

С.М.ВЕРЕЩАКА, канд.техн.наук; *Д.А.ЖИГИЛИЙ*,
Сумской государственной университет

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦИЛИНДРОВ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ С МЕЖФАЗНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

На основі дискретно-структурної теорії тонких оболонок запропонований варіант розрахункової моделі багат шарових тонкостінних елементів з декількох жорстких анізотропних шарів. Вважається, що напруження поперечного зсуву та обтіснення на границі контакту дорівнюють один одному. Припускається пружне проковзування на поверхні контакту суміжних шарів. Розв'язок задачі отримано в геометрично нелінійній постановці з урахуванням деформацій поперечного зсуву та обтіснення. Досліджено напружено-деформований стан двошарових трансверсально ізотропних циліндричних оболонок з міжфазними дефектами структури матеріалу. Результати теоретичних досліджень порівнюються з експериментальними даними.

On the basis of the discrete - structural theory of the thin shells the variant of the settlement model of multy-layer thin-walled elements from several rigid anisotropic layers is offered. It is considered, that the voltage of cross shift and pressure on the border of contact are equal among themselves. Elastic slipping is admitted on a surface of contact of adjacent layers. The decision of the task is got in vectorially nonlinear production with account of deformations' influence of cross shift and pressure. The status of two-layer transversally isotropic cylindrical shells with interphasal defects of material's structure is investigated. The results of the theoretical researches are compared to experimental data.

Контактные задачи механики многослойных пластинок и оболочек изучались в работах [1-5], где на основе дискретного подхода построены функционалы и получены системы уравнений для решения таких задач при условии неидеального контакта слоев. Метод решения нелинейных задач о контакте между двумя оболочками разной формы и эквидистантными слоями предложен в [6]. Подробный анализ последних результатов и направлений развития дискретно-структурной теории слоистых пластин и оболочек можно найти в обзоре [7].

Известно, что разрушение стеклопластиковых оболочек из-за слабого сопротивления поперечному отрыву и межслойному сдвигу происходит, как правило, задолго до достижения напряжениями предельных значений. При действии нагрузки, ввиду особенностей технологического характера и физико-механических свойств армированных пластиков, на границах контакта сопряженных слоев происходит образование тонких неоднородных межфазных прослоек, различного рода несовершенств, например, участков отслоения или непрочлея. В этом случае предположение о непрерывности перемещений и напряжений при переходе через границу контакта может оказаться существенно нарушенным.

В данной работе для моделирования участков ослабленного контакта на межфазных границах рассматривается две модели решения контактной задачи сопряжения жестких анизотропных слоев.

Согласно первой модели контакт жестких слоев осуществляется при по-

мощи клеевой прослойки ненулевой толщины. Допускается, что на некотором локальном участке оболочки клеевая прослойка отсутствует, поэтому в этой области учитывается односторонний контакт между жесткими слоями.

Для второй модели характерно выполнение статических условий контакта по поверхности сопряжения отдельных слоев. Считается, что напряжения поперечного сдвига и обжатия на границе контакта равны между собой. При этом допускается упругое проскальзывание по поверхности контакта смежных слоев.

Постановка задачи. В соответствии с дискретно-структурной теорией математическая модель рассматриваемой здесь многослойной оболочки состоит из n тонких анизотропных слоев. Каждый слой недеформированной оболочки отнесен к ортогональной криволинейной системе координат α^i ($i = 1, 2$), $z^{(k)}$. Координата $z^{(k)}$ направлена по общей нормали $\vec{m}^{(k)}$ к срединной поверхности $S^{(k)}$ и эквидистантной поверхности $S_z^{(k)}$; k – номер слоя. Индекс « z » при введении других символов означает, что соответствующие величины относятся к точке $(\alpha^1, \alpha^2, z^{(k)})$ эквидистантной поверхности $S_z^{(k)}$.

Вектор полного перемещения $\vec{u}_z^{(k)}$ точки жесткого слоя согласно уточненной теории оболочек С.П.Тимошенко можно представить в виде

$$\vec{u}_z^{(k)} = \vec{u}^{(k)} + z^{(k)}\vec{\gamma}^{(k)} + \varphi^{(k)}(z)\vec{\psi}^{(k)}, \quad (1)$$

где $\vec{u}^{(k)}$ – вектор перемещения точек срединной поверхности $S^{(k)}$; $\vec{\gamma}^{(k)}$ – вектор-функция углов поворота и обжатия волокон, перпендикулярных к недеформированной срединной поверхности $S^{(k)}$; $\varphi^{(k)}(z)$ – нелинейная непрерывная функция распределения тангенциальных перемещений по толщине слоя, анализ и аппроксимация которой приведены в [8]; $\vec{\psi}^{(k)}(\alpha_1^{(k)}, \alpha_2^{(k)})$ – вектор функций сдвига. Ковариантные компоненты векторов $\vec{u}^{(k)}$, $\vec{\gamma}^{(k)}$, $\vec{\psi}^{(k)}$ записываются при помощи следующих выражений

$$\vec{u}^{(k)} = \vec{r}^{(k)i} u_i^{(k)} + \vec{m}^{(k)} w^{(k)}; \quad \vec{\gamma}^{(k)} = \vec{r}^{(k)i} \gamma_i^{(k)} + \vec{m}^{(k)} \gamma^{(k)}; \quad \vec{\psi}^{(k)} = \vec{r}^{(k)i} \psi_i^{(k)}. \quad (2)$$

Компоненты тензора конечных деформаций в точке $(\alpha^1, \alpha^2, z^{(k)})$ определяются как полу разности компонентов метрических тензоров до, и после деформации

$$2\mathcal{E}_{ij}^{(k)z} = g_{ij}^{(k)*} - g_{ij}^{(k)}, \quad 2\mathcal{E}_{i3}^{(k)z} = g_{i3}^{(k)*} - g_{i3}^{(k)}, \quad 2\mathcal{E}_{33}^{(k)z} = g_{33}^{(k)*} - 1, \quad (3)$$

Считая, что в направлении нормали к срединным поверхностям отдельно взятых слоев оболочки осевые линии общей и локальных систем координат совмещаются и также совмещаются локальные координатные поверхности со срединными поверхностями слоев, вариационное уравнение принципа Рейснера для многослойной оболочки запишется

$$\delta R = \sum_{k=1}^n \delta R^{(k)} = \sum_{k=1}^n \delta A_R^{(k)} - \sum_{k=1}^n \iiint_{V^{(k)}} \delta \left(\sigma_{(k)}^{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)} - F^{(k)} \right) dV = 0 \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Нумерация слоев начинается со стороны отрицательных значений коор-

динаты z от единицы до n . При этом $F^{(k)}$ – удельная дополнительная работа деформации; $\sigma_{(k)}^{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)}$ – компоненты тензора напряжений и тензора деформаций.

Если по сопряженным лицевым поверхностям слоя выполняются условия идеального контакта:

$$u_{\beta}^{(k,k-1)} = u_{\beta}^{(k-1,k)}, \quad X_{(k,k-1)}^{\beta} = X_{(k-1,k)}^{\beta}, \quad (5)$$

или в векторной форме –

$$\begin{aligned} \vec{u}_{\bar{z}}^{(k)}(\alpha_i^{(k)}, -h^{(k)}/2) &= \vec{u}_{\bar{z}}^{(k-1)}(\alpha_i^{(k-1)}, h^{(k-1)}/2), \\ \vec{X}_{(k)}(\alpha_i^{(k)}, -h^{(k)}/2) &= \vec{X}_{(k-1)}(\alpha_i^{(k-1)}, h^{(k-1)}/2) \quad (i=1, 2), \end{aligned} \quad (6)$$

вариацию элементарной работы внешних сил δA_R можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta A_R &= \sum_{k=1}^n \delta A_R^{(k)} = \sum_{k=1}^n \iint_{S_{(k)}} (\vec{X}_{(k)} \delta \vec{u}^{(k)} + M_{(k)}^i \bar{r}_i^{(k)} \delta \bar{\gamma}^{(k)} + B_{(k)}^j \bar{r}_j^{(k)} \delta \bar{\psi}^{(k)} + M_{(k)}^3 \delta \varepsilon_{33}^{(k)z}) dS + \\ &+ \sum_{k=1}^n \int_{l_1^{(k)}} (\bar{\Phi}_{(k)}^S \delta \bar{r}^{(k)} + \bar{G}_{(k)}^S \delta \bar{\gamma}^{(k)} + \bar{L}_{(k)}^S \delta \bar{\psi}^{(k)}) dl + \sum_{k=1}^n \int_{l_2^{(k)}} (\bar{\Phi}_{(k)} \delta \bar{r}^{(k)} + \bar{G}_{(k)} \delta \bar{\gamma}^{(k)} + \bar{L}_{(k)} \delta \bar{\psi}^{(k)} + (\bar{u}_{\bar{z}}^{(k)} - \bar{u}_{\bar{z}}^{(k)}) \delta \bar{r}_{(k)} + \\ &+ (\bar{\gamma}^{(k)} - \bar{\gamma}_S^{(k)}) \delta \bar{G}_{(k)} + (\bar{\psi}^{(k)} - \bar{\psi}_S^{(k)}) \delta \bar{L}_{(k)}) dl \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $S^{(k)}$ – срединная поверхность слоя; $l_1^{(k)}$, $l_2^{(k)}$ – части контура $l^{(k)}$. Векторы внешних усилий $\vec{X}_{(k)}$, моментов $\vec{M}_{(k)}$ и дополнительных моментов $\vec{B}_{(k)}$, которые входят в уравнение (7), определяются равенствами:

$$\begin{aligned} \vec{X}_{(k)} &= \vec{X}_{(k)}^+ - \vec{X}_{(k)}^- + \int_{-h^{(k)}/2}^{h^{(k)}/2} \vec{P}^{(k)} dz, \quad \vec{M}_{(k)} = \frac{h^{(k)}}{2} (\vec{X}_{(k)}^+ - \vec{X}_{(k)}^-) + \int_{-h^{(k)}/2}^{h^{(k)}/2} \vec{P}^{(k)} \bar{z}^{(k)} dz, \\ \vec{B}_{(k)} &= \varphi^{(k)} \left(\frac{h^{(k)}}{2} \right) (\vec{X}_{(k)}^+ - \vec{X}_{(k)}^-) + \int_{-h^{(k)}/2}^{h^{(k)}/2} \vec{P}^{(k)} \varphi^{(k)}(z) dz, \end{aligned} \quad (8)$$

где векторы $\vec{X}_{(k)}^+$, $\vec{X}_{(k)}^-$ включают контравариантные компоненты тензора контактных напряжений $\sigma_{(k)}^{i3+}$, $\sigma_{(k)}^{i3-}$ ($i=1, 2, 3$):

$$\vec{X}_{(k)}^+ = \sigma_{(k)}^{i3+} \bar{\rho}_i^{(k)*} + \sigma_{(k)}^{33+} \bar{m}^{(k)*}, \quad \vec{X}_{(k)}^- = \sigma_{(k)}^{i3-} \bar{\rho}_i^{(k)*} + \sigma_{(k)}^{33-} \bar{m}^{(k)*} \quad (i=1, 2) \quad (9)$$

В выражениях (8), (9) индексы «+» и «-» указывают на верхнюю и нижнюю лицевые поверхности слоя. Аналогичную запись имеют векторы внешней нагрузки $\vec{q}_{(n)}^+$, $\vec{q}_{(1)}^-$:

$$\bar{q}_i^+ = q_{(n)}^{i3+} \bar{p}_i^{(n)*} + q_{(n)}^{33+} \bar{m}^{(n)*}, \quad \bar{q}_{(i)}^- = q_{(i)}^{i3-} \bar{p}_i^{(1)*} + q_{(i)}^{33-} \bar{m}^{(1)*} \quad (i=1, 2).$$

Вектор $\bar{P}^{(k)}$ учитывает влияние собственного веса.

Элементарная работа (7) также включает векторы усилия $\bar{\Phi}_{(k)}^S$, момента $\bar{G}_{(k)}^S$, дополнительного момента $\bar{L}_{(k)}^S$, которые возникают от действия заданных внешних контурных сил на $l_1^{(k)}$. Векторы усилия $\bar{\Phi}_{(k)}$, момента $\bar{G}_{(k)}$, дополнительного момента $\bar{L}_{(k)}$, имеют место в точках контура $l_2^{(k)}$ при наличии заданного вектора перемещений точек контура $\bar{u}_S^{(k)}$.

Второе слагаемое уравнения (4) следует представить в виде

$$\delta\Pi_R = \sum_{k=1}^n (\delta\Pi_{1R}^{(k)} + \delta\Pi_{2R}^{(k)}) = \sum_{k=1}^n \iiint_{V^{(k)}} \sigma_{\alpha\beta}^{(k)} \delta\eta_{\alpha\beta}^{(k)} dV - \sum_{k=1}^n \iiint_{V^{(k)}} \left\{ \partial F^{(k)} / \partial \sigma_{\alpha\beta}^{(k)} - \eta_{\alpha\beta}^{(k)} \right\} \delta\sigma_{\alpha\beta}^{(k)} dV, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \delta\Pi_{1R}^{(k)} &= \iiint_{V^{(k)}} \sigma_{\alpha\beta}^{(k)} \delta\eta_{\alpha\beta}^{(k)} dV = \iiint_{V^{(k)}} \left\{ \sigma_{(k)}^{ij} \delta\varepsilon_{ij}^{(k)\#} + 2\sigma_{(k)}^{i3} \delta\varepsilon_{i3}^{(k)\#} + \sigma_{(k)}^{33} \delta\varepsilon_{33}^{(k)\#} \right\} dV, \\ \delta\Pi_{2R}^{(k)} &= - \iiint_{V^{(k)}} \delta W_{(k)}^f dV = - \iiint_{V^{(k)}} \left\{ \left[\partial F^{(k)} / \partial \sigma_{(k)}^{ij} - \varepsilon_{ij}^{(k)\#} \right] \delta\sigma_{(k)}^{ij} + \left[\partial F^{(k)} / \partial \sigma_{(k)}^{i3} - 2\varepsilon_{i3}^{(k)\#} \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \delta\sigma_{(k)}^{i3} + \left[\partial F^{(k)} / \partial \sigma_{(k)}^{33} - \varepsilon_{33}^{(k)\#} \right] \delta\sigma_{(k)}^{33} \right\} dV \quad (i, j = 1, 2). \end{aligned}$$

Подставив геометрические соотношения (3) в (4), (7), (10) на основе вариационного принципа Рейсснера несложно получить для каждого отдельно взятого слоя оболочки систему уравнений равновесия, физические соотношения, статические и кинематические граничные условия. Применение обобщенного закона Гука, нелинейной теории среднего изгиба оболочки [9] значительно упрощает вывод уравнений равновесия и граничных условий. Переход к физическим компонентам, используемых в данной работе тензоров, вывод уравнений равновесия и граничных условий можно найти в работе [10].

Выполняя кинематические и статические условия контакта (5) по сопряженным поверхностям при помощи метода штрафных функций [11], нетрудно составить полную систему разрешающих уравнений для решения контактной задачи дискретно-континуальной теории многослойных оболочек вращения.

Если между слоями оболочки допустить отсутствие кинематических связей, то на поверхности сопряжения этих слоев $S_z^{(k, k+1)}$ могут возникать неизвестные векторы усилий $\bar{q}_{(k)}$, $\bar{q}_{(k+1)}$ контактного взаимодействия. Для учета влияния усилий контактного взаимодействия слоев в вариационное уравнение принципа Рейсснера (4) необходимо ввести слагаемое, учитывающее работу сил контактного [10].

Теоретические и экспериментальные результаты. На основе изложенного подхода исследовалось напряженное состояние цилиндров из стеклопластика диаметром 0,09 м и длиной 0,1 м при действии внутреннего давления. Цилиндры 1-го типа были выполнены из 4-х слоев стеклоткани TG 430 – С (100) (производитель – Латвия). В качестве связующего использовалась полиэстерная ортофталевая смола с пониженной эмиссией стирола Crislic 2 – 446 PA (производитель – Великобритания). Цилиндры 2-го типа отличаются от цилиндров 1-го типа начальным дефектом в виде участка непрочлея в форме кольца по центру, который находился между вторым и третьим слоем. Участки непрочлея были созданы в момент изготовления образцов при помощи тонкой полиэтиленовой пленки.

Физико-механические характеристики рассматриваемых оболочек из стеклопластика определялись в следующей последовательности. Вначале, согласно ГОСТ 25.601 – 80, определяется модуль упругости и коэффициент Пуассона при растяжении образцов из стеклопластика. Проведенные механические испытания позволяют утверждать, что материал рассматриваемых пластинок можно классифицировать как трансверсально изотропный ($E_z = E_\theta = 1,5 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_{z\theta} = \nu_{\theta z} = 0,12$). Остальные физико-механические характеристики стеклопластика определялись интегрально для всего пакета слоев пластинки на основе зависимостей работы [8], когда модули упругости 1 – го рода, коэффициенты Пуассона волокон и матрицы соответственно равны: $E_B = 7,0 \cdot 10^4$ МПа, $E_M = 3,5 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_B = 0,22$, $\nu_M = 0,35$.

Для проведения экспериментальных исследований была разработана и изготовлена испытательная установка. Измерение деформаций осуществлялась при помощи тензорезисторов марки КФ4П1-3-200 и КФ5П1-1-200–Б12 ТУ 3.06 Украины 7710–0001–93. Для измерения выходных сигналов тензорезисторов и представления отчетов в цифровом виде использовалась измерительная система СИИТ-3.

В качестве математической модели рассматривалась двухслойная пластина из двух жестких трансверсально изотропных слоев толщиной $h_{(1)} = h_{(2)} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ м. Между собой жесткие слои соединены тонкой клеевой прослойкой толщиной $h_{[0]} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ м и $h_{[0]} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ м (первая модель [12]).

Согласно второй модели влияние толщины клеевой прослойки на напряженное состояние пластины не рассматривалось, но при этом допускалось упругое проскальзывание по поверхности контакта смежных слоев. При этом решение задачи получено на основе метода ортогональной прогонки С.К. Годунова в геометрически нелинейной постановке.

Для качественной оценки предлагаемых вариантов модели расчет цилиндра по первой модели был проведен в пространственной осесимметричной постановке на основе метода конечных элементов (комплекс МКЭ ANSYS 8.0). Модель представлена прямоугольными 8-ми узловыми элементами. Дефект моделировался локальным кольцевым участком непрочлея с учетом контакта жестких слоев.

Свойства материала жесткого слоя из стеклопластика определялись следующими параметрами: $E_\theta = 1,5 \cdot 10^4$ МПа; $E_z = 1,5 \cdot 10^4$ МПа; $E_r = 4,1 \cdot 10^3$ МПа; $\nu_{\theta r} = 0,242$; $\nu_{zr} = 0,242$; $\nu_{\theta z} = 0,12$; $G_{zr} = 1,715 \cdot 10^3$ МПа; $G_{\theta r} = 1,715 \cdot 10^3$ МПа; $G_{\theta z} = 6,039 \cdot 10^3$ МПа. Клей считался изотропным материалом: $E = 3,5 \cdot 10^3$ МПа; $\nu = 0,35$.

Результаты исследований цилиндров 1-го и 2-го типа без дефекта структуры материала и с локальным участком непрочлея в форме кольца длиной $l_d = 5,0 \cdot 10^{-2}$ м по центру пластины представлены на рис. 1-6. Цилиндры, торцы которых жестко закреплены, испытывают действие равномерного внутреннего давления интенсивностью $q = 1,0$ МПа.

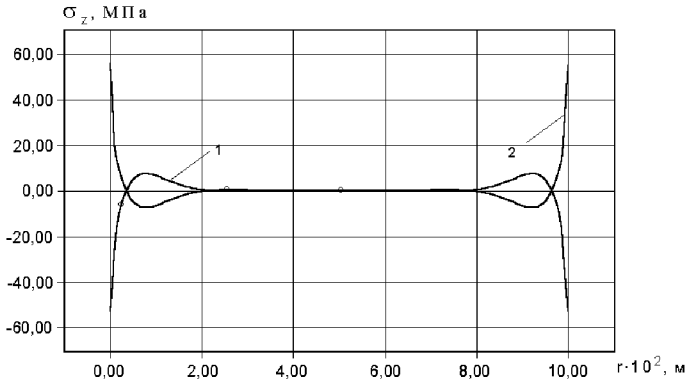


Рисунок 1 – Зависимость нормальных напряжений σ_z по лицевым поверхностям цилиндра 1-го типа (вторая модель) от координаты z (1, 2 – наружная и внутренняя поверхность соответственно; $^\circ$ – результаты эксперимента)

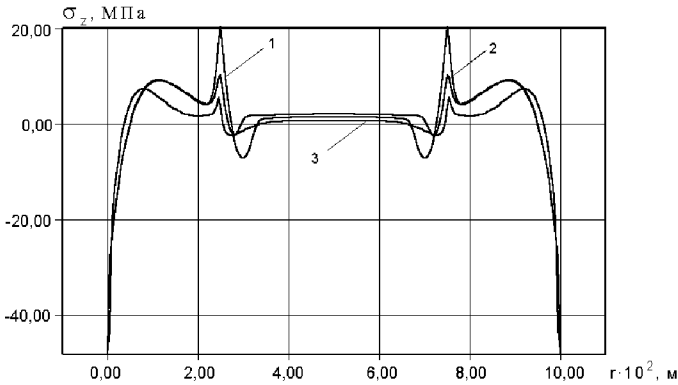


Рисунок 2 – Зависимость нормальных напряжений σ_z по наружной поверхности цилиндра 2-го типа от координаты z (1, 2 – двухслойная пластина с клеевой прослойкой толщиной $h_{[0]} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ м и $h_{[0]} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ м (первая модель) соответственно; 3 – двухслойная пластина (вторая модель))

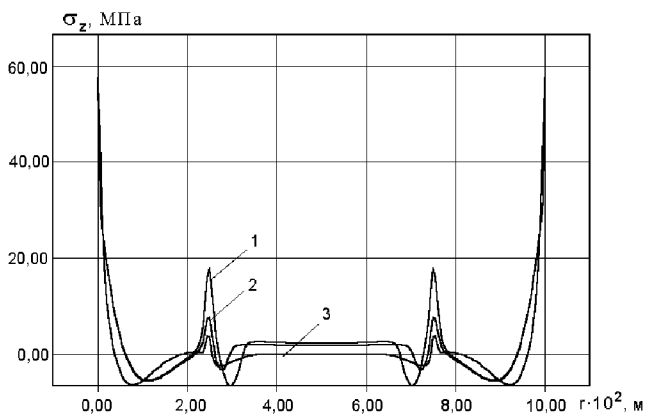


Рисунок 3 – Зависимость нормальных напряжений σ_z по внутренней поверхности цилиндра 2-го типа от координаты z (1, 2 – двухслойный цилиндр с клеевой прослойкой между слоями толщиной $h_{[0]} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ и $h_{[0]} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ (первая модель) соответственно; 3 – двухслойная цилиндр (вторая модель))

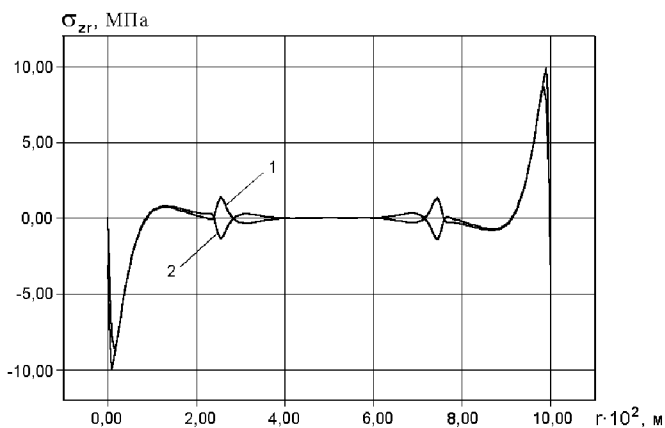


Рисунок 4 – Зависимость напряжений поперечного сдвига σ_{zr} по сопряженным поверхностям цилиндра 2-го типа от координаты z (1, 2 – поверхности внутреннего и наружного слоя соответственно)

Анализ результатов, представленных на рис. 1-6, показывает, что наиболее адекватно реальную работу трансверсально изотропных цилиндров отражает вторая модель. Следует отметить, что относительная погрешность теоретических значений и экспериментальных данных по нормальным напряжениям σ_z в направлении продольной оси цилиндра (вторая модель) рис. 1 не превысила 5 %. В зоне жесткого закрепления торцов оболочки и на границе участка непрочлея (рис. 2-3) имеет место локальный краевой эффект, который заметно изменяет картину напряженного состояния.

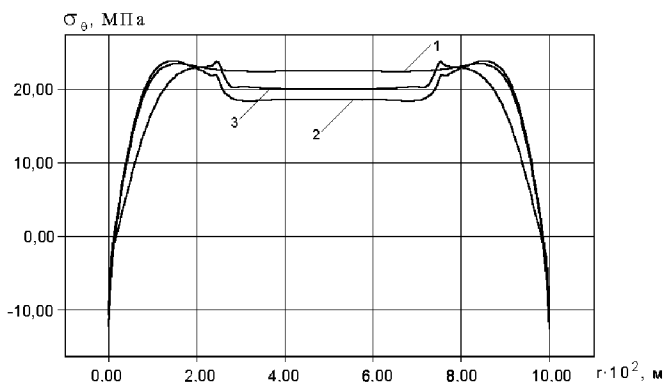


Рисунок 5 – Зависимость окружных напряжений σ_θ по наружной поверхности цилиндра 2-го типа от координаты z (1 – двухслойная цилиндр без участков непрочлея (вторая модель); 2, 3 – двухслойная пластина с клеевой прослойкой толщиной $h_{[0]} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ и $h_{[0]} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ (первая модель))

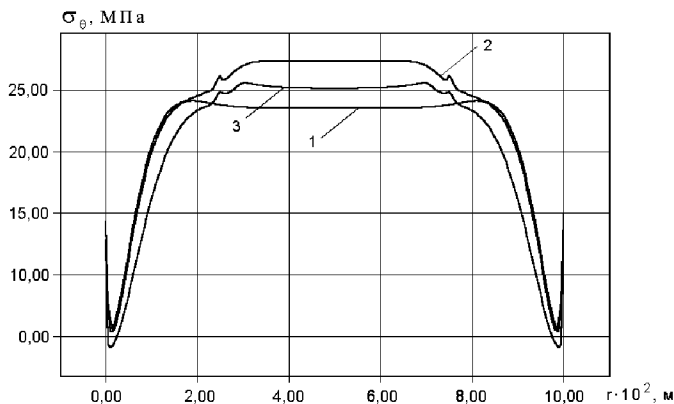


Рисунок 6 – Зависимость окружных напряжений σ_θ по внутренней поверхности цилиндра 2-го типа от координаты z (1 – двухслойная цилиндр без участков непрочлея (вторая модель); 2, 3 – двухслойная пластина с клеевой прослойкой толщиной $h_{[0]} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ и $h_{[0]} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ (первая модель))

Выводы. Таким образом, в данной работе на основе геометрически нелинейной дискретно-структурной теории слоистых элементов конструкций проведено исследование напряженно-деформированное состояние анизотропных цилиндрических оболочек с дефектами структуры материала как элементов конструкций сосудов высокого давления. Соприжение жестких анизотропных слоев на межфазных границах моделируются тремя расчетными моделями, в которых учитываются условия их идеального и ослабленного контакта. Численно и экспериментально исследовано напряженно-деформированное состояние трансверсально анизотропных цилиндров без дефекта структуры материала и с локальным участком

кольцевого непрочлея. В процессе анализа установлено, что изменение кинематических и статических условий контакта по сопряженным поверхностям жестких слоев анизотропных элементов тонкостенных конструкций существенно влияет на характер распределения деформаций поперечного сдвига и обжатия. Вариант модели, когда напряжения поперечного сдвига и обжатия на межфазных границах контакта равны между собой, но при этом допускается упругое проскальзывание этих слоев друг относительно друга, адекватно отражает работу слоистых тонкостенных конструкций при больших деформациях.

Список литературы: 1. *Лазько В.А.* Напряженно-деформированное состояние слоистых анизотропных оболочек при наличии зон неидеального контакта слоев. 1. Вариационный принцип теории упругих слоистых анизотропных систем при наличии зон неидеального контакта // *Механика композитных материалов.* – 1981. – № 5. – С. 832-836. 2. *Лазько В.А.* Напряженно-деформированное состояние слоистых анизотропных оболочек при наличии зон неидеального контакта слоев. 11. Обобщенные уравнения ортотропных слоистых оболочек при разрывных перемещениях на границе раздела // *Механика композитных материалов.* – 1982. – № 1. – С. 77-84. 3. *Пелех Б.Л., Лазько В.А.* Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. – К.: Наукова думка, 1982. – 296 с. 4. *Паймушин В.И.* Обобщенный вариационный принцип Рейсснера в нелинейной механике пространственных составных тел с приложениями к теории многослойных оболочек // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела.* – 1987. – № 2. – С. 171-180. 5. *Паймушин В.И.* Нелинейная теория среднего изгиба трехслойных оболочек с дефектами в виде участков непрочлея // *Прикладная механика.* – 1987. – Т. 23. № 11. – С. 32-38. 6. *Кантор Б.Я.* Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения / *Отв. ред. Подгорный А.Н.*; АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения. – Киев: Наук. думка, 1990. – 136 с. 7. *Пискунов В.Г., Рассказов А.О.* Развитие теории слоистых пластин и оболочек // *Прикладная механика.* – 2002. – Т. 38, № 2. – С. 22-56. 8. *Болотин В.В., Новичков Ю.Н.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с. 9. *Галимов К.З.* Уравнения равновесия и движения тонких оболочек по нелинейной теории типа Тимошенко // *Теория оболочек с учетом поперечного сдвига* / Под ред. К.З.Галимова. – Издательство Казанского университета, 1977. – С. 36 – 95. 10. *Верецака С.М.* К дискретно-структурной теории многослойных оболочек с дефектами структуры // *Вестник НТУ «ХПИ».* Сборник научных трудов. Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2004. – № 31. – С. 39-46. 11. *Васильев Ф.П.* Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981. – 400 с. 12. *Верецака С.М., Львов Г.И.* Напряженное состояние анизотропных оболочек с учетом влияния участков локального непрочлея // *Проблемы машиностроения.* – 2004. – Т. 7, № 1. – С. 61-70.

Поступила в редколлегию 25.03.2006.

УДК 531.1

О.С. ГАЛАС; К.В. АБРАМОВ, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»

К АКТИВНОМУ ГАШЕНИЮ КОЛЕБАНИЙ УПРУГИХ СИСТЕМ

В поданій роботі пропонується активний засіб гашіння коливань стрижня. До стрижня прикріплюється суттєво нелінійний гаситель коливань зі зворотним зв'язком. Для дослідження системи з активним гасителем застосовується метод гармонічного балансу. Проведено аналіз стійкості системи. Побудовано амплітудно-частотні характеристики стрижня та гасителя.