

Т.Б. НИКИТИНА, канд. техн. наук, докторант НТУ "ХПИ"

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ АНИЗОТРОПИЙНОГО РЕГУЛЯТОРА СТАБИЛИЗАТОРА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Разработан метод многокритериального синтеза стохастического робастного управления стабилизатором в вертикальной плоскости с учетом упругих элементов как дискретно-континуального объекта управления. Приведен пример динамических характеристик синтезированной системы.

Ключевые слова: многокритериальный синтез, анизотропийный регулятор, стабилизатор.

Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами.

Колесные и гусеничные машины отечественного производства обладают высокими тактико-техническими характеристиками и успешно конкурируют с военной техникой иностранного производства, что, в частности, подтверждается контрактами с Пакистаном, Иорданией и Сирией на поставку отечественной военной техники. При модернизации колесных и гусеничных машин для повышения тактико-технических характеристик предполагается использование в системах наведения и стабилизации бортовой ЭВМ, с помощью которой аппаратно и программно можно реализовать более сложные законы управления, чем традиционные пропорциональные регуляторы с обратными связями по углам и угловым скоростям объекта управления [1 – 3].

К системам наведения и стабилизации предъявляются достаточно жесткие требования по показателям качества работы в различных режимах. Приведем часть таких требований, предъявляемых к системе наведения и стабилизации. Время отработки заданного угла рассогласования – $t_{\text{рег}}$. Время разгона до номинальной скорости и время торможения до полной остановки – $t_{\text{раз}}$. Ошибка отработки гармонического сигнала заданной амплитуды и частоты $\varepsilon_{\text{гар}}$. Ошибка стабилизации при движении с заданной скоростью по нормализованной трассе со случайным изменением профиля $\varepsilon_{\text{сл}}$. Максимальная скорость наведения ω_{max} . Минимальная скорость наведения ω_{min} . Неплавность наведения при минимальной скорости $\Delta\omega_{\text{min}}$. Естественно, что при этом должны быть учтены также ограничения на переменные состояния системы [1 – 3].

Анализ последних достижений и публикаций. В настоящее время интенсивно развивается теория стохастического робастного управления [1 – 3]. Системы стохастического робастного управления обладают рядом преимуществ. Во-первых, они робастно устойчивы, т.е. сохраняют

устойчивость при изменении параметров объекта управления в определенных пределах. Во-вторых, они имеют существенно меньшую чувствительность к изменению параметров объекта управления по сравнению с оптимальными системами, несмотря на то, что динамические характеристики стохастических робастных систем могут незначительно отличаться от соответствующих характеристик оптимальных систем. Трудность синтеза стохастической робастной системы заключается не в решении тех или иных уравнений, а, прежде всего, в формулировании критерия качества стохастического робастного управления таким образом, чтобы синтезированная система удовлетворяла техническим требованиям, предъявляемым к системе [4].

Целью работы является разработка методики выбора критерия качества в виде решения задачи многокритериальной оптимизации при синтезе стохастического робастного управления для выполнения технических требований, предъявляемых к системе и учете ограничений на переменные состояния и управления. Задачей статьи является синтез и исследование динамических характеристик стохастической робастной системы управления стабилизатором танкового вооружения в вертикальной плоскости с учетом упругости ствола с выбранными критериями качества.

Изложение материала исследования, полученных научных результатов. Применение регуляторов, оптимальных по квадратичным критериям качества показало их высокую чувствительность к структурным и параметрическим возмущениям объекта управления и внешних воздействий. Для уменьшения чувствительности синтезированной системы к структурным и параметрическим возмущениям объекта управления и внешних воздействий вместо H^2 нормы используют H^∞ норму в следующем виде

$$\|w_{z,x}\|_\infty \rightarrow \min.$$

Робастные регуляторы, синтезированные по критерию H^∞ , обладают малой чувствительностью к структурным и параметрическим возмущениям, однако их динамические характеристики часто оказываются неудовлетворительными в связи с излишней "осторожностью" робастных регуляторов, рассчитанных на работу системы в самых неблагоприятных условиях.

Применение регуляторов, синтезированных по смешанному критерию, включающему H^2 и H^∞ нормы, позволяет получать системы, обладающие достаточно высокими динамическими характеристиками при низкой чувствительности к изменению параметров и структуры объектов управления. Однако вопрос выбора параметра толерантности γ , характеризующего соотношения между H^2 и H^∞ нормами решается на интуитивном уровне. Чем ближе система к оптимальной по H^2 норме, тем она более чувствительна к изменению параметров и структуре моделей объекта управления и внешних

воздействий. Чем ближе синтезированная система к оптимальной по H^∞ норме, тем меньшую точность она имеет, так как проявляет излишнюю "осторожность" и рассчитана на работу в самых неблагоприятных условиях.

Одним из корректных подходов к обоснованному выбору смешанного критерия, включающего H^2 и H^∞ нормы, является построение анизотропийных регуляторов. При стохастическом подходе к синтезу H^∞ управления в качестве критерия оптимальности системы используется стохастическая норма системы

$$\|w_{ZX}\|_a \rightarrow \min.$$

При этом фактически используется комбинация стохастической нормы системы и средней анизотропии случайного сигнала, что и приводит к одному из вариантов стохастической нормы, названной анизотропийной нормой.

Рассмотрим решение задачи анализа анизотропийных регуляторов для многомерной дискретной системы с m входами и p выходами и матричной передаточной функцией w , на вход которой поступает дискретный многомерный гауссовский белый шум с нулевым математическим ожиданием и единичной ковариационной матрицей. Тогда средняя анизотропия дискретной последовательности на выходе такой системы определяется следующим выражением

$$\bar{A}(w_\phi) \equiv -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln \det \left\{ \frac{m}{\|w_\phi\|_2^2} \hat{w}_\phi(\omega) [\hat{w}_\phi(\omega)]^* \right\} d\omega.$$

Величина средней анизотропии равна нулю, если дискретная последовательность представляет собой гауссовский белый шум с единичной ковариационной матрицей.

Представим исходную дискретную систему в форме пространства состояний

$$w_\phi = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix},$$

т.е. передаточная функция системы w_ϕ задана в виде A , B , C , D реализации. Тогда средняя анизотропия дискретной последовательности на выходе системы может быть определена следующим образом

$$\bar{A}(w_\phi) \equiv -\frac{1}{2\pi} \ln \det \left[\frac{mT}{\text{tr}\{CPC^T + DD^T\}} \right],$$

где матрица T связана с решением R уравнения Риккати:

$$\begin{aligned} R &= ARA^T + BB^T - LTL^T, \\ T &\equiv CRC^T + DD^T, \end{aligned}$$

$$L \equiv (ARC^T + BD^T)G^{-1},$$

а грамиан управляемости P системы является решением уравнения Ляпунова

$$P = APA^T + BB^T.$$

Для решения уравнения Риккати используется алгоритм для нахождения обобщенных собственных векторов Шура, а для решения уравнения Ляпунова используется алгоритм Шура для унитарной триангуляции матриц.

Для дискретной динамической системы с передаточной функцией w , на вход которой поступает дискретная последовательность, сформированная из гауссовской последовательности с мощностью дискретного фильтра с передаточной функцией w_ϕ вводится анизотропийная норма системы в следующем виде

$$\|w\|_a \equiv \sup \left\{ \frac{\|ww_\phi\|_2}{\|w\|_2}; w_\phi \in w_a \right\}.$$

Анизотропийная норма системы характеризует не анизотропию дискретных последовательностей на входе и выходе системы, а чувствительность системы в среднем к случайным входным последовательностям со средним уровнем анизотропии, равным a . Причем, при нулевой анизотропии ($a = 0$) входной дискретной последовательности анизотропийная норма системы равна H^2 норме системы, а при бесконечной анизотропии ($a \rightarrow \infty$) входной дискретной последовательности анизотропийная норма системы равна H^∞ норме системы, так что имеет место следующее соотношение

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|w\|_2 = \|w\|_0 \leq \lim_{a \rightarrow +\infty} \|w\|_a = \|w\|_\infty.$$

Таким образом, если величина анизотропии входной дискретной системы находятся в диапазоне $0 < a < \infty$, то значение анизотропийной нормы системы $\|w\|_a$ ограничено значениями H^2 и H^∞ норм системы

$$\frac{1}{\sqrt{m}} \|w\|_2 \leq \|w\|_a \leq \|w\|_\infty.$$

Рассмотрим алгоритм вычисления анизотропийной нормы дискретной системы, заданной в пространстве состояний матрицами A , B , C , D . Запишем для этой дискретной системы уравнение Риккати относительно матрицы R в следующем виде

$$R = A^T RA + qC^T C - L^T \Sigma^{-1} L,$$

$$\Sigma \equiv (I_m - qD^T D - B^T RB)^{-1},$$

$$L \equiv \Sigma(B^T RA + qD^T C).$$

Тогда a – анизотропийная норма этой системы может быть определена в виде

$$\|w\|_a = \left\{ \frac{1}{q} \left[1 - \frac{m}{\text{tr}\{LPL^T + \Sigma\}} \right] \right\}^{1/2},$$

где грамиан управляемости P формирующего фильтра

$$w_\Phi = \begin{bmatrix} A + BL & b \Sigma^{1/2} \\ L & \Sigma^{1/2} \end{bmatrix}$$

определяется уравнением Ляпунова

$$P = [A + BL]P[A + BL]^T + B \Sigma B^T.$$

При этом величина анизотропии дискретной случайной последовательности на входе системы равна

$$-\frac{1}{2} \ln \det \left[\frac{m \Sigma}{\text{tr}\{LPL^T + \Sigma\}} \right] = a.$$

Метод решения. Рассмотрим синтез робастного регулятора, минимизирующего анизотропийную норму в форме пространства состояний. Этот регулятор формирует управляющее воздействие на вход системы по ее измеряемому выходу и представляет собой динамический блок типа компенсатора, объединяющий робастный наблюдатель и робастный регулятор.

Обозначим A, B, C, D реализацию исходной системы, замкнутой этим динамическим блоком в следующем виде

$$\mathfrak{Z}(W, W_{ky}) \sim \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & D_{11} \end{bmatrix} \equiv \left[\begin{array}{cc|c} A & B_2 \hat{C} & B_1 \\ \hline \hat{B} C_2 & \hat{A} & \hat{B} D_{21} \\ \hline C_1 & D_{12} \hat{C} & D_{11} \end{array} \right].$$

Рассмотрим уравнение Риккати

$$R = \bar{A}^T R \bar{A} + q \bar{C}^T \bar{C} + L^T \Sigma^{-1} L,$$

$$\Sigma \equiv [I_{m_1} - q D_{11}^T D_{11} - \bar{B}^T R \bar{B}]^{-1},$$

$$L \equiv [L_1 \quad L_2] \equiv \Sigma [\bar{B}^T R \bar{A} + q D_{11}^T \bar{C}].$$

В этом уравнении скалярный параметр q выбирается из полуоткрытого интервала $\left[0; \|\mathfrak{Z}(w, w_{ky})\|_\infty^{-2} \right]$. Если это уравнение Риккати имеет решение, то анизотропия сигнала равна

$$-\frac{1}{2} \ln \det \left[\frac{m_1 \Sigma}{\text{tr}\{LPL^T + \Sigma\}} \right] = a,$$

а эквивалентный формирующий фильтр

$$W_\Phi \sim \left[\begin{array}{cc|c} \bar{A} + \bar{B}L & \bar{B} \Sigma^{1/2} & \\ L & \Sigma^{1/2} & \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} A + B_1 L_1 & B_1 L_2 + B_2 \hat{C} & B_1 \Sigma^{1/2} \\ \hline \hat{B} [C_2 + D_{21} L_1] & \hat{A} + \hat{B} D_{21} L_2 & \hat{B} D_{21} \Sigma^{1/2} \\ L_1 & L_2 & \Sigma^{1/2} \end{array} \right]$$

имеет грамиан управляемости, определяемый уравнением Ляпунова

$$P = [\bar{A} + \bar{B}L]P[\bar{A} + \bar{B}L]^T + \bar{B} \Sigma \bar{B}^T.$$

При этом a – анизотропийная норма системы, замкнутой таким регулятором, равна

$$\| \mathfrak{S}(W, W_{ky}) \|_a = \left\{ \frac{1}{q} \left[1 - \frac{m_1}{\text{tr}\{LPL^T + S\}} \right] \right\}^{1/2}.$$

Рассмотрим уравнение Риккати

$$S = [A + B_1 L_1]S[A + B_1 L_1]^T + B_1 \Sigma B_1^T - \Lambda \Theta \Lambda^T,$$

$$\Theta \equiv [C_2 + D_{21} L_1]S[C_2 + D_{21} L_1]^T + D_{21} \Sigma D_{21}^T,$$

$$\Lambda \equiv [[A + B_1 L_1]S[C_2 + D_{21} L_1]^T + B_1 \Sigma D_{21}^T] \Theta^{-1}.$$

Рассмотрим также уравнение Риккати

$$T = \underline{A}^T T \underline{A}^T + \underline{C}^T \underline{C} - N^T \Pi N,$$

$$\Pi \equiv \underline{B}^T T \underline{B} + D_{12}^T D_{12},$$

$$N \equiv [N_1 \quad N_2] \equiv -\Pi^{-1} (\underline{B}^T T \underline{A} + D_{12}^T \underline{C}),$$

в котором матрицы A, B, C, D реализации имеют следующий вид

$$\left[\begin{array}{cc|c} \underline{A} & \underline{B} & \\ \hline \underline{C} & \underline{D} & \end{array} \right] \equiv \left[\begin{array}{cc|c} A & B_1 M & B_2 \\ 0 & A + B_1 M + B_1 \hat{C} & 0 \\ \hline C_1 & D_{11} M & \underline{D} \end{array} \right].$$

Откуда может быть получена $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ реализация регулятора, оптимизирующего анизотропийную норму.

$$\hat{A} = B_2 \hat{C} + [I_n - \Lambda] \begin{bmatrix} A & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n \\ M \end{bmatrix},$$

$$\hat{B} = \Lambda, \quad \hat{C} = N_1 + N_2.$$

Таким образом, решение задачи стохастической робастной оптимизации сводится к вычислению трех алгебраических уравнений Риккати, уравнения Ляпунова и уравнения специального вида для вычисления уровня анизотропии входного сигнала.

Математическая модель дискретно-континуального объекта управления. Рассмотрим математическую модель объекта управления системы стабилизации танкового вооружения в вертикальной плоскости

следуя работе [1]. Представим танковую пушку в виде твердого тела – казенной части и упругого элемента – ствола, помимо вращения относительно оси цапф, оно совершает упругие колебания. Введем следующие компоненты вектора состояния: угол $\varphi(t)$ отклонения между осью канала ствола и направлением на цель и его производную $\dot{\varphi}(t)$, значение функции $T_0(t)$ в представлении функции $y(x,t)$ характеризующей отклонение точек оси канала ствола от его недеформируемого состояния, а также производную этой функции $\dot{T}_0(t)$, момент стабилизации $M_{co}(t)$ орудия с помощью исполнительного гидроцилиндра и его производную $\dot{M}_{co}(t)$, момент возмущения $M_{bo}(t)$, обусловленный угловой скоростью перемещения корпуса танка в вертикальной плоскости и его производную $\dot{M}_{bo}(t)$, силу возмущения $f_0(t)$, связанную с ускорением корпуса танка относительно его вертикальной оси и его производную $\dot{f}_0(t)$. При этом вектор состояния примет следующий вид

$$\vec{X}_o(t) = \{\varphi(t), \dot{\varphi}(t), T_0(t), \dot{T}_0(t), M_{co}(t), \dot{M}_{co}(t), M_{bo}(t), \dot{M}_{bo}(t), f_0(t), \dot{f}_0(t)\}.$$

Тогда в уравнении состояния возмущенного движения непрерывного дискретно-континуального объекта стабилизации в вертикальной плоскости совместно с уравнениями формирующих фильтров и исполнительного электрогидравлического привода с гидроцилиндром

$$\dot{X}_o(t) = A_o X_o(t) + B_o u(t),$$

матрица состояния примет следующий вид

$$A_o = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & 1 & & & & & & & & \\ \hline & & \frac{a_0 b_0}{\Delta} & -\frac{\xi a_0 b_0}{\Delta} & \frac{c_0}{\Delta} & & \frac{c_0}{\Delta} & & \frac{a_0}{\Delta} & \\ \hline & & & 1 & & & & & & \\ \hline & & \frac{-I_0 b_0}{\Delta} & \frac{-\xi I_0 b_0}{\Delta} & \frac{-a_0}{\Delta} & & \frac{-a_0}{\Delta} & & \frac{I_0}{\Delta} & \\ \hline & & & & & 1 & & & & \\ \hline & & & & \frac{-1}{T_y^2} & \frac{-2\xi}{T_y} & & & & \\ \hline & & & & & & & 1 & & \\ \hline & & & & & & \frac{-1}{T_B^2} & \frac{-2\xi}{T_B} & & \\ \hline & & & & & & & & & 1 \\ \hline & & & & & & & & \frac{-1}{T_f^2} & \frac{-2\xi}{T_f} \\ \hline \end{array}$$

Здесь введено обозначение $\Delta = I_0 c_0 + a_0^2$.

Результаты моделирования. Результаты синтеза робастного управления в значительной степени определяются вектором контролируемых параметров $\vec{z}(t)$. При этом роль весовых матриц играют B_1 и D_{12} . В частности, быстродействие системы в значительной мере определяется отношением значений элементов матрицы B_1 к значениям элементов матрицы D_{12} . Чем выше это отношение, тем меньший "вес" управления $u(t)$ в критерии качества, определяемого вектором контролируемых параметров $\vec{z}(t)$, а, следовательно, и тем больше быстродействие системы управления.

Естественно, что за повышение быстродействия приходится "платить" более энергичным управлением – чем больше быстродействие системы, тем требуется большее значение стабилизирующего момента для приведения системы в согласованное положение. С другой стороны, для реализации робастного управления, по полному вектору состояния строится робастный наблюдатель, с помощью которого восстанавливается весь вектор состояния системы $\vec{x}(t)$ по измеряемому вектору выхода системы $\vec{y}(t)$. Быстродействие наблюдателя в основном определяется отношением элементов матриц B_1 и C_2 к элементам матрицы D_{21} . Это отношение характеризует фактическое отношение сигнал/шум измеряемого вектора выхода системы $\vec{y}(t)$.

Первым этапом в решении задачи многокритериального синтеза является сведение исходной задачи к системе ограничений. Такой этап оправдан в связи с тем, что условия технического задания, как правило, формируются в форме ограничений. Затем после получения такого допустимого решения, удовлетворяющего всем ограничениям целесообразно попытаться улучшить частные критерии, переведя часть либо все ограничения в частные критерии [4]. Схема компромиссов позволяет формально перейти от векторного критерия качества к скалярному. Свертка частных критериев в скалярный, должна отражать степень важности частных критериев в общем скалярном критерии. По существу схема компромиссов не является теорией, а представляет индивидуальный набор предпочтений лица принимающего решение с точки зрения его профессиональной компетенции и, как правило, выполняется эвристически.

В качестве примера на рисунке показаны реализации компонент вектора состояния замкнутой системы: угла $\varphi(t)$ отклонения между осью канала ствола и направлением на цель и его производной $\dot{\varphi}(t)$ и момента стабилизации $M_{co}(t)$ башни с помощью электропривода при случайном изменении возмущающего момента. Таким образом, применение робастных регуляторов позволило получить приемлемые показатели качества для стабилизатора как дискретно-континуального объекта управления с учетом упругих колебаний.

Выводы. Разработана методика многокритериального синтеза стохастического робастного управления приводом вертикального наведения с учетом упругих элементов. С помощью разработанной методики многокритериального синтеза робастных регуляторов удалось получить приемлемые показатели качества и удовлетворить техническим требованиям, предъявляемым к системе. Приведены динамические характеристики синтезированной системы наведения и стабилизации в вертикальной плоскости. Дальнейшее повышение точности стабилизации сдерживается энергетическими ограничениями исполнительного электродвигателя и информационными ограничениями измерителей.

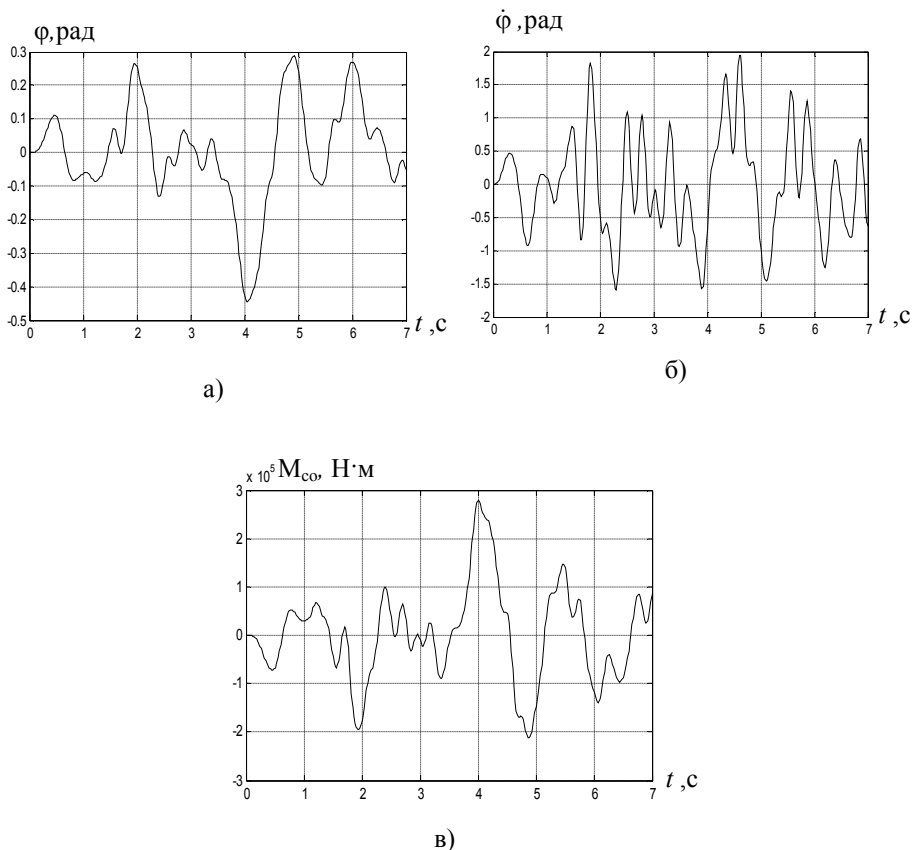


Рис. Изменение угла $\varphi(t)$ отклонения а), производной угла $\dot{\varphi}(t)$ отклонения б) и момента стабилизации $M_{co}(t)$ в) вертикального наведения при случайных внешних воздействиях

Список литературы: 1. *Никитина Т.Б.* Робастное управление системой наведения и стабилизации вооружения легкобронированной машиной // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2007. – № 36. – С. 80 – 88. 2. *Никитина Т.Б.* Робастная стабилизация танкового вооружения. // Вестник НТУ "ХПИ". – 2007. – № 10. – С. 134 – 144. 3. *Никитина Т.Б.* Робастная стабилизация дискретно-континуального объекта // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. Проблеми сучасної електротехніки. Частина 4. – К.: 2007. – С. 60 – 64. 4. *Никитина Т.Б.* Выбор критерия качества робастного управления как задача многокритериальной оптимизации // Вестник НТУ "ХПИ": – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2007. – № 41. – С. 35 – 44. 5. *Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V.* On computing the anisotropic norm of linear discrete-time-invariant systems // Proceedings of the 13 th IFAC Word Congress, San-Francisco, California, USA, June 30 – July 5, 1996. – V. G, Paper IFAC-2d-01.6, 1996. – P. 55 – 67. 6. *Vladimirov I.G., Kurdjukov A.P., Semyonov A.V.* State-space solution to anisotropy-based stochastic H-infinity optimization problem // Proceedings of the 13th IFAC Word Congress, San-Francisco, California, USA, June 30 – July 5, 1996. – V. H, Paper IFAC-3d-01.6, 1996. – P. 115 – 118. 7. *Mariton M., Bertrand P.* A homotopy algorithm for solving coupled Riccati equations // Optimal Control Applications & Methods. – 1985. – V. 6. – P. 57 – 61.

УДК 621.77

Багатокритеріальний синтез анізотропійного регулятора стабілізатора у вертикальній поверхні / Нікітіна Т.Б. // Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – № 13. – С. 94 – 103.

Розроблено метод багатокритеріального синтезу стохастичного робастного керування стабілізатором у вертикальній площині з урахуванням пружних елементів як дискретно-континуальним об'єктом. Наведено приклад динамічних характеристик синтезованої системи. Л.: 1. Бібліогр.: 7 назв.

Ключові слова: багатокритеріальний синтез, анізотропійний регулятор, стабілізатор.

UDK 621.77

A multicriterion synthesis of anisotropic regulator of stabilizer in vertical plane / Nikitina T.B. // Herald of the National Technical University "KhPI". Subject issue: Information Science and Modelling. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2009. – № 13. – P. 94 – 103.

The method of multicriterion control anisotropic synthesis by the vertical square with elastic elements as discrete-continual plant is developed. The example of dynamic characteristics for such system is given. Figs: 1. Refs: 7 titles.

Key words: multicriterion synthesis, anisotropic control, stabilization.

Поступила в редакцію 14.02.2009