

А.И. ПАВЛОВ, к.т.н., доц. каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ"

В.А. ПАВЛОВ, инженер ХНАДУ "ХАДИ"

Р.В. ПРОТАСОВ, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС, НАРЕЗАЕМЫХ МЕТОДОМ ОБКАТА

Отримані залежності для визначення якісних характеристик зубців з різноманітними зацепленнями. Вони можуть застосовуватися при дослідженнях зацеплень із випукло-вогнутим контактом.

In clause formulas for definition of qualitative characteristics of tooth gearings with any gearing are resulted. Factors of overlapping, the specific sliding, the resulted radius of curvature in gearing of teeth are considered. Restrictions to make teeth as thin and maintenance of convexo-concave contact are imposed.

Постановка вопроса. При нарезании зубьев методом обката некоторые параметры зубьев приобретают значения, отличающиеся от характеристик зубьев инструмента. Это радиус кривизны рабочей поверхности, толщина зуба по окружности выступов и некоторые другие (текущий угол зацепления, коэффициент перекрытия, коэффициент удельного скольжения, к.п.д.), которые зависят от числа зубьев нарезаемого колеса и других параметров зубчатой передачи, например, коэффициента разновидности зацепления.

Цель работы – аналитически определить характеристики в зависимости от параметров зубчатого колеса, в первую очередь, от числа зубьев z и коэффициента разновидности k .

Аналитическое определение вышеупомянутых характеристик.

1. Радиус кривизны рабочей поверхности зубьев определяется по формуле

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

если $y(x), y', y''$ – функция и ее производные, описывающие рабочую поверхность зубьев, заданы в общем виде, и

$$\rho = \frac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{x'y'' - x''y'}, \quad (2)$$

если функции и ее производные, описывающие рабочую поверхность зубьев, заданы в параметрическом виде.

Для доплюсовой зоны зубчатого зацепления, т.е. ножки зуба (рисунок 1) на основании основного уравнения зацепления линия зацепления $z(x)$

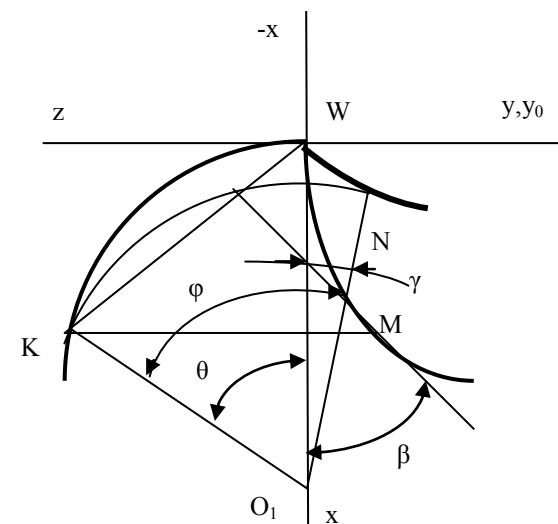


Рисунок 1 – К определению контура нарезаемого зуба в доплюсовой зоне

$$z = x / y'_0, \quad (3)$$

откуда будут получены первая и вторая производные.

$$z' = \frac{x'y'_0 - xy''_0}{y_0'^2}; \quad (4)$$

$$z'' = \frac{(x''y'_0 - xy_0''')y'_0 - 2y_0''(x'y_0'' - xy_0'')}{y_0'^3}, \quad (5)$$

где $y_0(t), y'_0, y''_0, y_0''', x(t), x', x''$ – функции и их производные, описывающие рабочую поверхность зубьев инструмента в параметрическом виде, и

$$z' = \frac{y'_0 - xy_0''}{y_0'^2}; \quad (6)$$

$$z'' = \frac{-xy_0''y'_0 - 2y_0''y'_0 + 2xy_0''^2}{y_0'^3}, \quad (7)$$

где $y_0(t), y'_0, y''_0, y_0'''$ – функции и их производные, описывающие рабочую поверхность зубьев инструмента в общем виде. Положение точки контакта на поверхности нарезаемого зуба находим из условия $r_1 = O_1M = O_1K$, где

$$r_1 = \sqrt{z^2 + (r-x)^2} . \quad (8)$$

Положение точки на профиле зуба определяется углом поворота в положение, когда профиль проходит через полюс передачи, в котором находится начало системы координат

$$\gamma = \varphi - \theta , \quad (9)$$

где положение точки контакта на линии зацепления

$$\theta = \arctg \frac{z}{r-x} , \quad (10)$$

а угол поворота зубчатого колеса

$$\varphi = \frac{z + y_0}{r_1} . \quad (11)$$

Здесь обозначено через r радиус делительной окружности шестерни. Тогда положение точки контакта на профиле нарезаемого зуба определяется по формулам

$$y = r_1 \sin \lambda , \quad x = r - r_1 \cos \gamma . \quad (12)$$

Для определения характеристик потребуется знание производных функции, описывающей профиль нарезаемого зуба y', y'' и x', x'' , если функция задана в параметрическом виде

$$\begin{aligned} y' &= r_1' \sin \lambda + r_1 \cos \gamma \cdot \gamma' , & x' &= r_1' \cos \gamma + r_1 \sin \gamma \gamma' ; \\ y'' &= (r_1'' - r_1 \gamma'^2) \sin \gamma + (r_1 \gamma'' + 2r_1' \gamma') \cos \gamma ; \\ x'' &= (r_1 \gamma'' + 2r_1' \gamma') \sin \gamma - (r_1'' - r_1 \gamma'^2) \cos \gamma / \end{aligned} \quad (13)$$

А если функция, описывающая профиль зуба инструмента, задана в общем виде, то следует положить $x' = 1$; $x'' = 0$.

Производные от угла положения γ соответственно равны:

$$\begin{aligned} \gamma' &= \frac{z' + y_0'}{r_1} - \frac{r_1''(z + y_0) + z'(r-x) - z}{r_1^2} ; \\ \gamma'' &= \frac{z'' + y_0''}{r_1} - \frac{2(z' + y_0')r_1'}{r_1^2} - \frac{r_1'''(z + y_0) + z''(r-x)}{r_1^2} + \\ &+ \frac{r_1'^2(z + y_0) + z'r_1'(r+x) - zr_1'}{r_1^2} , \end{aligned} \quad (14)$$

Производные от текущего радиуса имеют вид:

$$\begin{aligned} r_1' &= \frac{zz' - (r-x)}{r_1} ; \\ r_1'' &= \frac{(z'^2 + zz'')r_1 + x'r_1 - r_1'^2}{r} \end{aligned} \quad (15)$$

Для заплоской зоны (рисунок 2) можно использовать те же формулы (8-13), если учесть абсциссу x со знаком "минус".

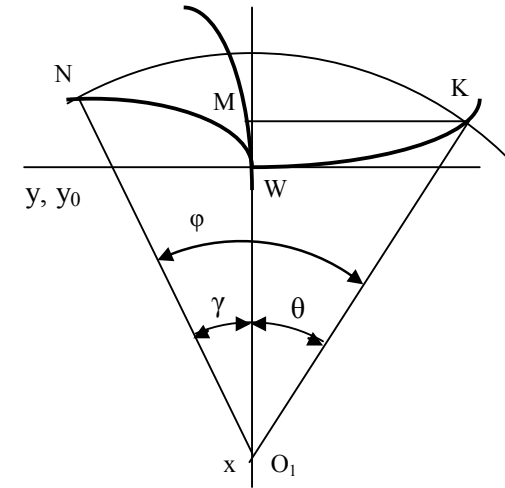


Рисунок.2 – Построение профиля зуба в заплоской зоне

2. Приведенный радиус кривизны. Его значение определяем по формуле

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} , \quad (16)$$

где ρ_1 – радиус кривизны на головке одного из контактирующих зубьев; ρ_2 – радиус кривизны на ножке сопряженного зуба.

Если известна точка контакта $K(z,x)$ и величина радиуса кривизны $\rho_1 = C_1K$ (рисунок 3), а также угол зацепления в полюсе передачи α_0 , то по приведенным ниже формулам можно определить радиус кривизны поверхности, и, как следствие, можно вычислить приведенный радиус кривизны в зацеплении в текущей точке контакта K .

Действительно, $C_1W = C_1K - KW$, т.е. $\rho_1 = C_1W + KW$, где

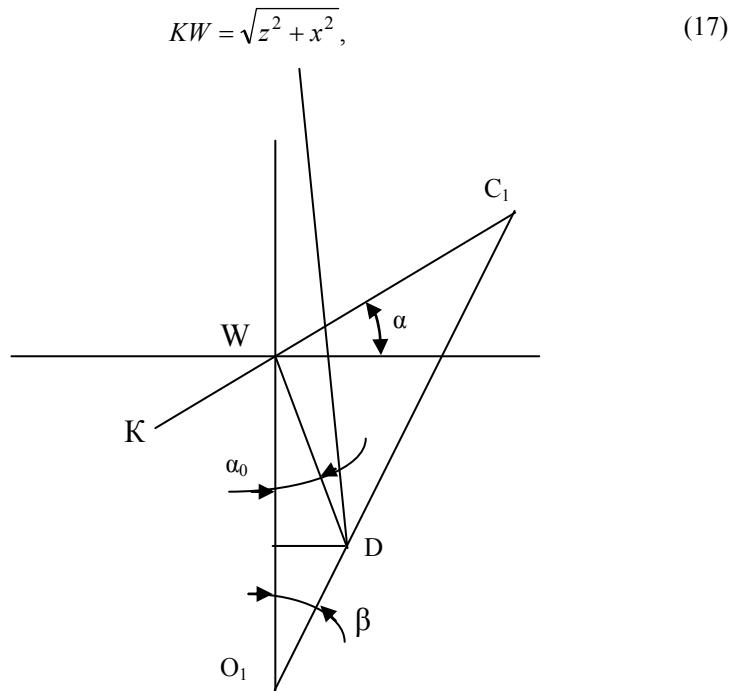


Рисунок 3 – К определению радиуса кривизны поверхности зуба

а расстояние C_1W определяется по теореме синусов

$$\frac{C_1W}{\sin(\alpha_0 + \beta)} = \frac{WD}{\cos(\alpha + \beta)}, \quad (18)$$

где угол смещения определяется по формуле

$$\beta = \text{arctg} \frac{k}{r - k \cdot \text{ctg} \alpha_0}, \quad (19)$$

текущий угол зацепления

$$\alpha = \text{arctg} \frac{x}{z}, \quad (20)$$

а расстояние WD выражается через коэффициент разновидности k

$$WD = k / \sin \alpha_0, \quad (21)$$

3. Коэффициент перекрытия зубчатой передачи состоит из суммы коэффициентов перекрытия допальной и заплальной зон. Коэффициент перекрытия в каждой зоне определяется положением крайней точки контакта, в которой линия зацепления пересекает окружность выступов. В допальной зоне (рисунок 4)

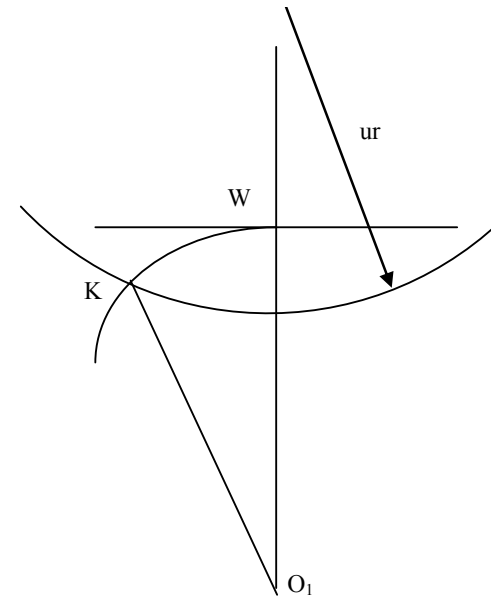


Рисунок 4 – К определению коэффициента перекрытия в допальной зоне

$$\varepsilon_1 = \theta_m / \tau, \quad (22)$$

где угловой шаг определяется числом зубьев z

$$\tau = 2\pi / z, \quad (23)$$

а максимальное значение угла

$$\theta_m = \text{arctg} \frac{z_m}{ur + x_m}, \quad (24)$$

Здесь x_m, z_m – координаты крайней точки K .

В заплальной зоне соответственно

$$\varepsilon_2 = \theta_m / \tau, \quad (25)$$

$$\theta_m = \text{arctg} \frac{z_m}{r + x_m}, \quad (26)$$

4. Ширина зуба по окружности выступов. Если эта величина мала или вообще отрицательна, то приходится говорить о заострении зуба, которое в реальной зубчатой передаче не допустимо.

Ширина зуба по окружности выступов определяется по формуле

$$b_e = 2\left(\frac{\pi r}{z} - y_m\right), \quad (27)$$

где y_m – координата профиля зуба при $x = x_m$.

5. Коэффициент удельного скольжения.

$$\lambda_{ii} = \frac{V_1 - V_2}{V_i}, \quad (28)$$

где $i=1,2$. Значение V_i определяется производной $y'(x)$, если поверхность зуба описана в общем виде, или величиной $y'(t)/x'(t)$ при описании поверхности зуба в параметрическом виде.

6. Коэффициент полезного действия передачи определяется по формуле, приведенной в работе [2]:

$$\eta = 1 - \frac{f}{nr} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\cos \alpha_i}, \quad (29)$$

где l_i – полюсное расстояние, определяемое по (17), α_i – текущий угол зацепления, определяемый по (20); f – коэффициент трения скольжения в зацеплении; n – количество точек вычисления к.п.д. на рабочем участке.

7. Обеспечение выпукло-вогнутого контакта в зацеплении. Такой вид контакта значительно снижает контактные напряжения в зацеплении, для обеспечения чего выбирается значение коэффициента разнovidности из условия [3]

$$k \leq z \sin 2\alpha_0 / 4, \quad (30)$$

Выводы. В статье приведены все необходимые формулы для определения качественных характеристик зубчатого зацепления и передачи в целом.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета «ХПИ». – Вып.10, т.2. – Харьков, 2002. – С.99-102.

Поступила в редколлегию 22.04.09

С.І. ПАСТЕРНАК, аспірант ІМВ ШУ, Штутгарт, Німеччина
Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. ПМ НТУУ "КПІ", Київ, Україна
М.Г. СТОРЧАК, д.т.н., н.с. ІМВ ШУ, Штутгарт, Німеччина
А.В. КРИВОШЕЯ, к.т.н., с.н.с. ІНМ НАНУ, Київ, Україна

ЕКОНОМІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ КОНТУРНОЇ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ З ПЕРІОДИЧНИМИ ПРОФІЛЯМИ ДИСКОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ

Економически обосновано использование контурной обработки дисковыми фрезами для изготовления деталей с периодическими профилями. Для этого с помощью технико-экономического расчета определено себестоимость обработки деталей этим методом и проведено её сравнение с себестоимостью обработки традиционными методами.

A feasibility study of contour machining of parts with the periodic profiles by the disk-shaped milling cutters was conducted. For this purpose a first cost of part's machining was defined by technical-economical computation and was compared with the first costs of machining by the conventional methods.

Деталі з періодичними профілями – круглі і некруглі зубчасті колеса з різними профілями зубів, колеса зубчастих пасових передач, храпові колеса зірочки ланцюгових передач, шліцові вали і т.п. (таблиця 1) – входять в склад більшості машин і механізмів і у той же час є одними з найскладніших для виготовлення деталей. При одиничному та дрібносерійному типах виробництва, які в сучасних умовах всесвітньої економічної кризи і викликаної нею зупинки масового виробництва виходять на передній план і набувають неабиякої ваги, вартість виготовлення таких деталей традиційними методами – копіювання і обкату – є дуже високою. Це зумовлено застосуванням при цих методах обробки спеціального та конструктивно складного інструменту і/або спеціального обладнання.

Одним з рішень проблеми низько-затратного виготовлення деталей такого типу в умовах одиничного та дрібносерійного виробництва є застосування при цьому простих і широко розповсюджених дискових фрез у поєднанні з кінематичними схемами, що забезпечують виготовлення коліс методом контурної обробки, і реалізуються з допомогою універсального обладнання (наприклад, оброблювального центру).

Про перспективність цього методу обробки вже неодноразово йшлося в літературі і доповідалося на конференціях [1-4]. Чимало було зроблено для теоретичного обґрунтування можливості його реалізації, включаючи розробку узагальненої математичної моделі процесу формування [2], математичне моделювання його кінематичних характеристик [3] і розрахунок продуктивності обробки [5]. Однак практично відсутня інформація щодо економічного ефекту від його практичного застосування для виготовлення деталей з періодичними профілями.