

Л.Г. РАСКИН, д-р. техн. наук,
В.С. ЗАРУБИН, аспирант

ПЛАНИРОВАНИЕ МОДУЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Розглянуто задачу планування багатомономенклатурного виробництва з використанням модулів. Задача формалізована у вигляді багатомініміальної задачі булевого програмування. Запропонований простий ітеративний алгоритм її розв'язання.

Введение. Особенностью современного многоименклатурного массового производства является разнообразие ассортимента выпускаемой продукции, перечень типов которой содержит сотни наименований. Для изготовления этой продукции используется различное оборудование, в том числе станки, специальные приспособления и т.д. Каждый такой станок, как правило, является многофункциональным и, после соответствующей переналадки, может выполнять необходимые технологические операции для разных типов изделий. При этом продолжительность переналадки зависит от того, с какого именно типа изделия и на какой осуществляется переналадка. Важнейшей задачей такого производства является рациональное назначение оборудования для выполнения операций по изготовлению изделий.

В условиях крупного промышленного производства количество типов выпускаемых изделий и количество станков, используемых в производстве, исчисляется сотнями. В связи с этим возникающая здесь задача оптимального назначения оборудования имеет очень высокую размерность. Эффективное направление преодоления "проклятия размерности" при решении подобных задач состоит в декомпозиции. Следует отметить, что идея декомпозиции моделей хорошо согласуется с общей тенденцией упрощения и унификации структуры производства, основанной на все более широком использовании модульного принципа организации производства. При этом все множество станков разбивается на совокупность модулей. Каждый такой модуль состоит из набора станков, обеспечивающих выполнение всех операций, предусмотренных технологией при изготовлении конкретного типа изделий. Поскольку все станки являются переналаживаемыми, каждый модуль может изготавливать изделия разных типов, образующих группу, "привязанную" к этому модулю. При этом в каждую такую группу естественно включать те типы изделий, для которых продолжительности взаимных переналадок минимальны. Таким образом, каждому модулю будет поставлена в соответствие одна или несколько групп изделий, которые могут быть изготовлены этим модулем. На втором этапе решения задачи осуществляется рациональное назначение для каждого из модулей групп изделий, таким

образом, чтобы план производства был максимально эффективным. Формализуем задачу.

Постановка задачи.

Введем следующие обозначения:

i - номер группы, $i=1,2,\dots,m$,

j - номер типа изделия, $j=1,2,\dots,n$,

k - номер типа модуля, $k=1,2,\dots,p$,

$M_k, k=1,2,\dots,p$, - множество групп изделий, которые могут изготавливаться k -м модулем,

$E_i, i=1,2,\dots,m$, - множество типов изделий, входящих в i -ю группу,

h_i - количество типов изделий, входящих в i -ю группу,

η_{jk} - производительность k -го модуля при изготовлении изделий j -го типа - [ед./смена],

t_{kj,i_1,j_2,i_2} - время переналадки k -го модуля с изготовления j_1 -го изделия группы i_1 на изготовление j_2 -го изделия группы i_2 .

Введем теперь матрицу $X = (x_{ik})$, задающую план назначений. Здесь

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{если } i - \text{я группа изделий производится } k - \text{м модулем,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

В качестве критерия эффективности плана назначений используем суммарное количество изготавливаемых изделий всех типов при условии удовлетворения заданному плану-заказу производства.

Формальная модель задачи имеет вид: найти план $X = (x_{ik})$, максимизирующий

$$F(x) = \sum_{k=1}^p \left\{ A_k - \sum_{i \in M_k} \left[\left(\sum_{j \in E_i} \frac{b_j}{\eta_{jk}} \right) + h_i t_{ki}^{(1)} \right] x_{ik} - \left(\sum_{i \in M_k} x_{ik} \right) t_k^{(2)} \right\} = \sum_{k=1}^K R_k(X) \tag{1}$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$R_k(X) \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, p, \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^K x_{ik} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m. \tag{3}$$

Здесь A_k - временной ресурс k -го модуля, равный минимальному из ресурсов станков, входящих в этот модуль,

$t_{ki}^{(1)}$ - продолжительность переналадки k -го модуля для изделий i -й группы,

$t_k^{(2)}$ - продолжительность переналадки k -го модуля для изделий разных групп.

Введем $T_{ik} = \left(\sum_{j \in E_i} \frac{b_j}{\eta_{jk}} \right) + h_i t_{ki}^{(1)}$ - время выполнения плана по изделиям,

входящим в i -ю группу, k -м модулем с учётом переналадок. Тогда соотношения (2) и (3) упростятся к виду

$$F(x) = \sum_{k=1}^K \left[A_k - \sum_{i \in M_k} T_{\sum ik} x_{ik} \right], \quad (4)$$

$$R_k(X) = A_k - \sum_{i \in M_k} T_{\sum ik} x_{ik} \geq 0, \quad T_{\sum ik} = T_{ik} + t_k^{(2)}, \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (5)$$

Методика решения задачи. Рассмотрим методику решения сформулированной задачи. Оптимизационная процедура решения задачи состоит из двух этапов: предварительного и основного. На предварительном этапе последовательно осуществляется назначение наиболее производительного модуля для каждой из групп изделий.

Понятно, что формируемый при этом план назначений является оптимальным в смысле критерия (4), если не учитывать ограничений (5). Поэтому, если полученный на предварительном этапе план удовлетворяет ограничениям (5), то решение первой подзадачи получено.

В противном случае, на основном этапе осуществляется коррекция плана, полученного на предварительном этапе, с целью удовлетворения этим ограничениям.

Пусть $X^{(0)} = (x_{ik}^{(0)})$ - план, полученный на предварительном этапе. Вычислим значения ресурса модулей, расходуемого для реализации плана.

$$G_k^{(0)} = \sum_{i=1}^m T_{\sum ,ik} \cdot x_{ik}^{(0)}.$$

В результате сравнения полученных значений $G_k^{(0)}$ с ресурсными ограничениями R_k , $k=1, 2, \dots, K$., все множество номеров модулей $M = \{1, 2, \dots, K\}$ разобьется на три подмножества:

$$M^- = \left\{ k : G_k^{(0)} > R_k \right\}, \quad M^+ = \left\{ k : G_k^{(0)} < R_k \right\}, \quad M^{(0)} = \left\{ k : G_k^{(0)} = R_k \right\}$$

Столбцы плана, имеющие номера $k \in M^{(0)}$, будем называть нулевыми, столбцы с номерами $k \in M^+$ - избыточными (ресурс модуля не использован полностью, избыточен), столбцы с номерами $k \in M^-$ - недостаточными (план не может быть реализован ввиду недостаточности ресурса).

Множество модулей, входящих в $M^{(0)}$, исключим из дальнейшего рассмотрения.

Процедура коррекции выполняется на основном этапе. Решаемая этой процедурой задача состоит в том, чтобы из выбранного недостаточного столбца передать назначение на выполнение работы в избыточный столбец с минимальными потерями производительности. В соответствии с этим выберем тройку (i_1^*, k_1^*, k_2^*) , для которой

$$(i_1^*, k_1^*, k_2^*) = \arg \min_{\substack{k_1 \in M^- \\ k_2 \in M^+}} \{T_{\sum ik_2} - T_{\sum ik_1}\}$$

Теперь план назначений $X^{(0)}$ изменим следующим образом:

$$x_{ij} = \begin{cases} x_{ik}^{(0)} - I, & i = i^*, k = k_1^* \in M^-, \\ x_{ik}^{(0)} + I, & i = i^*, k = k_2^* \in M^+, \\ x_{ik}^{(0)}, & [(i = i^*) \cap (k \neq k_1^*) \cap (k \neq k_2^*)] \cup i \neq i^*. \end{cases} \quad (6)$$

Понятно, что реализация преобразования (6) делает столбец k_1 менее недостаточным, а столбец k_2 - менее избыточным. Повторение этих одношаговых коррекций через конечное число шагов приведет к целочисленному плану, удовлетворяющему ограничениям.

Выводы. Разработана методика планирования многономенклатурного производства с использованием модулей. При этом каждый модуль состоит из набора станков, выполняющих необходимые операции при изготовлении конкретных типов изделий. Задача формализована в виде многоиндексной задачи булева программирования. Предложен простой итерационный алгоритм ее решения.

Поступила в редколлегию 4.07.05