

В.Н.РУДАКОВ, канд.техн.наук; ХГАГХ

О ФИЗИЧЕСКОЙ СВЯЗИ ПАРАМЕТРОВ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ ОБЪЕМА КВАЗИИЗОТРОПНОГО ПОЛИКРИСТАЛЛА ПРИ СЖАТИИ С ОБЖИМОМ В РАМКАХ ПРОСТОГО НАГРУЖЕНИЯ.

Розглядається напружений стан квазіізотропного полікристала (КП), ув'язаного в ідеально гладку гіпотетичну оболонку, під дією осьового тиску σ_1 . Мікроструктура КП в образі структурних елементів границь твердих зерен трансформує σ_1 в бічний тиск $\sigma_2 = \sigma_3 = \max$.

На основе вариационного принципа геометрическим способом получена зависимость вида $|s_3| = \sigma_0 \operatorname{tg} \Phi / 2$, где s_3 – наименьшее девиаторное напряжение, σ_0 – гидростатическое давление, Φ – параметр кристаллической плоскости скольжения (метрика КП). В рамках континуальной механики и теории скольжения приводится обоснование физичности Φ . Используя теорию подобия и недеформированную расчетную схему получено критериальное уравнение $s_1/2\sigma_0 = (1 - 2\nu)/(1 + \nu)$, которое идентифицирует известное уравнение Генки $s_1 = 2G(\varepsilon_1 - \varepsilon_0)$ и позволяет выразить угол скольжения Φ через коэффициент Пуассона в форме $\operatorname{tg} \Phi/2 = (1 - 2\nu)/(1 + \nu)$. Проводится эталонное опытное подтверждение физических параметров КП. Согласно определяющих уравнений континуальной механики к параметрам формоизменения следует отнести девиаторные напряжения s_k , где $k = 1,2,3$, а изменения объема – гидростатическое (среднее) напряжение σ_0 , которое является инвариантной скалярной величиной. Следует отметить, что этим параметрам специалисты в области прикладной механики уделяют недостаточное внимание, хотя они, по нашему мнению, являются определяющими при оценки НДС поликристалла. А главное, они практически не учитываются при разработке критериев прочности, как на основе феноменологических моделей, так и в рамках теории скольжения [1,2,3]. В результате чего не имеется физически обоснованного соотношения прочностных параметров (простое растяжение, простое сжатие, чистый срез) даже основных конструкционных материалов [4,5]. Нами на основе принятой физической модели поликристалла и определяющих уравнений континуальной механики предлагается решение о физическом соотношении s_k и σ_0 в рамках теории скольжения. В отличие от существующих физических моделей [1,6,7,8] принятая модель КП рассматривает реальный конструкционный материал в виде множества кристаллических зерен различной ориентации. В качестве главного механизма образования деформаций КП под квазистатической нагрузкой, является физическое скольжение в образе зернограничного проскальзывания [9]. При проскальзывании зерна перемещаются относительно друг друга, расходятся и вращаются.

На границе жесткие зерна КП взаимодействуют определенным образом. По утверждению Гляйтера и Чалмерса [10] граница жестких зерен упорядочена и подвижна. Она построена из координационных полиэдров, в вершинах которых располагаются атомы. Нами в качестве структурного элемента границы принят полиэдр Полинга [11], упорядоченная система которых представляет плотнейшую упаковку и удовлетворяет минимуму поверхностной энергии (принцип Гиббса-Кюри-Вульфа) [12].

Габитус структурного элемента границы представляет собой тетрагональную бипирамиду, метрика которой:

$$c/a = \operatorname{tg} \Phi, \quad (1)$$

где Φ – угол наклона граней пирамиды к основанию, является материальной константой КП.

Кинетика скольжения в принятой физической модели учитывается в такой мере, в какой направление скольжения активной системы структурных элементов границы зерен КП в однородном силовом поле поворачивается по направлению к основной оси нагружения (направление линий Чернова-Людерса при одноосном сжатии-растяжении).

Осевая деформация образуется за счет наложения множества поворотов структурных элементов границы, образующих множество цепочек вдоль плоскостей с плотнейшей упаковкой. Такие характерные цепочки, как и линейные дислокации, одномерны. Следовательно, принятая физическая модель КП не противоречит дислокационной модели, тем более, что граница жестких зерен является источником и стоком вакансий.

Рассмотрим напряженное состояние цилиндрического образца КП под действием осевого давления σ_1 , которое трансформируется в боковое

$$\sigma_2 = \sigma_3 = k_s, \quad (2)$$

где k_s – коэффициент бокового давления – физический параметр КП:

$$k_s = f_1(\Phi). \quad (3)$$

При одноосном сжатии боковое давление $\sigma_2 = \sigma_3$ вызывает поперечное расширение образца, мерой которого выступает коэффициент Пуассона ν , который также как и k_s определяется метрикой КП:

$$\nu = f_2(\Phi). \quad (4)$$

Для решения обратной задачи по определению (2) к боковой поверхности опытного образца прикладываем кинематические связи в образе недеформируемой гладкой виртуальной оболочки, т.е. расчетная схема по определению (2) рассматривается в недеформированном состоянии [13].

Принятые краевые условия позволяют говорить об экстремальности НДС опытного образца, т.е. при $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \min$ (5), имеем $\sigma_2 = \sigma_3 = \max$ (6), при этом одноосное напряженное состояние преобразуется в цилиндрическое вида: $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 = k\sigma_1 = \max$ (7).

Анализ НДС (7) в рамках теории скольжения выполним геометрическим способом с использованием главных компонент девиатора напряжений

$$s_{ki} = \sigma_{ki} - \sigma_{0i}, \quad (8)$$

где $k = 1, 2, 3$, i – реальный КП с метрикой Φ_i в границах "идеальная жидкость" – "идеально (абсолютно) твердое тело".

В компланарной координатной системе xOy преобразуем ось Ox в ось σ_0 , а ось Oy в ось σ_1 (рис.1) Так как в этой системе $y_i = f_3(x_i)$, а, с учетом (2), $x_i = f_4(y_i)$ следует (в общем виде) [14] $\delta_y = Y(x) - y(x)$ (9), где δ_y – вариация функции $y(x)$.

Следовательно, параметр s_{ki} (8) можно рассматривать как вариацию $\delta\sigma_{1i}$, т.е. приравнять $s_{ki} = \delta\sigma_{1i}$ (10).

В рамках 1-го квадранта плоскости $\sigma_0 O \sigma_1$ образуем пять произвольных изопериметрических квадратов. Вершину четвертого квадрата A_0 соединим с центром O . Результирующий радиус-вектор $\bar{A}_0 = O\bar{r}_0$ выражает напряженное состояние "идеальной жидкости" (при $i = 0$) $\bar{r}_0 = \sigma_{00}\bar{1} + \sigma_{10}\bar{y}$ (11), где $\sigma_{00} = \sigma_{10}$ (12), $\bar{1}, \bar{y}$ – орты (рис.1). Выражение (11) характеризует начальное положение радиус-вектора \bar{r}_0 . Повернем радиус вектор \bar{r}_0 против часовой стрелки на угол $\Delta\varphi = 26.57^\circ$. Вновь образованный радиус-вектор \bar{r}_1 характеризует напряженное состояние "идеально твердого тела" (при $i = 1$) $\bar{r}_1 = \sigma_{01}\bar{1} + \sigma_{11}\bar{y}$ (13), где $\sigma_{11} = 3\sigma_{01}$ (14) и конечное положение радиус-вектора \bar{r}_1 . Приращение радиус-вектора \bar{r}_1 : $\Delta\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_0$ (15) выражает количественную меру роста сопротивления формоизменению i -го поликристалла.

Для раскрытия физического смысла (15) в рамках теории скольжения преобразуем ось $O\sigma_{1i}$ координатной системы $\sigma_{1i} O \sigma_{0i}$ в ось s_{1i} путем трансляции оси $O\sigma_{0i}$ вдоль оси $O\sigma_{1i}$ на величину σ_{00} (рис.1).

Отображая изометрически относительно трансляционной оси $O^* \sigma_{0i}^*$ точку A_i получим отрезки $|A_i A_i^*| = s_{1i}$ (16), $|A_i O_i^*| = 0.5s_{1i} = |s_{2i}| = |s_{3i}|$ (17), а из $\Delta A_i O_i^* A_0$ имеем: $\Delta r_{si} = |s_{2i}| = |s_{3i}|$ (18), $\Delta r_i = \sqrt{2}|s_{3i}| = |s_{3i}| \operatorname{tg} 54^\circ 44' = \tau_{0i}$ (19), где $\angle 54^\circ 44'$ – угол наклона девиаторной плоскости относительно координатных осей некомпланарной системы $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 (xyz)$, τ_{0i} – октаэдрическое касательное напряжение с учетом (7).

Соединив точки A_i и A_i^* с центром координат O^* образуем силовой $\Delta A_i O^* A_i^*$, у которого основание (17), высота – σ_{0i} , а угол раскрытия конуса Φ_i . В виду того, что $|A_i A_i^*| = S_{1i} = |s_{2i}| + |s_{3i}|$ (20), отрезок $A_i A_i^*$ можно считать следом пересечения девиаторной плоскости на плоскости $S_{1i} O^* \sigma_{0i}$, а треугольник $A_i O^* A_i^*$ – проекцией кругового конуса, боковая поверхность которого описывается уравнением $|s_{3i}| = K_i \sigma_{0i}$ (21) или $S_{1i} = 2K_i \sigma_{0i}$ (22), где

$K_1 = \text{tg}\phi_i / 2$ – угловой коэффициент.

Продолжая исследование физического смысла угла раскрытия конуса Φ_i , разложим осевое давление $\bar{\tau}_1$, действующее на образец КП, на составляющие $\bar{\sigma}_\tau$ и $\bar{\sigma}_n$, направление которых определяется кристаллической плоскостью скольжения $\bar{\tau} - \bar{\tau}$ с параметром Φ_i (рис. 2) [15].

Из векторной диаграммы (рис. 2) следует: $\bar{\sigma}_\tau = \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_n$ (23), где $\bar{\sigma}_\tau$ – составляющая $\bar{\sigma}_1$, вызывающая формоизменения образца $\bar{\tau}_{ci} = \bar{\tau}_{li} - \sin\phi_i$ (24), $\bar{\sigma}_n$ – то же, вызывающая изменение объема: $\bar{\sigma}_{ni} = \sigma_{li} \cdot \cos\Phi_i$ (25).

Выразим равенство (23) через компоненты наибольшего девиаторного напряжения (8) в виде: $S_{li} \cdot \bar{\sigma}_{ci} = (\sigma_{li} - \sigma_{oi}) \cdot (\bar{\sigma}_{li} - \bar{\sigma}_{ni})$ (26). Преобразуя векторное тождество (26) получим $\frac{S_{li}}{(\sigma_{li} - \sigma_{oi})} = \frac{(\bar{\sigma}_{li} - \bar{\sigma}_{ni})}{\sigma_{ci}}$ (27).

В соответствие с принятой расчетной схемой (недеформированное состояние) преобразуем реальный КП в абсолютно твердое тело, для которого $\sigma_{li} = 3\sigma_0$ (28); $\sigma_{oi} = 3S_{li}/2$ (29); $\phi = 90^\circ$ (30); $v = 0$ (31).

Введя (28) в левую часть (27), имеем $\frac{S_{li}}{(\sigma_{li} - \sigma_{oi})} = \frac{S_{li}}{2\sigma_{oi}}$ (32), то же (24 ... 25)

в правую часть (27), соответственно $\frac{\bar{\sigma}_{li} - \bar{\sigma}_{ni}}{\sigma_{ci}} = \frac{(\sigma_{li} - \sigma_{oi} \cdot \cos\Phi)}{\sigma_{li} \cdot \sin\Phi} = \text{tg}\Phi_i / 2$ (33).

Результаты преобразования (32) и (33) подтверждают идентичность физического параметра ϕ_i в определяющей закономерности теории скольжения (21...22).

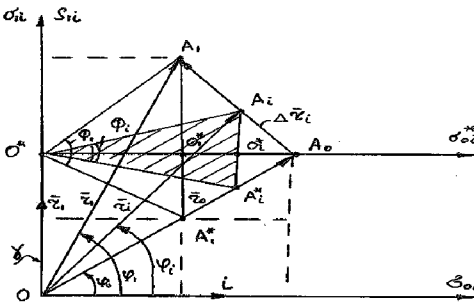


Рис. 1

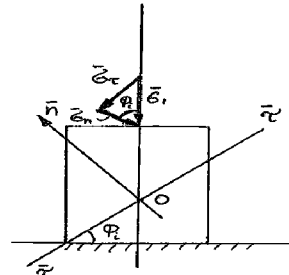


Рис. 2

Для опытного подтверждения (21...22) выразим эти закономерности, с учетом принятой расчетной схемы, через параметры континуальной механики, характеризующие одноосное сжатие КП. Используя теорию подобия примем в качестве

критерия подобия отношение параметров формоизменения и изменения объема в виде: $S_i/\sigma_0 = \text{idem}$ (34); $i_\phi/i_0 = \text{idem}$ (35), где $i_\phi = (1+\nu) \cdot \sigma_1^2/3E$ (36) – удельная энергия формоизменения; $i_0 = (1+2\nu) \cdot \sigma_1^2/6E$ (37) – то же, изменения объема, E – модуль упругости 1-го рода [13].

Приравняв (34) и (35) и преобразуя их на основе (28) и (29), получим критериальное уравнение вида: $\frac{S_{ii}}{2\sigma_{oi}} = \frac{(1-2\nu_i)}{(1+\nu_i)}$ (38), которое идентифицирует известное

уравнение Генки [13] $S_{ii} = 2G_i(\epsilon_{ii} - \epsilon_{oi})$ (39), где модуль упругости 2-го рода: $G_i = E_i/2(1+\nu_i)$ (40), ϵ_{ii} – главная компонента тензора деформации, ϵ_0 – то же, шарового тензора. При $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$: $\epsilon_{ii} = 3\epsilon_{oi}$ (41), $\epsilon_{oi} = \sigma_{oi}/K_i$ (42), где $K_i = E_i/(1-2\nu_i)$ – модуль объемного сжатия. Из тождества правых частей (22) и (38) следует: $\text{tg}\Phi = (1-2\nu_i)/(1+\nu_i)$ (43), $\nu_i = (1-\text{tg}\Phi_i/2)/(2+\text{tg}\Phi_i/2)$ (44).

В качестве эталонного КП приняты песчаник [16,17], у которого $\phi = 71^\circ$; $\nu = 0.09...0.13$; бетоны средних классов [15,18] – $\Phi = 60...66.5^\circ$; $\nu = 0.147$; чугуны [13,19] – $\Phi = 42^\circ...48^\circ$; $\nu = 0.23...0.27$; малоуглеродистые стали [20,21] – $\phi = 35^\circ...40^\circ$; $\nu = 0.27...0.29$; алюминиевые сплавы [21,22] – $\Phi = 30^\circ$; $\nu = 0,32...0,33$.

Список литературы: 1. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1997. – 744 с. 2. *Писаренко Г.С., Лебедев А.А.* Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наукова думка, 1976. – 415 с. 3. *Поль Б.* Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения // В кн. Разрушение. т. 2. Математические основы теории разрушения. – М.: Мир, 1975. – с. 336-520. 4. СНиП П-23-81. Стальные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. – с.96. 5. СНиП 2.03.01-81. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – с.79. 6. *Малмейстер А.К.* Упругость и неупругость бетона. – Рига: Изд-во АН Латв. ССР, 1957. – с.202. 7. *Леонов М.Я.* Элементы аналитической теории пластичности. – Докл. АН СССР, 1972, т.205, с.303-306. 8. *Русинко К.Н.* Особенности неупругой деформации твердых тел. – Львов:Вища шкю, 1986. – 152с. 9. *Кайбышев О.А., Валиев В.З.* Границы зерен и свойства металлов. – М.: Металлургия, 1987. – 214с. 10. *Гляйтер Г., Чалмерс Б.* Большебугловые границы зерен: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 376с. 11. *Шаскальская М.П.* Кристаллография. Учебник для втузов. – М.: Высшая школа, 1976. – 391с. 12. *Костов И.* Кристаллография: Пер. с болгарского. – М.: Мир, 1965. – 528с. 13. *Фитц А.П.* Прикладная механика твердого деформируемого тела. т.1. – М.: Наука, 1975. – 832с. 14. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. Пер. с англ. – М.: Наука, 1973. – 832с. 15. *Астхоров А.В.* Курс физики, т.1 / Механика. Кинетическая теория материи. – М.: наука, 1977. – 384с. 16. *Карман Т.* Опыты на всестороннее сжатие / Сб. новые идеи в технике. – Петроград: Образование, 1915. – с.51-102. 17. *Ржевский В.В., Новик Г.Я.* Основы физики горных пород. – М.: Недра, 1978. – 390с. 18. *Столяров Я.В.* Введение в теорию железобетона. – М.-Л.: ГИСЛ, 1941. – 448с. 19. *Анурьев В.Н.* Справочник конструктора-машиностроителя. В 3-х томах. т.1 – 5-е изд. – М.: Машиностроение, 1978. – 728с. 20. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твердых тел: Пер с англ. – М.: ИЛ, 1954. – 647с. 21. *Смирнов-Аляев Г.А.* Сопротивление материалов пластическому деформированию. 3-е изд. – Л.: Машиностроение, 1978. – 368с. 22. *Томас Т.* Пластическое течение и разрушение в твердых телах. – Пери с англо – М.: Мир, 1964. – 308с.

Поступила в редакцию 20.06.02.