

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до розрахункового завдання «Множинний лінійний кореляційний аналіз
як інструмент прийняття управлінського рішення»
за курсом «Методи прийняття управлінських рішень»**

для студентів очної та заочної форми навчання спеціальностей 6.030601
«Менеджмент», 6.030501 «Економіка підприємства», 6.030509 «Облік та аудит»,
6.030507 «Маркетинг», 6.030507 «Інтелектуальна власність»

Методичні вказівки до розрахункового завдання «Множинний лінійний кореляційний аналіз як інструмент прийняття управлінського рішення» за курсом «Методи прийняття управлінських рішень» для студентів очної та заочної форми навчання спеціальностей 6.030601 «Менеджмент», 6.030501 «Економіка підприємства», 6.030509 «Облік та аудит», 6.030507 «Маркетинг», 6.030507 «Інтелектуальна власність» / уклад. О.Є. Скворчевський, В.Л. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – 28 с.

Укладачі О.Є. Скворчевський
В.Л. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ

Рецензент О.Б. Білоцерківський

Кафедра організації виробництва та управління персоналом

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 06.12.2012 р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2013

Вступ

Методичні вказівки призначені для студентів очної, заочної та дистанційної форм навчання при виконанні розрахункового завдання за розділом «Множинний лінійний кореляційний аналіз як інструмент прийняття управлінського рішення» з курсів «Методи прийняття управлінських рішень» та «Управлінські рішення». Метою розрахункового завдання є отримання практичних навичок побудови, дослідження, економічної інтерпретації регресійних моделей для подальшого прогнозування розвитку економічного явища чи процесу, який ця модель описує. Такий прогноз дає можливість прийняття науково обгрунтованого управлінського рішення.

Потужним інструментальним засобом при виконанні економічних досліджень є комп'ютерна техніка. У зв'язку з цим широке поширення в діловій сфері одержали спеціальні пакети прикладних програм. Вони дозволяють забезпечити досить значну швидкість економічних розрахунків, високу надійність результатів, можливість легкого подання даних в аналітичній, графічній або табличній формах. Серед подібних програм великою популярністю користується Microsoft Excel, що містить надбудову «Аналіз даних» і багату бібліотеку статистичних функцій. У рамках методичних вказівок викладено підходи до побудови та дослідження моделей множинної лінійної регресії в Microsoft Excel при раціональній комбінації можливостей надбудови «Аналіз даних» та статистичних функцій. При використанні вказаних засобів необхідно мати на увазі, що їх термінологія неточна та часто не співпадає із загальноприйнятою вітчизняною термінологією в галузі математичної статистики та економіки. Концентрація уваги студентів на таких невідповідностях дозволяє правильно виконати розрахункове завдання та набутти практичні навички використання надбудови «Аналіз даних» та статистичних функцій Microsoft Excel.

Розрахункове завдання доцільно виконувати після вивчення лекційних тем з множинного лінійного кореляційно-регресійного аналізу.

Засвоєння практичних навичок обробки статистичних даних за допомогою комп'ютерної техніки є важливою частиною підготовки майбутніх фахівців економічної та менеджерської сфери.

1. Активація надбудови «Аналіз даних» Microsoft Excel

Крім звичайних можливостей зі створення та редагування електронних таблиць, Microsoft Excel має в своєму арсеналі широкий спектр можливостей для проведення економіко-математичних досліджень. Одним із таких інструментів є надбудова «Аналіз даних», яка активується способом, вказаним нижче. Для початку в закладці файл обирається меню «Параметри», де обирається меню «Надстройки». У відкритому діалоговому вікні (рис. 1) оберемо надбудову «Пакет аналізу» та натиснемо «Перейти».

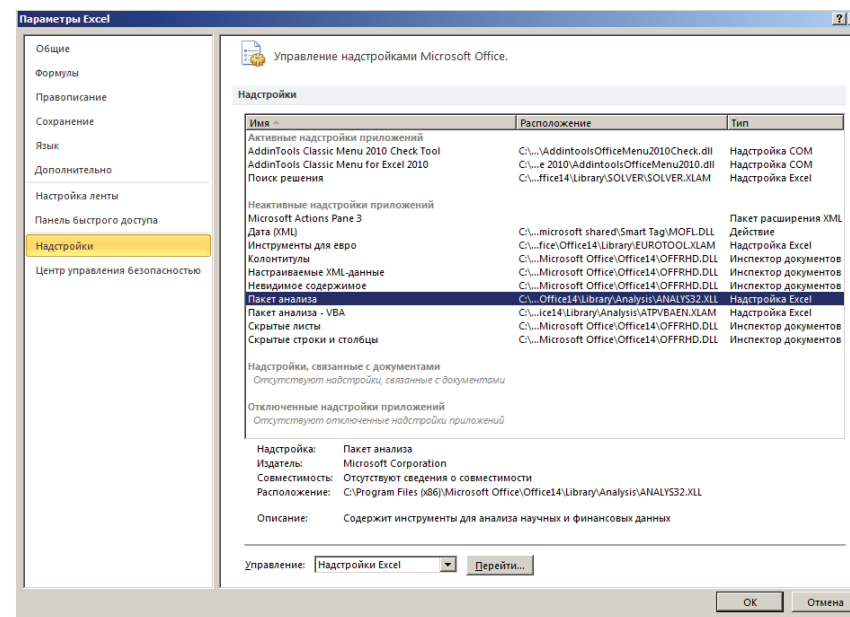


Рисунок 1 – Діалогове вікно «Керування надбудовами Microsoft Office»

У вікні, що з'явилося, поставимо прапорець навпроти надбудови «Пакет аналізу». Після настройки ярлик «Аналіз даних» має знаходитись у закладці «Дані». Особливість цієї надбудови полягає у тому, що до настройки вона називається «Пакет аналізу», а після нього «Аналіз даних». При настройці надбудову «Пакет аналізу» не слід плутати із надбудовою «Пакет аналізу – VBA». Цей алгоритм настройки надбудови «Пакет аналізу» характерний для Microsoft Excel 2010 та більш нових версій. Для більш старих версій порядок

настройки цієї надбудови можна дізнатися ввівши до будь-якої пошукової системи словосполучення «Пакет аналізу» установка» або аналогічне йому.

2. Постановка задачі

Дослідити залежність обсягів продаж 12-ти підприємств (тис. грн) від витрат на рекламу (тис.грн) та витрат на розширення дилерської мережі (тис.грн), вихідні дані наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Статистичні дані обсягів продаж підприємства, витрат на рекламу та розширення дилерської мережі

№	Обсяги продаж, тис. грн	Витрати на рекламу, тис. грн	Витрати на розширення дилерської мережі, тис. грн
1	484	71	27
2	539	66	31
3	506	74	29
4	495	72	26
5	528	77	27
6	561	82	21
7	539	86	28
8	594	93	30
9	605	82	36
10	627	77	40
11	660	85	43
12	682	83	48

Необхідно оцінити тісноту лінійного зв'язку між змінними, побудувати модель множинної лінійної регресії, оцінити її якість та спрогнозувати обсяги продаж при витратах на рекламу 97 тис. грн та витратах на розширення дилерської мережі 52 тис. грн Дати економічну інтерпретацію отриманим результатам.

3. Кореляційний аналіз

Перш за все необхідно встановити формати сторінки А4, книжкову орієнтацію та необхідний розмір її полів. На першому листі потрібно створити таблицю вихідних даних (див. додаток 1).

Для побудови матриці парних коефіцієнтів кореляції обираємо інструмент аналізу «Кореляція» надбудови «Аналіз даних» (рис. 2). Далі

натискаємо ОК та переходимо до діалогового вікна цього інструмента. Вказуємо вхідний інтервал, який беремо в табл. 1, робимо відмітку про те, що вибірки даних розташовані в стовпчиках. Якщо діапазон комірок вхідного інтервалу містить заголовок таблиці, тобто назви стовпчиків, необхідно зробити відмітку «Мітки в першому рядку» (рис. 3). Також у діалоговому вікні (рис. 3), інструмента аналізу «Кореляція» визначають вихідний інтервал, в який буде внесено матрицю парних коефіцієнтів кореляції (рис. 4).

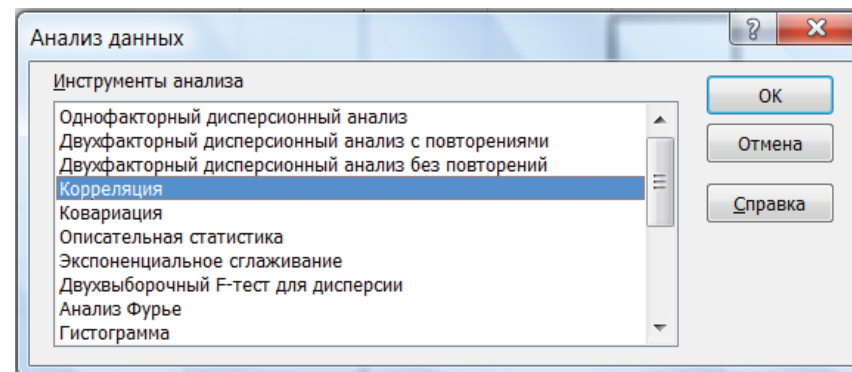


Рисунок 2 – Діалогове вікно обрання інструмента надбудови «Аналіз даних»

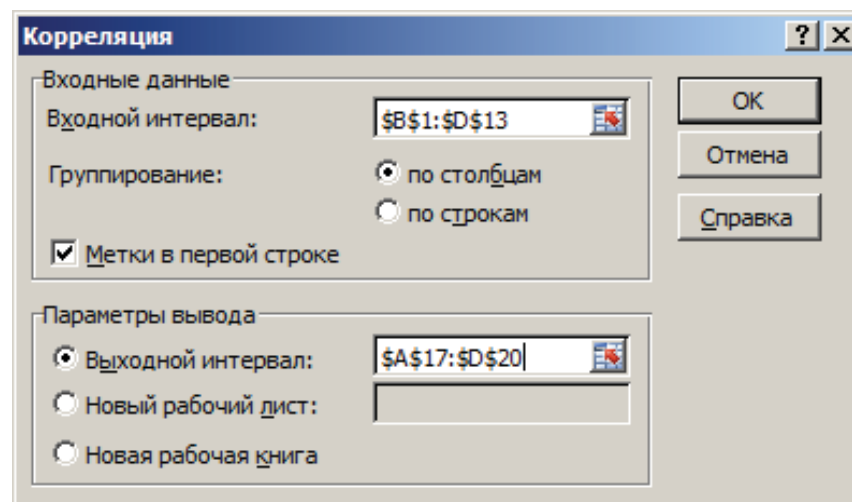


Рисунок 3 – Діалогове вікно інструмента аналізу «Кореляція»

Отриману матрицю парних коефіцієнтів кореляції потрібно оформити таким чином, щоб вона виглядала естетично та була зручною у користуванні (рис. 4). Коефіцієнти кореляції доцільно округлити до тисячних знаків.

15	Матриця парних коефіцієнтів кореляції			
16				
17		Y	X ₁	X ₂
18	Y	1	0,5708	0,857
19	X ₁	0,5708	1	0,2375
20	X ₂	0,857	0,2375	1
21				

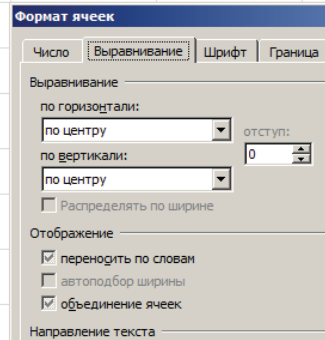


Рисунок 4 – Матриця парних коефіцієнтів кореляції та діалогове вікно «Формат комірок»

Надалі позначимо обсяги продажів, як y , витрати на рекламу, як x_1 , витрати на розширення дилерської мережі, як x_2 .

Перевіримо статистичну значущість парних коефіцієнтів кореляції (рис. 5). Для цього отримуємо розрахункові значення критерію Ст'юдента:

$$t = \frac{r \cdot \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}, \quad (1)$$

де r – парний коефіцієнт кореляції, значущість якого перевіряється; n – кількість спостережень.

fx						
=(B19*КОРЕНЬ(A13-2))/КОРЕНЬ(1-B19^2)						
E	F	G	H	I	J	K
	t_{yx1}	2,198408	t_{yx2}	5,258056	t_{x1x2}	0,810881

Рисунок 5 – Розрахунок фактичного значення критерію Ст'юдента

На рис. 5 показано розрахунок t_{yx1} фактичного значення критерію Ст'юдента для коефіцієнта кореляції між y та x_1 . Аналогічним чином знаходимо розрахункові значення критерію Ст'юдента для коефіцієнтів кореляції між y та x_2 , а також між x_1 та x_2 .

При перевірці статистичної значущості коефіцієнта кореляції для отримання критичного (табличного) значення критерію Ст'юдента $t_{0,1;10}$ можна використати функцію *СТ'ЮДЕНТ.ОБР.2X*. Вона дозволяє отримати значення критерію $t_{0,1;10}$ як функцію вірогідності та числа степенів вільності (рис. 6).

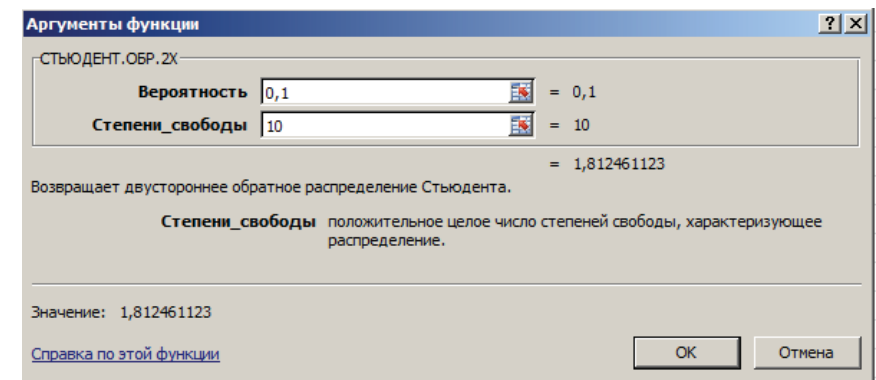


Рисунок 6 – Діалогове вікно статистичної функції *СТ'ЮДЕНТ.ОБР.2X*

Запис функції у рядку введення формули має вигляд:

$$= \text{СТ'ЮДЕНТ.ОБР.2X}(\text{рівень_значущості}; \text{степені_вільності}). \quad (2)$$

При використанні цієї функції необхідно зауважити, що у рядку «Вірогідність» необхідно вказувати не вірогідність p , а рівень значущості α . Перехід від рівня значущості α до вірогідності p здійснюється за формулою $\alpha = 1 - p$. Кількість степенів вільності k визначається за формулою $k = n - 2$.

Перевіримо статистичну значущість коефіцієнтів кореляції шляхом порівняння фактичного та критичного $t_{0,1;10}$ значень критерію Ст'юдента. Як логічний вираз запишемо умову статистичної значущості відповідного

коефіцієнта кореляції, наприклад $|t_{yx_1}| > t_{0,1;10}$. Аналогічним чином перевіримо статистичну значущість інших коефіцієнтів кореляції.

За результатами розрахунків та перевірки статистичної значущості парних коефіцієнтів кореляції потрібно зробити такі висновки:

1) $r_{yx_1} = 0,571$ свідчить про помітний прямий зв'язок між обсягами продаж та витратами на рекламу;

2) оскільки $|t_{yx_1}| > t_{0,1;10}$ ($2,2 > 1,812$), то коефіцієнт кореляції r_{yx_1} статистично значущий при $\alpha = 0,1$;

3) $r_{yx_2} = 0,857$ свідчить про тісний прямий зв'язок між обсягами продаж та витратами на розширення дилерської мережі;

4) оскільки $|t_{yx_2}| > t_{0,1;10}$ ($5,26 > 1,812$), то коефіцієнт кореляції r_{yx_2} статистично значущий при $\alpha = 0,1$;

5) абсолютне значення $r_{x_1x_2} = 0,237$ та фактичне значення критерію Ст'юдента для нього $|t_{x_1x_2}| < t_{0,1;10}$ ($0,773 < 1,812$) свідчать про практичну відсутність зв'язку між витратами на рекламу та витратами на розширення дилерської мережі.

Визначення взаємозв'язків між змінними перед побудовою моделі множинної лінійної регресії недостатньо проводити лише за парними коефіцієнтами кореляції. Також потрібно розрахувати частинні коефіцієнти кореляції, що оцінюють взаємозв'язки між двома змінними без урахування впливу на цей зв'язок інших змінних, на основі яких планується будувати модель. Для моделі множинної лінійної регресії із двома незалежними змінними частинні коефіцієнти кореляції розраховуються за формулами:

$$r_{0yx_1,x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (3)$$

$$r_{0yx_2,x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (4)$$

$$r_{0x_1x_2,y} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1} \cdot r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{yx_2}^2)}}, \quad (5)$$

де $r_{yx_2}, r_{yx_1}, r_{x_1x_2}$ – парні коефіцієнти кореляції.

Таким чином, використовуючи дані матриці парних коефіцієнтів кореляції побудуємо матрицю частинних коефіцієнтів кореляції (рис. 7).

Алгоритм перевірки статистичної значущості частинних коефіцієнтів кореляції (рис. 8) аналогічний перевірці статистичної значущості парних коефіцієнтів кореляції.

	A	B	C	D	E
22	Матриця частинних				
23	коефіцієнтів кореляції				
24		Y	X ₁	X ₂	
25	Y	1	0,7336	0,9045	
26	X ₁	0,7336	1	-0,595	
27	X ₂	0,9045	-0,595	1	

Рисунок 7 – Результати розрахунку частинних коефіцієнтів кореляції

F	G	H	I	J	K
Статистична значущість частинних коефіцієнтів кореляції					
$t_{0yx_1,x_2} =$	3,23883	$t_{0yx_2,x_1} =$	6,36137	$t_{0x_1x_2,y} =$	-2,2192505
Критичне значення $t_{0,1;9}$			1,83311		

Рисунок 8 – Результати перевірки статистичної значущості частинних коефіцієнтів кореляції

Розрахункове значення критерію Ст'юдента визначається за формулою:

$$t_q = \frac{r_q \cdot \sqrt{n - (m + 1)}}{\sqrt{1 - r_q^2}}, \quad (6)$$

де r_q – парний коефіцієнт кореляції, значущість якого перевіряється, m – кількість незалежних змінних в аналізі.

Критичне значення критерію Ст'юдента визначається для степенів вільності $k = n - (m + 1)$.

За результатами побудови матриці частинних коефіцієнтів кореляції та перевірки їх статистичної значущості можна зробити такі висновки.

1. Між залежною та незалежними змінними існує більш тісний зв'язок ніж показали парні коефіцієнти кореляції;
2. Обсяги продаж більш тісно пов'язані із витратами на розширення дилерської мережі, ніж із витратами на рекламу.
3. Мультиколінеарність між змінними x_1 та x_2 відсутня.
4. Всі частинні коефіцієнти кореляції статистично значущі.

4. Регресійний аналіз

У Microsoft Excel МНК-оцінки параметрів лінійної регресії та додаткову регресійну статистику можна отримати за допомогою статистичної функції ЛИНЕЙН або інструмента аналізу «Регресія» надбудови «Аналіз даних». У рамках цмх методичних вказівок розглянемо тільки інструмент аналізу «Регресія», який викликається аналогічно інструменту «Кореляція» (рис. 2).

У діалоговому вікні інструменту аналізу «Регресія» (рис. 9) зазначимо вхідний інтервал залежної змінної y та вхідні інтервали незалежних змінних x_1 та x_2 , причому вхідні інтервали всіх незалежних змінних вказуються в одному рядку. Якщо статистичні дані вводилися разом із назвою цих векторів, розташованих у першому рядку таблиці, необхідно поставити прапорець навпроти позначки «Мітки». Під рівнем надійності тут (рис. 9) розуміється вірогідність, для якої інструмент аналізу «Регресія» буде визначати довірчі інтервали параметрів та проводити інші статистичні розрахунки. Оскільки перевірка статистичної значущості коефіцієнтів кореляції проводилася для рівня значущості 0,1 тобто вірогідності 0,9. Цей рівень вірогідності будемо використовувати і надалі.

Якщо рівняння лінійної регресії будується із використанням параметра β_0 , тоді навпроти позначки «Константа – нуль» прапорець не встановлюється. Також модель може будуватися без параметра β_0 у вигляді:

$$\hat{y} = \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_m \cdot x_m + \varepsilon, \quad (7)$$

де $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ – МНК-оцінки параметрів регресії.

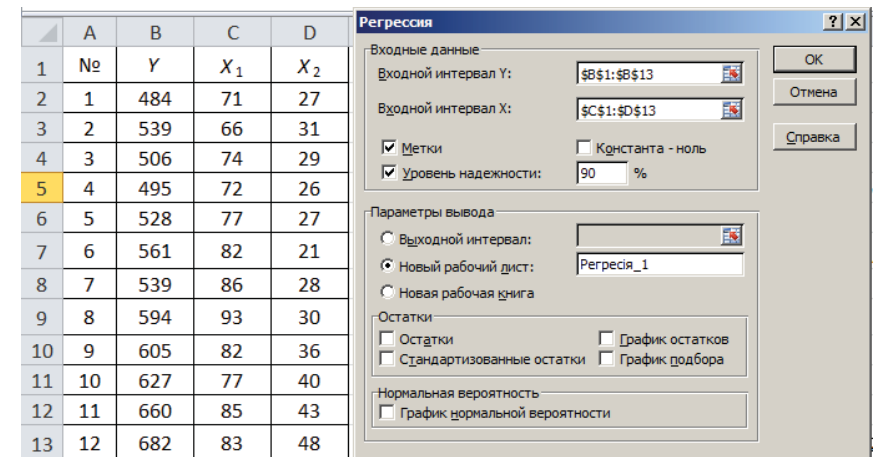


Рисунок 9 – Діалогове вікно інструменту аналізу «Регресія»

Параметри виведення даних, отриманих за допомогою інструменту аналізу «Регресія», зручніше вивести на новий лист (рис. 9).

Результати розрахунків інструменту аналізу «Регресія» показані на рис. 10. Однак опис цих результатів містить значні розбіжності із загальноприйнятою вітчизняною термінологією. Послідовно розглянемо усі, отримані в результаті розрахунків таблиці.

Перша таблиця «Регресійна статистика» (рис. 10) містить наступні результати. Під «Множинний R» тут розуміється множинний коефіцієнт кореляції, який характеризує тісноту зв'язку між залежною змінною моделі та усім набором незалежних змінних. Розрахунок множинного коефіцієнта

кореляції необхідно було б віднести до кореляційного аналізу. Однак, через те, що його розраховує інструмент «Регресія», розглядаємо його в цьому розділі.

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,937
R-квадрат	0,877
Нормированный R-квадрат	0,850
Стандартная ошибка	25,186
Наблюдения	12

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	2	40835,565	20417,782	32,187	7,92757E-05
Остаток	9	5709,102	634,345		
Итого	11	46544,667			

	Стандартная		t-статистика	p-значение	Верхние Нижние			
	коэффициенты	ошибка			95%	90,0%	90,0%	
Y-пересечение	102,580	80,547	1,274	0,235	-79,630	284,790	-45,072	250,232
X1	3,346	1,033	3,239	0,010	1,009	5,683	1,452	5,239
X2	6,262	0,984	6,361	0,000	4,035	8,489	4,458	8,067

Рисунок 10 – Результати використання інструмента аналізу «Регресія»

Під «R-квадрат» розуміється коефіцієнт детермінації, а під «Нормований R-квадрат» – скорегований коефіцієнт детермінації із поправкою на степені вільності. Далі в цій таблиці вказана стандартна помилка регресії та кількість спостережень.

У таблиці «Дисперсійний аналіз» нас цікавить тільки значення величини F (рис. 10), тобто фактичне значення критерію Фішера.

Другий стовпчик останньої третьої таблиці містить оцінки параметрів регресії $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ зверху вниз відповідно, в третьому стовпчику записані значення стандартних помилок параметрів регресії $m_{\beta_0}, m_{\beta_1}, m_{\beta_2}$, а в четвертому – фактичні значення критерію Ст'юдента $t_{\beta_0}, t_{\beta_1}, t_{\beta_2}$ для параметрів регресії (рис. 10). Порівняння фактичних та критичного значень критерію Ст'юдента, отриманого для рівня значущості α та степенів свободи $k = n - (m + 1)$, дозволяє оцінити статистичну значущість параметрів регресії.

Результати оцінки параметрів $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ та додаткові дані, отримані за допомогою інструменту аналізу «Регресія» із виправленою термінологією, наведені в додатку 1.

Стовпчики «Нижне 95 %» та «Верхне 95 %» містять нижню та верхню межі, в яких може змінюватись оцінка параметра регресії при вірогідності 95 %, відповідно стовпчики «Нижне 90 %» та «Верхне 90 %» – при вірогідності 90 %. Наприклад довірчі інтервали для параметра β_0 будуть мати вигляд:

$$-79,63 \leq \beta_0 \leq 285,79 \text{ при вірогідності } 95 \%; \quad (8)$$

$$-45,072 \leq \beta_0 \leq 250,232 \text{ при вірогідності } 90 \%. \quad (9)$$

Довірчі інтервали параметра β_0 містять суперечливі результати, тому що включають до віри'нтр' такі β_0 еалидивтї чиялаї макаб і еуьувркаї яд ад ияд ичтїаї тичс5 аяд β_0 еаьануд ьаї β_0 еакалалаї 5 аї $|t_{\beta_0}| < t_{0,1;9}$ (1,274 < 1,833) и д аДю аї еаьануд ьі β_0 яд ад ияд ичтїаї тїї тичс5 изі еьїи ььвтїї тичс5 аяд β_0 і, аДї вььацїтїаї β_0 99 %). Вьахавсючїи ясеуьучлївїад ої чавьрчїхї рїд уьвалрї д аї яд ад ияд ичтїаї тїї тичс5 рїд о еаьануд ььї ьушфурї вркїтун аї цїад улїеьаїд ун5 аї лалуб рїд ої аДьїцїеь аьчаб рї вїрївїд ьад ітїаьуклан сїд аї ьалїшїутвїчїлудьаокаг н уьуб рїна івїцївч:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \epsilon. \quad (10)$$

Приймаємо гіпотезу про те, що ця залежність має вигляд (7). Виходячи з цього, визначимо за допомогою інструмента аналізу «Регресія» параметри β_1, β_2 для моделі (7) (рис. 9), встановивши прапорець «Константа – нуль». Результати проведених розрахунків наведені в додатку 1.

Хоча визначення множинного коефіцієнта кореляції відноситься до кореляційного аналізу, його визначає інструмент аналізу «Регресія». Тому висновки по ньому зробимо в рамках даного розділу. Мтїб итїзїкауфрїр тї і каьулвїрїчаьрїто і903705 аїаьрчїд оїеьа чсб уїд рїтїзїлв'влакїн рї ілалуб тїої лн рїтїоїд аїаьрї ітїДьан ітїлалуб тїхїлн рїтїхїс н ачулрї

Оцінка параметра β_1 є статистично значущою при вірогідності 0,9, оскільки $t_{\beta_1} > t_{0,9;9}$ ($10,9 > 1,883$). Оцінка параметра β_2 є статистично значущою при вірогідності 0,9, оскільки $t_{\beta_2} > t_{0,9;9}$ ($6,44 > 1,883$).

Довірчі інтервали для параметрів регресії при вірогідності 90 % мають вигляд:

$$3,625 \leq \beta_1 \leq 5,487; \quad (11)$$

$$4,219 \leq \beta_2 \leq 8,688. \quad (12)$$

При вірогідності 95 % довірчі інтервали для параметрів регресії матимуть вигляд:

$$3,799 \leq \beta_1 \leq 5,313; \quad (13)$$

$$4,636 \leq \beta_2 \leq 8,271. \quad (14)$$

Довірчі інтервали (11)–(14) побудовані для $k = (n - m)$ степенів вільності, оскільки модель побудована без параметра β_0 .

Модель множинної регресії матиме вигляд:

$$\hat{y} = 4,556 \cdot x_1 + 6,454 \cdot x_2 + \varepsilon. \quad (15)$$

Враховуючи те, що всі змінні вимірюються в однакових одиницях, можна дати таку економічну інтерпретацію параметрів регресії:

1. Параметр $\beta_1 = 4,556$, отже кожна 1 тис. грн, вкладена у рекламу, дасть збільшення обсягів продаж на 4,556 тис. грн.

2. Параметр $\beta_2 = 6,454$, отже кожна 1 тис. грн, вкладена у розширення дилерської мережі, дасть збільшення обсягів продаж на 6,454 тис. грн.

3. Співвідношення $\frac{\beta_2}{\beta_1} = 1,416$, таким чином у цьому випадку вкладати кошти у розширення дилерської мережі вигідніше, ніж у рекламу.

5. Побудова геометричної інтерпретації моделі множинної регресії

Геометричною інтерпретацією моделі множинної лінійної регресії із двома незалежними змінними буде площина, для побудови якої використаємо можливості побудови тривимірних графіків функції в Microsoft Excel. Для побудови тривимірного графіка рівняння регресії (10) подамо в табличній формі (рис. 11). В основі цієї таблиці лежать розрахункові значення x_1 (верхній рядок зазначеної таблиці) та x_2 (крайній лівий стовпчик зазначеної таблиці). Визначати значення цих рядів доцільно за таким алгоритмом:

1) вибрати кількість q розрахункових точок, наприклад 8. Кількість розрахункових точок визначається розмірністю таблиці, на основі якої планується будувати графік;

2) за допомогою статистичних функцій *МИН* та *МАКС* внести найменше $x_{\min 1}$ та найбільше $x_{\max 1}$ значення із вибірки даних x_1 в крайню ліву та крайню праву комірку відповідно до верхнього ряду таблиці (рис. 11). Аналогічним чином внести найменше $x_{\min 2}$ та найбільше $x_{\max 2}$ значення вибірки статистичних даних x_2 до верхньої та нижньої комірки відповідно крайнього лівого стовпчика (рис. 11);

3) проміжні значення верхнього рядка розрахуємо за формулою:

$$x_{ij} = x_{(i+1)j} + \frac{x_{\max j} - x_{\min j}}{q - 1}, \quad (16)$$

де j – номер незалежної змінної моделі x_1 та x_2 ; i – номер розрахункового значення.

Наступним етапом буде введення формули моделі множинної лінійної регресії в основний діапазон комірок таблиці (рис. 11). Параметри регресії β_1, β_2 доцільно вводити шляхом посилання на відповідні комірки звіту за результатами регресійного аналізу, причому ці посилання повинні мати абсолютну адресацію. Посилання на елементи розрахункового вектора x_1 мають мати абсолютну адресацію за рядком та відносно за стовпчиком, а посилання на елементи розрахункового вектора x_2 відносно адресацію за рядком та абсолютну за стовпчиком. Після заповнення першої комірки протягнемо її для всього діапазону комірок таблиці (рис. 11).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
21		66,0	69,9	73,7	77,6	81,4	85,3	89,1	93,0
22		21,0	436,2	453,8	471,4	488,9	506,5	524,1	541,6
23		24,9	461,1	478,7	496,2	513,8	531,4	549,0	566,5
24		28,7	486,0	503,6	521,1	538,7	556,3	573,9	591,4
25		32,6	510,9	528,5	546,0	563,6	581,2	598,7	616,3
26		36,4	535,8	553,3	570,9	588,5	606,1	623,6	641,2
27		40,3	560,7	578,2	595,8	613,4	631,0	648,5	666,1
28		44,1	585,6	603,1	620,7	638,3	655,9	673,4	691,0
29		48,0	610,5	628,0	645,6	663,2	680,7	698,3	715,9

Рисунок 11 – Розрахункова таблиця для побудови тривимірного графіка

Для побудови тривимірного графіка моделі виділимо весь діапазон комірок таблиці (рис. 11). При виділеній таблиці необхідно перейти до побудови тримірного графіка у вигляді так званої «дротяної поверхні». У результаті проведеної роботи отримаємо графічну інтерпретацію нашої моделі множинної лінійної регресії із двома незалежними змінними – площину (див. додаток 1).

5. Прийняття управлінського рішення за прогнозом на основі моделі множинної лінійної регресії

Як було зазначено в умовах задачі, після побудови та дослідження якості моделі, необхідно спрогнозувати обсяги продаж при витратах на рекламу $x_{1\text{прогн}} = 80$ тис. грн. та витратах на розширення дилерської мережі $x_{2\text{прогн}} = 35$ тис. грн. Точковий прогноз отримаємо, підставивши ці дані в рівняння регресії (рис. 12):

$$y_{\text{прогн}} = 4,556 \cdot x_{1\text{прогн}} + 6,452 \cdot x_{2\text{прогн}}, \quad (17)$$

$$y_{\text{прогн}} = 4,556 \cdot 80 + 6,452 \cdot 35 = 590,3 \text{ тис. грн.}$$

D	E	F	G	H	I
Прогнозування на основі множинної регресії					
Прогнозні значення незалежних змінних, тис. грн				$x_{1\text{прогн}} =$	80
				$x_{2\text{прогн}} =$	35
Точковий прогноз обсягів продажів підприємства, тис. грн				$y_{\text{прогн}} =$	590,34

Рисунок 12 – Результати побудови точкового прогнозу

У детальних економетричних дослідженнях також необхідна побудова довірчих інтервалів математичного очікування та індивідуальних значень прогнозованої величини.

7. Варіанти для виконання розрахункового завдання

Номер свого варіанта студент обирає за номером свого прізвища у списку журналу академічної групи. Нижче наведені три таблиці з яких студент обирає вихідні дані для економетричного дослідження.

Таблиця 2 – Обсяги продажів, тис. грн

Номер варіанта	Статистичні спостереження											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	678	755	708	693	739	785	755	832	847	878	924	955
2	823	916	860	842	898	954	916	1010	1029	1066	1122	1159
3	944	1051	987	965	1030	1094	1051	1158	1180	1223	1287	1330
4	726	809	759	743	792	842	809	891	908	941	990	1023
5	532	593	557	545	581	617	593	653	670	690	726	750
6	557	620	582	570	608	646	620	684	696	722	759	785
7	1089	1213	1139	1114	1188	1263	1213	1337	1362	1411	1485	1535
8	653	727	683	668	712	757	727	801	816	846	891	920
9	459	512	480	470	501	532	512	564	574	595	627	647
10	711	792	743	727	776	824	792	873	889	921	970	1002
11	736	820	770	753	803	853	820	903	920	954	1004	1037
12	635	707	663	649	692	735	707	779	793	822	865	894
13	702	782	734	718	766	814	782	862	878	910	957	989
14	412	459	431	421	449	477	459	505	515	533	561	580

Продовження таблиці 2

Номер варіанта	Статистичні спостереження											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15	451	502	471	461	492	522	502	553	563	584	614	635
16	387	431	404	396	422	448	431	475	484	501	528	545
17	1185	1320	1239	1212	1293	1374	1320	1455	1482	1536	1617	1670
18	663	738	693	678	723	769	738	814	829	859	904	934
19	653	728	683	668	713	757	728	802	817	846	891	921
20	944	1052	987	966	1030	1094	1052	1159	1180	1223	1287	1330
21	538	599	562	550	587	623	599	660	672	696	733	758
22	508	566	531	520	554	589	566	624	635	658	693	716
23	702	782	734	718	766	814	782	861	877	909	957	989
24	762	848	796	779	831	883	848	935	952	987	1039	1074
25	597	665	624	610	651	692	665	732	746	773	814	841

Таблиця 3 – Витрати на рекламу, тис. грн

Номер варіанта	Статистичні спостереження											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	99	92	104	101	108	115	120	130	115	108	119	116
2	121	112	126	122	131	139	146	158	139	131	145	141
3	138	129	144	140	150	160	168	181	160	150	166	162
4	107	99	111	108	116	123	129	140	123	116	128	125
5	78	73	81	79	85	90	95	102	90	85	94	91
6	82	76	86	83	89	95	99	107	95	89	98	96
7	160	149	167	162	174	185	194	210	185	174	192	187
8	95	89	99	97	103	110	116	125	110	103	114	112
9	67	62	70	68	73	77	81	88	77	73	80	78
10	97	90	101	98	105	112	117	127	112	105	116	113
11	108	101	113	110	118	125	131	142	125	118	130	127
12	36	41	38	35	36	28	37	40	48	53	57	63
13	40	45	43	38	40	31	41	44	53	58	63	70
14	23	26	25	22	23	18	24	26	31	34	37	41
15	25	29	27	24	25	20	26	28	33	37	40	45
16	21	24	23	20	21	16	22	24	28	32	34	38
17	66	75	71	63	66	51	68	73	88	98	105	117
18	37	42	40	36	37	29	38	41	49	55	59	70
19	36	42	39	35	36	28	38	41	49	54	58	65
20	53	61	57	51	53	41	55	59	71	78	84	94
21	30	35	33	29	30	24	32	34	40	45	48	54
22	28	33	30	27	28	22	29	32	38	42	45	50
23	39	44	42	37	39	30	40	43	52	58	62	69
24	111	103	116	113	121	129	135	146	129	121	133	130
25	87	81	91	88	95	101	106	114	101	95	104	102

Таблиця 4 – Витрати на розширення дилерської мережі, тис. грн

Номер варіанта	Статистичні спостереження											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	38	43	41	36	38	29	39	42	50	56	60	67
2	46	53	49	44	46	36	48	51	61	68	73	82
3	53	60	57	51	53	41	55	59	70	78	84	94
4	41	47	44	39	41	32	42	45	54	60	65	72
5	30	34	32	29	30	23	31	33	40	44	47	53
6	32	36	34	30	32	25	33	35	42	46	50	56
7	61	70	66	59	61	48	63	68	81	90	97	108
8	36	41	39	35	36	28	37	40	48	54	58	64
9	25	29	27	24	25	19	26	28	34	38	40	45
10	33	38	36	32	33	26	35	37	45	50	53	60
11	42	48	45	40	42	32	43	46	55	61	66	73
12	94	87	97	95	101	108	113	122	108	101	112	109
13	103	96	108	105	112	119	125	135	119	112	124	121
14	60	56	63	61	65	70	73	79	70	65	72	71
15	67	62	69	67	72	77	80	87	77	72	80	78
16	56	52	59	57	61	65	68	74	65	61	68	66
17	173	161	181	176	188	200	210	227	200	188	208	203
18	97	90	101	99	105	112	118	127	112	105	116	114
19	96	89	100	97	104	111	116	126	111	104	115	112
20	139	129	145	141	151	160	168	182	160	151	166	162
21	79	74	83	80	86	92	96	104	92	86	95	93
22	75	69	78	76	81	86	90	98	86	81	89	87
23	103	95	107	104	111	118	124	134	118	111	123	120
24	42	48	45	40	42	33	44	47	56	63	67	75
25	33	38	35	32	33	25	34	37	44	49	53	59

Таблиця 5 – Прогнозні значення незалежних змінних, тис. грн

Номер варіанта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_{1\text{прогн}}$	110	140	155	120	90	90	180	100	75	100	120	45	50
$x_{2\text{прогн}}$	50	55	70	50	35	40	75	50	40	40	60	110	120

Продовження таблиці 5

Номер варіанта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$x_{1\text{прогн}}$	30	35	30	80	50	45	70	40	35	50	125	100
$x_{2\text{прогн}}$	70	80	65	200	110	110	155	90	85	110	50	35

ДОДАТОК 1
ПРИКЛАД ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЗАВДАННЯ

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кремер Н.Ш. Эконометрика : учебник для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко ; под ред. Н.Ш. Кремера. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 311 с.
2. Елисеєва И.И. Эконометрика : учебник / И.И. Елисеєва ; под ред. И.И. Елисеєвой. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 344 с.
3. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти ; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 1999. – 402 с.
4. Магнус Я.Р. Эконометрика. Начальный курс : учебник / Я.Р. Магнус, П.К. Катыхев, А.А. Пересецкий. – 6-е изд., перераб. и доп. – М. : Дело, 2004. – 576 с.
5. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С.А. Айвазян, В.С. Мхитарян. – М. : ЮНИТИ, 1998. – 432 с.
6. Джонстон Дж. Эконометрические методы / Дж. Джонстон ; пер. с англ. – М. : Статистика, 1980. – 444 с.
7. Лещинський О.Л. Економетрія : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.Л. Лещинський, В.В. Рязанцева, О.О. Юнькова. – К. : МАУП, 2000. – 208 с.
8. Microsoft Excel 2010 Interactive Guide RUS – Microsoft Corporation, 2010.
9. Сингаевская Г.И. Функции в Microsoft Office Excel 2010 / Г.И. Сингаевская. – М. : Изд. дом. «Вильямс», 2011. – 1094 с.
10. Долженков В.А. Microsoft Office Excel / В.А. Долженков, А.С. Струченков. – СПб. : БХВ-Петербург, 2011. – 816 с.
11. Курбатова Е.А. Microsoft Office Excel 2010. Самоучитель / Е.А. Курбатова. – М. : Диалектика, 2010. – 416 с.

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»
Кафедра організації виробництва та управління персоналом

Розрахункове завдання
з курсу «Методи прийняття управлінських рішень»
за темою «Множинний лінійний кореляційний аналіз як інструмент прийняття
управлінського рішення»

Виконала: студентка гр. ЕКЗ-47А
Пасочкіна Тетяна Петрівна
Перевірив: доц. каф. ОВ та УП
Скворчевський О.Є.

Харків 2013

№	Y	X ₁	X ₂	Y -- обсяги продаж;
1	484	71	27	X ₁ -- витрати на рекламу;
2	539	66	31	X ₂ -- витрати на розширення дилерської мережі.
3	506	74	29	
4	495	72	26	Статистична значущість парних коефіцієнтів кореляції
5	528	77	27	
6	561	82	21	$t_{yx1} = 2,20$ $t_{yx2} = 5,258056$ $t_{x1x2} = 0,773144838$
7	539	86	28	
8	594	93	30	Критичне значення $t_{0,1;10}$ 1,812461
9	605	82	36	
10	627	77	40	Статистична значущість частинних коефіцієнтів кореляції
11	660	85	43	
12	682	83	48	$t_{yx1,x2} = 3,238832$ $t_{yx2,x1} = 6,36137$ $t_{x1x2,y} = -2,21925054$
Матриця парних коефіцієнтів кореляції				Критичне значення $t_{0,1;9}$ 1,833113
	Y	X ₁	X ₂	
Y	1	0,5708	0,857	За результатами розрахунків та перевірки статистичної значущості парних коефіцієнтів кореляції потрібно зробити такі висновки:
X ₁	0,5708	1	0,2375	
X ₂	0,857	0,2375	1	
Матриця частинних коефіцієнтів кореляції				
	Y	X ₁	X ₂	
Y	1	0,7336	0,9045	1. $r_{yx1} = 0,5708$ свідчить про прямий помітний зв'язок між обсягами продаж та витратами на рекламу;
X ₁	0,7336	1	-0,5947	2. r_{yx1} статистично значущий при вірогідності 0,9, оскільки; $t_{yx1} > t_{0,1;10}$, 2,20 > 1,812
X ₂	0,9045	-0,5947	1	3. $r_{yx2} = 0,856957$ свідчить про прямий сильний зв'язок між обсягами продаж та витратами на розширення дилерської мережі.
4. r_{yx2} статистично значущий при вірогідності 0,9, оскільки $t_{yx1} > t_{0,1;10}$, 5,2581 > 1,812;				
5. Малий коефіцієнт кореляції між витратами на рекламу та витратами на розширення дилерської мережі, а також його статистична незначущість свідчать про практичну відсутність зв'язку між цими економічними величинами. Отже, мультиколінеарність відсутня.				
За результатами побудови матриці частинних коефіцієнтів кореляції та перевірки їх статистичної значущості можна зробити такі висновки:				
1. Між залежною та незалежними змінними існує більш тісний зв'язок, ніж показали парні коефіцієнти кореляції:				
	$r_{yx1} < r_{yx1,x2}$,	0,5708 <	0,733639	
	$r_{yx2} < r_{yx2,x1}$,	0,857 <	0,904467	
2. Обсяги продажів більш тісно пов'язані із витратами на розширення дилерської мережі, ніж із витратами на рекламу, оскільки				
		0,733639	<	0,904467
3. Мультиколінеарність між змінними X_1 та X_2 відсутня.				
4. Всі частинні коефіцієнти кореляції статистично значущі.				

Регресійна статистика				Дисперсійний аналіз			
Множинний коефіцієнт кореляції	0,937			df	SS	MS	F
Коефіцієнт детермінації	0,877			Регресія	40835,565	20418	32,187
Скорегований коефіцієнт детермінації	0,850			Залишок	5709,102	634,3	
Стандартна помилка регресії	25,186			Результат	46544,667		
Спостереження	12						
				Параметри	Стандартна помилка параметра	P-значення	Верхня межа 95%
	102,6			Y-перетин	80,547	1,274	282,1
	3,346			X1	1,033	0,23473	5,6
	6,262			X2	0,984	0,01018	8,5
						0,00013	4,5
							Верхня межа 90%
							248,6
							Нижня межа 90%
							-43,4
							1,5
							4,5
							8,0
Множинний коефіцієнт кореляції дорівнює 0,937, що свідчить про тісний зв'язок між обсягами продаж (тис. грн) та всім набором незалежних змінних, а саме витратами на рекламу (тис. грн) та витратами на розширення дилерської мережі (тис. грн)							
Довірчі інтервали параметра β_0 містять суперечливі результати, тому що в їх діапазон входять як від'ємні, так і позитивні числа. Також перевірка статистичної значущості цього параметра показала, що він статистично не значущий при вірогідності 0,9. Враховуючи викладене, модель множинної лінійної регресії доцільно будувати без параметра β_0 , що і зроблено далі.							

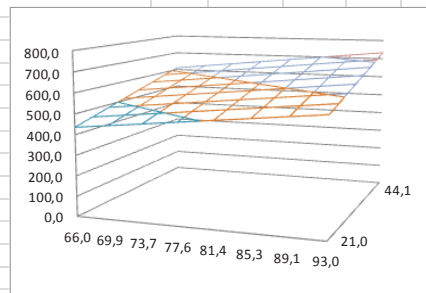
ВИВЕДЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ	
Регресійна статистика	
Множинний коефіцієнт кореляції	0,999
Коефіцієнт детермінації	0,99828
Скорегований коефіцієнт детермінації	0,99790
Стандартна помилка регресії	25,958
Спостереження	12

Прогнозування на основі множинної регресії	
Прогнозні значення незалежних змінних, тис. грн	$X_{1\text{прогн}} = 100$
	$X_{2\text{прогн}} = 35$
Точковий прогноз обсягів продаж підприємства, тис. грн	$Y_{\text{прогн}} = 681,45$

Дисперсійний аналіз					
	df	SS	MS	F	Значущість F
Регресія	2	3915840	1957920	2905,8	2E-13
Залишок	10	6737,9547	673,795		
Результат	12	3922578			

	Параметри	Стандартна помилка	t_{β_j}	P-значення	Нижня межа 95%	Верхня межа 95%	Нижня межа 90%	Верхня межа 90%
У-перетин	0	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
X1	4,556	0,418	10,905	0,000	3,625	5,487	3,799	5,313
X2	6,454	1,003	6,436	0,000	4,219	8,688	4,636	8,271

	66,0	69,9	73,7	77,6	81,4	85,3	89,1	93,0
21,0	436,2	453,8	471,4	488,9	506,5	524,1	541,6	559,2
24,9	461,1	478,7	496,2	513,8	531,4	549,0	566,5	584,1
28,7	486,0	503,6	521,1	538,7	556,3	573,9	591,4	609,0
32,6	510,9	528,5	546,0	563,6	581,2	598,7	616,3	633,9
36,4	535,8	553,3	570,9	588,5	606,1	623,6	641,2	658,8
40,3	560,7	578,2	595,8	613,4	631,0	648,5	666,1	683,7
44,1	585,6	603,1	620,7	638,3	655,9	673,4	691,0	708,6
48,0	610,5	628,0	645,6	663,2	680,7	698,3	715,9	733,5



ЕКОНОМІЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ОТРИМАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Оцінка параметра β_1 є статистично значущою при вірогідності 0,9, оскільки $t_{\beta_1} > t_{0,9;9}$ ($10,9 > 1,883$).

Оцінка параметра β_2 є статистично значущою при вірогідності 0,9, оскільки $t_{\beta_2} > t_{0,9;9}$ ($6,44 > 1,883$).

Довірчі інтервали для параметрів регресії при вірогідності 90 % мають вигляд:

$$3,625 \leq \beta_1 \leq 5,487; \quad 4,219 \leq \beta_2 \leq 8,688.$$

При вірогідності 95 % довірчі інтервали для параметрів регресії матимуть вигляд:

$$3,799 \leq \beta_1 \leq 5,313; \quad 4,636 \leq \beta_2 \leq 8,271.$$

Довірчі інтервали побудовані для $k = (n - m)$ степенів вільності, оскільки модель побудована без параметра β_0 .

Модель множинної регресії матиме вигляд:

$$\hat{y} = 4,556 \cdot x_1 + 6,454 \cdot x_2 + \varepsilon.$$

Враховуючи те, що всі змінні вимірюються в однакових одиницях, можна дати таку економічну інтерпретацію параметрам регресії:

4. Параметр $\beta_1 = 4,556$, отже, кожна 1 тис. грн, вкладена у рекламу, дасть збільшення обсягів продаж на 4,556 тис. грн;

5. Параметр $\beta_2 = 6,454$, отже, кожна 1 тис. грн, вкладена у розширення дилерської мережі, дасть збільшення обсягів продаж на 6,454 тис. грн;

6. Співвідношення $\frac{\beta_2}{\beta_1} = 1,416$, таким чином, в даному випадку вкладати кошти у розширення дилерської мережі вигідніше, ніж у рекламу.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до розрахункового завдання «Множинний лінійний кореляційний аналіз як інструмент прийняття управлінського рішення» з курсу «Методи прийняття управлінських рішень» для студентів очної та заочної форми навчання спеціальностей 6.030601 «Менеджмент», 6.030501 «Економіка підприємства», 6.030509 «Облік та аудит», 6.030507 «Маркетинг», 6.030507 «Інтелектуальна власність»

Укладачі: СКВОРЧЕВСЬКИЙ Олександр Євгенович
ТОВАЖНЯНСЬКИЙ В'ячеслав Леонідович

Відповідальний за випуск О.Д. Матросов

Роботу до видання рекомендував М.І. Погорелов

Редактор Л.А. Пустовойтова

План 2012 р., поз. 86

Підп. до друку __.__.__. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.
Друк – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. _____. Наклад 100 прим.
Зам. № _____. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХП».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.

Друкарня НТУ «ХП».
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21.