2), позволили определить

$$\sum R_{z1} = G \frac{b}{L} \cos a - G \frac{h}{L} \sin a - P_{jx} \frac{h}{L} - P_w \frac{h_w}{L} + \frac{\sum M_{k1}}{L} + \frac{\sum M_{k2}}{L} - \frac{\sum M_{f1}}{L} - \frac{\sum M_{f2}}{L}; \quad (1)$$

$$\sum R_{z2} = G \frac{a}{L} \cos a + G \frac{h}{L} \sin a + P_{jx} \frac{h}{L} + P_w \frac{h_w}{L} - \frac{\sum M_{k1}}{L} - \frac{\sum M_{k2}}{L} + \frac{\sum M_{f1}}{L} + \frac{\sum M_{f2}}{L}; \quad (2)$$

где G -общий вес автомобиля;

a, b - расстояния от проекции центра масс на опорную плоскость до точек А и В (рис.2)

L - продольная колесная база автомобиля;

h - высота центра масс автомобиля;

α - угол продольного уклона дороги;

P_{jx} - сила инерции поступательного движения автомобиля

$$P_{jx} = \frac{G}{g} V_a^2; \quad (3)$$

g - ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$;

V_a - линейное ускорение автомобиля;

P_w - сила аэродинамического сопротивления,

$$P_w = kFV_a^2; \quad (4)$$

kF - фактор сопротивления воздуха (k - коэффициент сопротивления воздуха, F - мидель);

h_w - вертикальная координата центра парусности автомобиля;

$\sum M_{k1}, \sum M_{k2}$ - суммарные крутящие моменты на колесах передней и задней осей автомобиля.

В уравнениях (1) и (2)

$$\frac{\sum M_{f1} + \sum M_{f2}}{L} = f \frac{\sum R_{z1} \cdot r_{\partial 1} + \sum R_{z2} \cdot r_{\partial 2}}{L}, \quad (5)$$

где $r_{\partial 1}, r_{\partial 2}$ - динамические радиусы передних и задних колес автомобиля соответственно (в общем случае $r_{\partial 1} \neq r_{\partial 2}$)

Кроме того,

$$\begin{aligned} \frac{\sum M_{k1} + \sum M_{k2}}{L} &= \frac{\sum P_{k1} \cdot r_{\partial 1} + \sum P_{k2} \cdot r_{\partial 2}}{L} \cong \\ &\cong \frac{P_k}{L} [K_M \cdot r_{d1} + (1 - K_M) \cdot r_{d2}], \end{aligned} \quad (6)$$

где $\sum P_{k1}, \sum P_{k2}$ - суммарные тяговые силы на передних и задних колесах, соответственно;

P_k - суммарная тяговая сила автомобиля,

$$P_k = \sum P_{k1} + \sum P_{k2}; \quad (7)$$

K_M - коэффициент распределения суммарного крутящего момента на переднюю ось автомобиля,

$$K_M = \frac{\sum M_{k1}}{\sum M_{k1} + \sum M_{k2}}. \quad (8)$$

Суммарная тяговая сила автомобиля может быть определена как

$$P_k = fG \cdot \cos a + G \sin a + P_w + \frac{G}{g} \mathbf{v}_a. \quad (9)$$

После подстановки в уравнения (1) и (2) выражений (3), (4), (5), (6) с учетом (7) и (9) после проведения преобразований получим

$$\sum R_{z1} = G \left[\frac{\frac{b}{L} \cos a - \frac{h}{L} \sin a - \frac{\mathbf{v}_a}{g} \left[\frac{h}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\theta 1} + (1 - K_M) r_{\theta 2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} - \frac{\frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{d1} + (1 - K_M) r_{d2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} + \frac{K_M \frac{r_{\theta 1} - r_{\theta 2}}{L} (f \cos a - \sin a) + \frac{r_{\theta 2}}{L} \sin a}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} \right]; \quad (10)$$

$$\sum R_{z2} = G \left[\frac{\frac{a}{L} \cos a + \frac{h}{L} \sin a + \frac{\mathbf{v}_a}{g} \left[\frac{h}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\theta 1} + (1 - K_M) r_{\theta 2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} + \frac{\frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{d1} + (1 - K_M) r_{d2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} + \frac{\frac{r_{\theta 1} - r_{\theta 2}}{L} [f(1 - K_M) \cos a + K_M \sin a] - \frac{r_{\theta 2}}{L} \sin a}{1 + f \frac{r_{\theta 1} - r_{d2}}{L}} \right]. \quad (11)$$

При движении по горизонтальной поверхности $\alpha = 0$ и выражения (10) и (11) примут вид

$$\sum R_{z1} = G \left[\frac{\frac{b}{L} \cos \alpha - \frac{V_a}{g} \left[\frac{h}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} - \frac{\frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right] + K_M \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L} f}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \right]; \quad (12)$$

$$\sum R_{z2} = G \left[\frac{\frac{a}{L} + \frac{V_a}{g} \left[\frac{h}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} + \frac{\frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right] + (1 - K_M) \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L} f}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \right]; \quad (13)$$

При равномерном движении автомобиля $V_a = 0$ и уравнения (12) и (13) упрощаются

$$\sum R_{z1} = G \frac{\frac{b}{L} - \frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right] + K_M \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L} f}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}}; \quad (14)$$

$$\sum R_{z2} = G \left[\frac{\frac{a}{L} + \frac{kF}{G} V_a^2 \left[\frac{h_w}{L} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{L} \right]}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} + \frac{(1 - K_M) \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L} f}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \right]; \quad (15)$$

Полученные выражения для определения вертикальных динамических реакций на передних и задних колесах автомобиля отличаются от известных и позволяют уточнить расчет при учете крутящих моментов на ведущих колесах.

Оценка повышения точности определения динамических вертикальных реакций на колесах автомобиля с учетом крутящих моментов на ведущих колесах

Для проведения дальнейшего анализа преобразуем выражения (10) и (11) путем выноса за скобки величины $\frac{b}{L} \cos \alpha$ в уравнении (10) и $\frac{a}{L} \cos \alpha$ – в уравнении (11). Учитывая что

$$\sum R_{z1cm} = G \frac{b}{L} \tag{16}$$

и

$$\sum R_{z2cm} = G \frac{a}{L}, \tag{17}$$

получим

$$\sum R_{z1} = \sum R_{z1cm} \left[\begin{aligned} & 1 - \frac{h}{b} \operatorname{tg} \alpha - \frac{V_a^2}{g \cos \alpha} \left[\frac{h}{b} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{b} \right] \\ & - \frac{kF}{G \cos \alpha} V_a^2 \left[\frac{h_w}{b} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{b} \right] \\ & + \frac{K_M \cdot \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{\epsilon} (f - \operatorname{tg} \alpha) + \frac{r_{\delta 2}}{b} \operatorname{tg} \alpha}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \end{aligned} \right] \cos \alpha; \tag{18}$$

$$\sum R_{z2} = \sum R_{z2cm} \left[\begin{array}{l} 1 + \frac{h}{a} \operatorname{tg} a + \frac{V_a^2}{g \cos a} \left[\frac{h}{a} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{a} \right] \\ \frac{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} + \frac{\frac{kF}{G \cos a} V_a^2 \left[\frac{h_w}{a} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{a} \right]}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \\ + \frac{\frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{a} [(f(1 - K_M) + K_M \operatorname{tg} a)] - \frac{r_{\delta 2}}{a} \operatorname{tg} a}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \end{array} \right] \cos a. \quad (19)$$

В литературе [1,2,11] динамическое изменение вертикальных реакций на осях автомобиля учитываются коэффициентами изменения нагрузки

$$m_1 = \frac{\sum R_{z1}}{\sum R_{z1cm}}; \quad (20)$$

$$m_2 = \frac{\sum R_{z2}}{\sum R_{z2cm}}. \quad (21)$$

Таким образом, в нашем случае

$$m_1 = \left[\begin{array}{l} 1 - \frac{h}{b} \operatorname{tg} a - \frac{V_a^2}{g \cos a} \left[\frac{h}{b} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{b} \right] \\ \frac{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} + \frac{\frac{kF}{G \cos a} V_a^2 \left[\frac{h_w}{b} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{b} \right]}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \\ + \frac{\frac{K_M \cdot r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{\sigma} (f - \operatorname{tg} a) + \frac{r_{\delta 2}}{b} \operatorname{tg} a}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \end{array} \right] \cos a; \quad (22)$$

$$m_2 = \left[\begin{aligned} & 1 + \frac{h}{a} \operatorname{tg} a + \frac{\mathcal{V}_a^2}{g \cos a} \left[\frac{h}{a} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{a} \right] \\ & \frac{kF}{G \cos a} V_a^2 \left[\frac{h_w}{a} - \frac{K_M \cdot r_{\delta 1} + (1 - K_M) r_{\delta 2}}{a} \right] \\ & \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{a} [f(1 - K_M) + K_M \cdot \operatorname{tg} a] - \frac{r_{\delta 2}}{a} \operatorname{tg} a \end{aligned} \right] \cdot \cos a. \quad (23)$$

При $\sum M_{k1} = 0$ и $\sum M_{k2} = 0$ из уравнений (1) и (2), проводя соответствующие преобразования получим

$$m'_1 = \frac{1 - \frac{h}{b} \operatorname{tg} a - f \frac{r_{\delta 2}}{b} - \frac{\mathcal{V}_a^2}{g \cos a} \cdot \frac{h}{b} - \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{b} V_a^2}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \cos a; \quad (24)$$

$$m'_2 = \frac{1 + \frac{h}{a} \operatorname{tg} a + f \frac{r_{\delta 1}}{a} + \frac{\mathcal{V}_a^2}{g \cos a} \cdot \frac{h}{a} + \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{a} V_a^2}{1 + f \frac{r_{\delta 1} - r_{\delta 2}}{L}} \cos a. \quad (25)$$

Выражения (24) и (25) позволяют рассчитать коэффициенты изменения вертикальной нагрузки на передней и задней осях автомобиля при традиционном подходе, что также соответствует движению автомобиля в ведомом режиме.

Введем коэффициенты уточнения результатов расчета динамических вертикальных реакций

$$K_{ym1} = \frac{m_1}{m'_1} \quad (26)$$

и

$$K_{ym2} = \frac{m_2}{m'_2}. \quad (27)$$

Подставляя выражения (22) и (24) в (26), а соотношения (23) и (25) – в (27), получим

$$K_{y_{m_1}} = 1 + \frac{K_M \cdot r_{\partial 1} + (1 - K_M) \cdot r_{\partial 2} \left(\frac{\sqrt{g}}{g \cos a} + \frac{kF}{G \cos a} V_a^2 \right)}{b} + \frac{1 - \frac{h}{b} \operatorname{tg} a - \frac{\sqrt{g}}{g \cos a} \cdot \frac{h}{b} - \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{b} V_a^2 - f \frac{r_{\partial 2}}{b}}{b} + \frac{K_M \frac{r_{\partial 1} - r_{\partial 2}}{b} (f - \operatorname{tg} a) + \frac{r_{\partial 2}}{b} (f + \operatorname{tg} a)}{g a - \frac{\sqrt{g}}{g \cos a} \cdot \frac{h}{b} - \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{b} V_a^2 - f \frac{r_{\partial 2}}{b}}; \quad (28)$$

$$K_{y_{m_2}} = 1 - \frac{K_M \cdot r_{\partial 1} + (1 - K_M) \cdot r_{\partial 2} \left(\frac{\sqrt{g}}{g \cos a} + \frac{kF}{G \cos a} V_a^2 \right)}{a} + \frac{1 + \frac{h}{a} \operatorname{tg} a + \frac{\sqrt{g}}{g \cos a} \cdot \frac{h}{a} + \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{a} V_a^2 + f \frac{r_{\partial 1}}{a}}{a} + \frac{\frac{r_{\partial 1} - r_{\partial 2}}{a} [f(1 - K_M) + K_M \operatorname{tg} a] - \frac{f r_{\partial 1} + r_{\partial 2} \operatorname{tg} a}{a}}{1 + \frac{h}{a} \operatorname{tg} a + \frac{\sqrt{g}}{g \cos a} \cdot \frac{h}{a} + \frac{kF}{G \cos a} \frac{h_w}{a} V_a^2 + f \frac{r_{\partial 1}}{a}}. \quad (29)$$

Анализ уравнений (28) и (29) показывает, что учет крутящих моментов на ведущих колесах приводит к увеличению значений динамических вертикальных реакций на передних колесах и к уменьшению на задних.

На рис. 3 приведены графики зависимости коэффициентов уточнения результатов расчета динамических вертикальных реакций на колесах передней и задней оси автомобиля от скорости.

Выводы. 1. В известных исследованиях при расчете динамического перераспределения вертикальных реакций между осями автомобиля не учитывалось влияние крутящих (тяговых) моментов на ведущих колесах, что привело к значительным погрешностям. 2. Полученные выражения для определения вертикальных динамических реакций на передних и задних колесах автомобиля отличаются от известных и позволяют уточнить расчет при учете крутящих моментов на ведущих колесах. 3. При проведении расчетов с учетом крутящего момента как внешнего усилия, точность определения динамических вертикальных реакций на колесах автомобиля была повышена на 6% для передней оси и на 4% для задней.

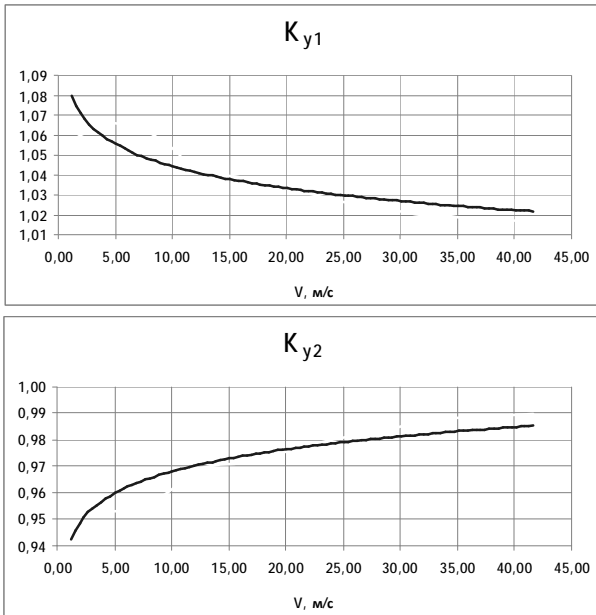


Рисунок 3 – Зависимость коэффициентов уточнения результатов расчета динамических вертикальных реакций на колесах передней оси K_{y1} и задней оси K_{y2} от скорости

Список литературы: 1. Чудаков Е.А. Теория автомобиля / Чудаков Е.А. – М-Л.: Машгиз, 1940. – 396 с. 2. Чудаков Е.А. Теория автомобиля / Чудаков Е.А. – М.: Машгиз, 1950. – 343 с. 3. Михайловский Е. Теория трактора и автомобиля / Михайловский Е., Цимбалин В. – М.: Государственное издательство сельскохозяйственной литературы, 1960. – 336 с. 4. Чудаков Д.А. Основы теории трактора и автомобиля / Чудаков Д.А. – М.: Издательство сельскохозяйственной литературы, журналов и плакатов, 1962. – 312 с. 5. Иванов В.В. Основы теории автомобиля и трактора / Иванов В.В., Иларионов В.А., Морин М.М. – М.: Высшая школа, 1977. – 245 с. 6. Скотников В.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля / Скотников В.А., Машенский А.А., Солонский А.С. – М.: Агропромиздат, 1986. – 383 с. 7. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин / Смирнов Г.А. – М.: машиностроение, 1981. – 271 с. 8. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин / Смирнов Г.А. – М.: Машиностроение, 1990. – 352 с. 9. Голомидов А.М. Автомобили с приводом на передние колеса / Голомидов А.М. – М.: Машиностроение, 1972. – 96 с. 10. Львов Е.Д. Теория трактора / Львов Е.Д. – М.: Машгиз, 1960. – 256 с. 11. Волков В.П. Теория эксплуатационных vlastивостей автомобиля: Навчальний посібник / Волков В.П. – Харків: ХНАДУ, 2003. – 292 с. 12. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики / Тарг С.М. – М.: Наука, 1968. – 480 с. 13. Подригало М.А. Качение автомобильного колеса и определение понятия "тяговая сила" / Подригало М.А. // автомобильная промышленность - 2007. - №1. – С.25 – 26

Поступила в редколлегию 27.09.10