

С.Н. КАВЕЦКИЙ, асп. каф. „ТММиСАПР” НТУ “ХПИ”,
Т.В. ГЕРЕШ, асс. каф. „Теоретической механики и машиноведения”, Харьковский аэрокосмический университет им. Жуковского „ХАИ”

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА $2A - \overline{AA}$
 С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНОГО
 ДАЛЬНЕГО РАСПОЛОЖЕНИЯ САТЕЛЛИТОВ

У статті показана можливість синтезу планетарних механізмів з двозв'язаними колесами на прикладі планетарного механізму $2A - \overline{AA}$. Одержані генеральні рівняння для визначення чисел зубців зубчастих коліс планетарного механізму $2A - \overline{AA}$. Визначені умови для вибору параметрів синтезу та нерівності, які визначають границі допустимих передаточних відношень.

In the paper the possibility of synthesis of planetary mechanisms with doubly connected wheels is shown on the example of $2A - \overline{AA}$ planetary mechanism. General equations are got for determination of numbers of teeth of gear-wheels of planetary mechanism. The conditions for the choice of parameters of synthesis and inequality, which determine scopes of possible reduction ratios, are determined.

Введение. Рассмотрение вопроса синтеза планетарных механизмов с разными углами зацепления пар зубчатых колес, входящих в его состав, достаточно интересен, так как такие механизмы могут реализовать большие передаточные отношения при прочих равных условиях. Также следует заметить, что при их изготовлении возникают вопросы с выбором коэффициентов смещения режущего инструмента для обеспечения приемлемых параметров с точки зрения геометрии зацепления пар колес, входящих в их состав.

Основная часть. Как известно, для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Так, для схемы $2A - \overline{AA}$ (рис. 1), условия передаточного отношения и сборки имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \frac{Z_1 + Z_4}{k} = N, & \text{условие сборки;} \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_4}{Z_1}, & \text{условие передаточного отношения.} \end{cases} \quad (1)$$

Определим условие соосности в общем виде с учетом углов зацепления в первой и второй ступенях для дальнего ради-

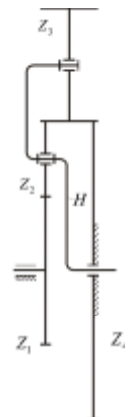


Рис. 1

Крок 5. Задамо наступні коефіцієнти складання: $K1=1$ (для групи 3, 5), $K2=1$ (для групи 3, 2). Коефіцієнт складання дорівнює „1”, якщо обхід точок групи проходить за стрілкою годинника, і „-1” – якщо проти стрілки (див. рис. 1).

Крок 6. Задамо наступні значення масивів $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$ для групи 3, 5 (рис. 6): $PAR1[1] = l_{CB}$; $PAR1[2] = l_{BF}$; $PAR1[3] = 0$; $PAR1[4] = l_{EF}$; $PAR1[5] = 0$; $PAR1[6] = \angle EFB = 0,49 \text{ рад}$. Використаємо процедуру $PAR1 = \{0,3; 2,06; 0; 1,3; 0; 0,49\}$.

Крок 7. Задамо наступні значення масивів $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$ для групи 2, 3 (рис. 7): $PAR2[1] = l_{AC}$; $PAR2[2] = l_{CB}$; $PAR2[3] = l_{AD}$; $PAR2[4] = 0$; $PAR2[5] = \angle CAD = 37,3^\circ = 0,65 \text{ рад}$; $PAR2[6] = 0$. Використаємо процедуру $PAR2 = \{0,985; 0,3; 0,251; 0; 0,65; 0\}$.

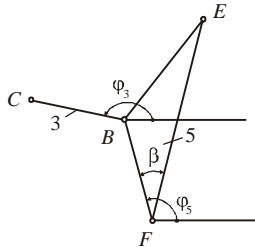


Рис.6. Схема групи 3-5

Крок 8. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів B та E і масиву $UGOL1 = \{\varphi_3, \varphi_3, \varphi_3, \varphi_5, \varphi_5, \varphi_5\}$ для групи 3, 5 (див. рис. 6), використавши процедуру: $ASSUR21(C, F, PAR1, K1, B, PUS, E, UGOL1, G)$, де PUS – пустий масив.

Крок 9. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів C та D і масиву $UGOL2 = \{\varphi_2, \varphi_2, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_3, \varphi_3\}$ для групи 2, 3 (див. рис. 7), використавши процедуру:

$ASSUR21(A, B, PAR2, K2, C, D, PUS, UGOL2, G)$.

Крок 10. Обчислюємо значення довжини ланки DE , використовуючи процедуру-функцію Lde методом ітерацій і порівнюємо її із заданою довжиною $l_{DE} = 0,554$.

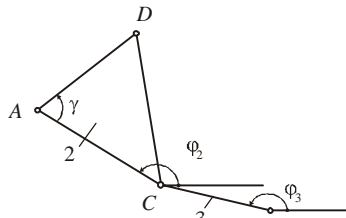


Рис.7. Схема групи 3-2

Висновки. Запропонована стратегія розрахунку кінематики складного механізму з групою четвертого класу, яка базується на можливості розбиття такого механізму на прості групи, для яких відомі алгоритми аналізу.

Список літератури: 1. Артоблевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука. – 1965. – 776 с. 2. Новгородцев В.А., Зеленский В.Б., Данilenko Л.С. Методические указания по применению ЭВМ при выполнении курсовой работы по теории механизмов и машин. – Харьков: ХПИ. – 1993. – 46 с. 3. Заблонский К.И., Белоконов И.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. – К.: Выща шк. – 1989. – 375 с. 4. Грунауэр А.А., Долгих И.Д. Теория механизмов и машин. – Киев: УМК ВО. – 1992. – 384 с.

Поступила в редакцію 03.04.09

ального расположения сателлитов: $a_{12} + a_{23} = a_{43}$. Используя формулу для определения межосевого расстояния, получим:

$$m \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{12}}} + m \frac{Z_2 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{23}}} = m \frac{Z_4 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{34}}}. \text{ Следовательно, условие}$$

соосности можно представить в виде:

$$Z_1 + Z_2 + (Z_2 + Z_3)t_1 = (Z_4 + Z_3)t_2, \quad (2)$$

$$\text{где } t_1 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{23}}} \text{ и } t_2 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{34}}}.$$

Используя выражения (1), получают уравнения для определения чисел зубьев колес Z_1 и Z_4 :

$$Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}, \quad Z_4 = Z_1(i_{1H}^4 - 1). \quad (3)$$

Числа зубьев зубчатых колес Z_2 и Z_3 связаны между собой параметром y [1]:

$$Z_3 = yZ_2. \quad (4)$$

Получим уравнение для определения чисел зубьев зубчатого колеса Z_2 . Используя условие соосности (2), подставив ранее определенные Z_3 и Z_4 , получим $Z_1 + Z_2(1+t_1) + yt_2Z_2 = Z_1t_2(i_{1H}^4 - 1) + yt_2Z_2$. Выражая Z_2 , получим:

$$Z_2 = \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1. \quad (5)$$

Параметры t_1 и t_2 можно принимать в пределах $[0,8...1,2]$, в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах $[20^\circ...44^\circ]$ и для второй ступени в пределах $[40^\circ...20^\circ]$ [2].

Получим неравенства, определяющие область существования планетарного механизма $2A - \overline{AA}$. Из уравнений (5) и (3) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\left\{ \begin{aligned} i_{1H}^4 - 1 > 0; \\ \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} > 0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

откуда получим

$$i_{1H}^4 > (1+t_2)/t_2. \quad (7)$$

Определим верхний предел по передаточному отношению. Рассмотрим условие соседства для механизма $2A - \overline{AA}$:

$$\left\{ \begin{aligned} (Z_1 + Z_2)\sin(\pi/k) &\geq Z_2 + 2; \\ (Z_4 + Z_3)\sin(\pi/k) &\geq Z_3 + 2. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (8). Подставляя генеральные уравнения для числа зубьев Z_2 , получим:

$$\left(Z_1 + \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1 \right) \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} \cdot Z_1 + 2.$$

Разделив обе части на Z_1 , получим:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} + \frac{2}{Z_1}.$$

При синтезе планетарного механизма $2A - \overline{AA}$ рекомендуется выбирать число зубьев $Z_1 \geq 18$, следовательно, соблюдается отношение $\frac{2}{Z_1} \leq \frac{1}{9}$. При

этом максимальное значение достигается для $Z_1 = 18$, а в случае других значений – значительно меньше. На практике при синтезе планетарных механизмов выбор передаточного отношения на границе пределов его изменения нежелателен, поэтому для оценки пределов передаточного отношения слагаемым $\frac{2}{Z_1}$

можно пренебречь. Следовательно, неравенство примет вид:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin \frac{\pi}{k} > \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)}.$$

Учитывая, что $1 + t_1 + y(t_1 - t_2) > 0$, получим:

$$(t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)) \cdot \sin(\pi/4) > t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1.$$

Передаточное отношение i_{1H}^4 определяем из неравенства:

$$i_{1H}^4 < \frac{t_2 + 1 + (t_1 - t_2)(1+y)\sin(\pi/4)}{1 - t_2 \sin(\pi/4)}. \quad (9)$$

Передаточное отношение i_{1H}^4 должно быть больше нуля, следовательно, $1 - t_2 \sin(\pi/4) > 0$. Таким образом, для параметра t_2 получим условие:

$$t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}.$$

Используя полученное неравенство, запишем условие выбора параметра t_2 для синтеза. С учетом пределов возможного изменения t_2 при синтезе планетарных механизмов со связанными колесами следует [2]:

$$\left\{ \begin{aligned} 0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}; \\ 0,8 < t_2 < 1,2. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Например, для трех сателлитов условие (10) примет вид:

$$0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/3)} \approx 1,15.$$

Для числа сателлитов больше трех параметр t_2 может изменяться в пределах $0,8 < t_2 < 1,2$, так как $\frac{1}{\sin(\pi/4)} > 1,2$. Рассмотрим второе уравнение системы (8): $(Z_4 + Z_3)\sin(\pi/4) \geq Z_3 + 2$. Подставляя выражения для чисел зубьев Z_4 и Z_3 (3)-(5), получим:

$$\left(Z_1(i_{1H}^4 - 1) + \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 \right) \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 + 2.$$

Используя аналогичные предположения, что и для первого уравнения, получим: $((i_{1H}^4 - 1)(1 + t_1(1 + y) - yt_2) + yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y) \sin \frac{\pi}{k} > yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y$ или $(i_{1H}^4(1 + t_1 + y) - y) \sin(\pi/4) > yt_2 i_{1H}^4 - yt_2 - y$.

Выражая передаточное отношение i_{1H}^4 , получим:

$$i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}. \quad (11)$$

Рассматривая полученное выражение (11) совместно с условием (7), получим:

$$\begin{cases} i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}; \\ i_{1H}^4 > \frac{1 + t_2}{t_2}. \end{cases} \quad (12)$$

Общие выводы

1. Показана возможность синтеза планетарных механизмов с учетом корректировки углов зацепления не только с односвязными колесами [3], но и для механизмов с двусвязными колесами на примере механизма $2A - \overline{AA}$.
2. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма $2A - \overline{AA}$ с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес на этапе синтеза механизма.
3. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма для каждого сочетания параметров t_1 и t_2 .
4. Синтез планетарного механизма $2A - \overline{AA}$, проведенный с использованием генеральных уравнений (3), (4) и (5), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

Список литературы: 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115-120. 3. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и не свя-

УДК 519.8

Вісн. Гр. КЛИМЕНКО, канд. фіз.-мат. наук, НТУ “ХПІ”

2.

3. БУЛЬОВІ АЛГЕБРИ НА БАЗІ НЕПЕРЕРВНИХ І

4. НЕПЕРЕРВНО-ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

В даній роботі на множинах неперервних і неперервно-диференційовних функцій встановлюється відношення еквівалентності, яке розбиває ці множини на класи еквівалентності H_0, H_m . В доповнення до алгебро-логічних побудов, започаткованих раніше, показано, як на множинах класів еквівалентності H_0, H_m можна побудувати бульові алгебри, ізоморфні бульовій алгебрі множин простору R^n .

In this work the relation of equivalence is determined on sets of continuous and continuously differentiable functions, which breaks up these sets on the classes of equivalence H_0, H_m . In addition to algebro-logical constructions, founded before, it is shown, how on the sets of classes of equivalence of H_0, H_m can be built Boolean algebra isomorphic Boolean algebra of sets of R^n space.

Нехай $f(M) \in C(R^n)$, де $C(R^n)$ – множина всіх неперервних на R^n функцій. Означимо для неї супровідну їй характеристику – характеристичну функцію таким чином:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}(1 + \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 1, & f(M) \geq 0, \\ 0, & f(M) < 0 \end{cases}; \quad R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

або ж і так:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & M \in L(f(M), 0) \\ 0, & M \in \overline{L(f(M), 0)} \end{cases}; \quad R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

де $L(f(M), 0) = \{M \in R^n \mid f(M) \geq 0\}$.

Неважко збагнути, що $X(f(M))$ є двійкова змінна величина, яка є суперпозицією функції Хевісайда і функції $f(M)$. Заради простоти цю функцію будемо також позначати і таким символом – $X_f(M)$.

Очевидно, що $X_f(M)$ є характеристична функція лебегової множини $L(f(M), 0)$. Визначимось також із характеристикою для протилежної функції до $f(M)$:

$$X(-f(M)) = \frac{1}{2}(1 - \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 0, & f(M) \geq 0, \\ 1, & f(M) < 0 \end{cases} \Rightarrow X(-f(M)) = \overline{X_f(M)}.$$