

*Н.В. КРЮКОВА*, ассистент, НТУ "ХПИ", Харьков  
*В.С. ЛУПИКОВ*, д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПИ", Харьков  
*Ю.Д. РУДАС*, канд. техн. наук, НТЦ МТО НАН Украины, Харьков  
*С.В. ПЕТРОВ*, гл. инж., НТЦ МТО НАН Украины, Харьков

## **ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММ ДЛЯ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОРЯДКА ЧЕРЕДОВАНИЯ ФАЗ**

Розглянуто особливості побудови і порівняння векторних діаграм для електричного кола з магнітозв'язаним контуром в системі прямо і зворотно обертаючих векторів. По аналогії з операціями над векторами струмів введено операції над векторами магнітних моментів контурів трифазного кола з магнітним зв'язком. Результати використані для теоретичного обґрунтування залежності величини магнітного моменту трифазних електричних кіл з магнітозв'язаним контуром від порядку чергування фаз.

Рассмотрены особенности построения и сравнения векторных диаграмм для электрической цепи с магнитосвязанным контуром в системе прямо и обратно вращающихся векторов. По аналогии с операциями над векторами токов, введены операции над векторами магнитных моментов контуров трехфазной цепи с магнитной связью. Результаты использованы для теоретического обоснования зависимости величины магнитного момента трехфазных электрических цепей с магнитосвязанным контуром от порядка чередования фаз.

**Введение.** При исследованиях по проблеме электромагнитной совместимости для трехфазных электрооборудования, в частности для распределительных устройств (РП), установлена зависимость величины магнитного момента (ММ) от порядка (последовательности) чередования фаз питания [1]. Величины ММ для прямого и обратного порядка чередования фаз в реальных РП существенно отличаются (в 2–3 раза). Первая попытка объяснить зависимость ММ от порядка чередования фаз была предпринята Финкельштейном В.Б. в 1979 году для электрических машин, работающих в режиме реверса [2, 3]. Причина возникновения этого эффекта связывалась с анизотропией ферромагнитного материала магнитной системы реверсивной электрической машины. Такое объяснение этого эффекта не подходит для трехфазных РП с немагнитными шкафами, в которых отсутствует магнитная ани-

зотропия, и вместе с тем имеется зависимость величины магнитного поля от порядка чередования фаз. Проведенные экспериментальные исследования на упрощенной физической модели РП [4] подтвердили, что причиной различия величин ММ при прямой и обратной порядка чередования фаз является асимметричное расположение контуров шинпроводов и рамы РП. В работе [5] этот эффект назван магнитофазным, чтобы отличить его от эффекта, вызванного анизотропией магнитных систем электрооборудования [2]. Теоретическое обоснование этого магнитофазного эффекта для РП дано в работе [6] и строится с использованием метода векторных диаграмм. Прямое использование этого метода сталкивается с определенными сложностями, так как в известной литературе [7, 8] рассматривается только одна последовательность чередования фаз.

**Цель работы** – обоснование применения метода векторных диаграмм для анализа трехфазного электрооборудования при изменении порядка чередования фаз.

**Общие положения.** Для анализа процессов в трехфазных цепях, электрические параметры которых характеризуются синусоидальными зависимостями, используется метод векторных диаграмм, которые строятся на комплексной плоскости  $(1, j)$  [9]. Предполагается, что токи и напряжения участков цепи могут быть представлены на комплексной плоскости векторными величинами, над которыми выполняются операции сложения, вычитания и умножения на множители. Достоинством векторных диаграмм является то, что для любого фиксированного момента времени все вектора являются неподвижными и несут полезную информацию о взаимном расположении этих векторов, величинах временных сдвигов относительно друг друга и дают наглядную графическую интерпретацию законов Кирхгофа.

Поскольку в подавляющем большинстве случаев трехфазная электрическая цепь рассматривается для прямого порядка чередования фаз питания, некоторые допущения метода векторных диаграмм опускаются и их выполнение подразумевается по умолчанию. В частности, не указывается направление вращения осей этих диаграмм либо диаграммных векторов, не подчеркивается отличие диаграммных векторов от физических, имеющих направление в пространстве. В литературе многолетней давности эти моменты оговаривались, сами диаграммы назывались полярными [10] или вращающимися векторными диаграммами [9, 11]. В первом случае амплитуды синусоидальных величин одного периода и отличающиеся временными сдвигами изображаются на полярной плоскости направленными отрезками, расположенными друг от друга под углами этих сдвигов.

Эти отрезки называют *диаграммными векторами* или сокращенно векторами, чтобы подчеркнуть, что эти векторы не имеют ничего общего с физическими векторами, имеющими направление в пространстве и предостеречь от неправильных заключений. При этом мгновенное значение любой синусоидальной величины получается в виде проекции на полярную ось. Во втором случае рассматриваются комплексы (векторы), изображающие гармоническую функцию, и оговаривается, что гармоническая функция не равна комплексу и имеет место только их однозначное соответствие. В этом случае предполагается, что вектор вращается на комплексной плоскости и его мгновенное значение определяется как мнимая часть комплексной функции. В обоих случаях считается, что гармоническая функция характеризуется *двумя* параметрами – амплитудой и фазой. В случае, когда рассматриваются процессы, как для прямо, так и обратно вращающихся векторов необходимо учитывать и *третий* параметр – угловую скорость или циклическую частоту, которая в известной литературе принимается однозначной по умолчанию. В действительности, угловая скорость может принимать два значения: положительное – при вращении диаграммных векторов против часовой стрелки, и отрицательное – при вращении по часовой стрелке. С учетом этого необходимо разработать правила представления синусоидальных функций на векторных диаграммах, пригодных для их сравнения для двух направлений вращения.

В работе рассматриваются особенности построения диаграммных векторов ММ (для одной из компонент пространственного вектора ММ). Эти особенности учитываются при построении векторных диаграмм, их преобразовании, суммировании и сравнении для прямо и обратно вращающихся систем.

**Векторные диаграммы для прямо и обратно вращающихся систем.** Известно [9], что синусоидальная функция вида

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \alpha) \quad (1)$$

соответствует комплексному представлению

$$a(t) = \text{Im} A_m e^{j(\omega t + \alpha)} = \text{Im} [A_m e^{j\alpha} e^{j\omega t}]. \quad (2)$$

В соотношениях (1) и (2)  $A_m$  – амплитуда;  $\omega$  – циклическая частота (скорость вращения [10], угловая скорость);  $\alpha$  – начальная фаза синусоидальной функции.

На рис. 1,а иллюстрируется идея представления синусоидальной функции прямо вращающимся вектором [9]. Построение выполнено на интервале времени  $(0, T/2)$ , где  $T$  – период гармонической функции, для трех точек с фазами  $\omega t_0, \omega t_1, \omega t_2$ . В случае обратного направления вращения вектора из того же начального положения ( $\alpha = \text{const}$ ) диа-

грамма строится по аналогии (рис. 1,б).

В литературе обычно оперируют скалярной величиной угловой скорости, не придавая ей векторного характера, как в механике. Изменение знака угловой скорости в этом случае может быть учтено в формуле синусоидальной функции (1), график которой показан на рис. 1,б:

$$a'(t) = A_m \sin(-\omega t + \alpha). \quad (3)$$

Важно отметить, что полученная синусоида может быть описана эквивалентными синусоидами с использованием свойств тригонометрических функций для одного периода:

$$a'(t) = A_m \sin(-\omega t + \alpha) = -A_m \sin(\omega t - \alpha) = A_m \sin(\omega t + \pi - \alpha). \quad (4)$$

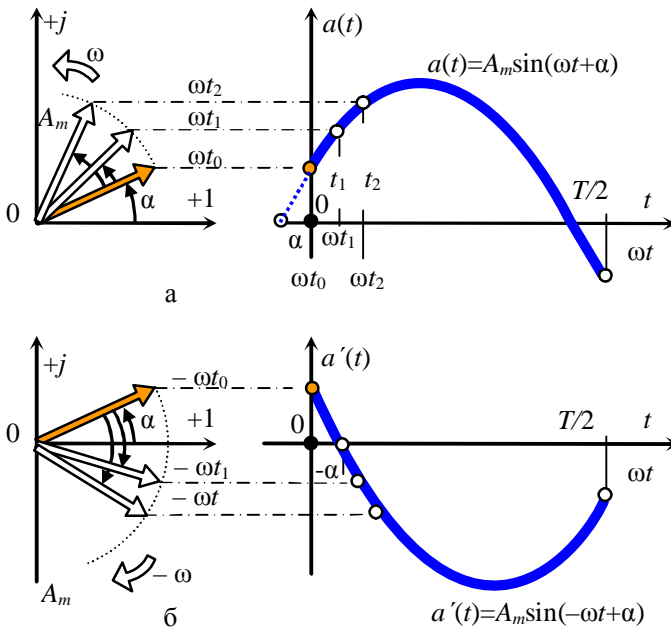


Рис. 1.

Вторая и третья формы этой синусоидальной функции представляют ее в прямо вращающейся системе. Для одной гармонической функции этот момент не является существенным, поскольку на комплексной векторной диаграмме такой вектор рассматривается как неподвижный. В случае системы векторов необходимо оговаривать, о какой форме представления каждой гармонической функции идет

речь, поскольку начальные фазы этих представлений различны, что видно из формулы (4).

Для системы трехфазных синусоидальных токов векторные диаграммы для прямо и обратно вращающихся векторов обычно представляются в виде, показанном на рис. 2. Система трехфазных токов представлена диаграммными векторами трех фаз, комплексные амплитуды которых обозначены  $I_1, I_2, I_3$  и  $I'_1, I'_2, I'_3$  соответственно для прямо и обратно вращающихся систем. Верхняя пара диаграмм соответствует прямо вращающейся системе, нижняя – обратно вращающейся системе векторов. Диаграммы рис. 2,а и в построены для момента времени  $t_0 = 0$ , а диаграммы на рис. 2,б и г – для момента времени  $t_1$ .

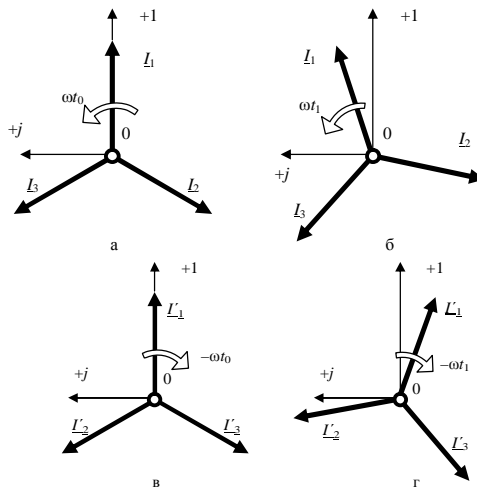


Рис. 2.

Суммирование для симметричных систем трехфазных диаграммных векторов рассматриваемых токов дает ноль, как для прямо, так и обратно вращающихся систем.

Дифференцирование диаграммных векторов для прямо и обратно вращающихся систем дает различный результат. Эта операция встречается, например, при описании ЭДС, индуцируемой в магнитосвязанном контуре рамочной конструкции (рамы) распределительного устройства токами силовой цепи. В соответствии с законом электромагнитной индукции ЭДС  $e_L(t)$ , наведенная в магнитосвязанном контуре током  $i(t)$  силовой цепи, может быть представлена в виде

$$e_L(t) = -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -L \frac{di(t)}{dt}, \quad (4)$$

где  $\Psi(t)$  – полное потокосцепление контура рамы и силовой цепи;  $L$  – взаимная индуктивность контура рамы и силовой цепи.

Полагая, что ток для прямо ( $i(t)$ ) и обратно ( $i'(t)$ ) вращающихся систем описывается синусоидальными функциями с нулевой начальной фазой ( $\alpha = 0$ ) вида:

$$i(t) = I \sin \omega t; \quad (5)$$

$$i'(t) = I \sin(-\omega t); \quad (6)$$

Дифференцирование в соответствии с (4) токов (5) и (6) дает множителем циклическую частоту:

$$e_L(t) = -\omega LI \cos \omega t; \quad (7)$$

$$e'_L(t) = \omega LI \cos \omega t,$$

где  $I$  – амплитуда тока.

Комплексные аналоги для этих ЭДС имеют вид:

$$\underline{E}_L = -j\omega LI e^{-j0} = (\omega LI) e^{-j\frac{\pi}{2}} = E e^{-j\frac{\pi}{2}}; \quad (8)$$

$$\underline{E}'_L = -j\omega LI e^{-j0} = (\omega LI) e^{j\frac{\pi}{2}} = E e^{j\frac{\pi}{2}}, \quad (9)$$

где  $\underline{E}$  – модуль ЭДС рамы.

Сравнение векторов этих диаграмм удобно проводить для некоторых фиксированных моментов времени, когда отдельные диаграммные векторы имеют одинаковые координаты. Например, диаграммы на рис. 2,а и в легче сравнивать, чем диаграммы на рис. 2,б и г.

Векторные диаграммы ЭДС, построенные для прямой и обратной систем вращения векторов, приведены на рис. 3.

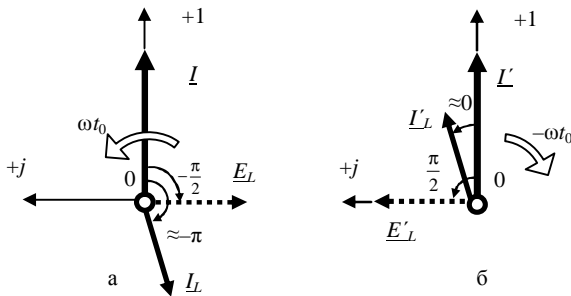


Рис. 3.

Полагая, что активное сопротивление  $R_L$  рамы намного меньше ее реактивного сопротивления, можно считать, что наведенный вихревой ток в раме отстает от ЭДС на угол, близкий к  $\pi/2$  [7]. С учетом этого токи рамки для прямо ( $\underline{I}_L$ ) и обратно ( $\underline{I}'_L$ ) вращающихся систем равны:

$$\underline{I}_L = -\frac{E}{\underline{Z}_L} e^{-j\frac{\pi}{2}} \approx \frac{E}{Z_L} e^{-j\pi} = I_L e^{-j\pi}; \quad (10)$$

$$\underline{I}'_L = -\frac{E}{\underline{Z}_L} e^{j\frac{\pi}{2}} \approx \frac{E_m}{R_L} e^{j0} = I_L e^{j0}, \quad (11)$$

где  $\underline{Z}_L$  – комплексное сопротивление рамы.

Соответствующие построения диаграммных векторов рамы показаны на рис. 3. Как видно из соотношений (10), (11), при изменении направления вращения диаграммные векторы токов рамы меняют направление на противоположное.

Теоретические положения подтверждены экспериментально. Схема экспериментальной установки показана на рис. 4.

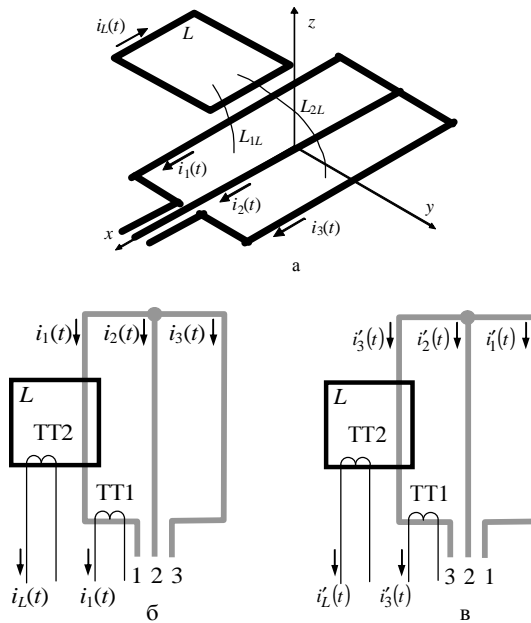


Рис. 4.

На рис. 4,а показано взаимное расположение токопроводов (шин 1, 2, 3) и рамы ( $L$ ), плоскости которых параллельны, причем ось рамы смещена относительно оси токопровода ( $z$ ) – асимметричное расположение токопроводов и рамы. Магнитные связи контуров шинопровода и рамы условно обозначены  $L_{1L}$  и  $L_{2L}$ . На рис. 4,б показана схема контроля токов для прямо вращающейся системы, на рис. 4,в – для обратно вращающейся системы. Изменение направления вращения системы векторов осуществлялось изменением порядка чередования фаз питания с 1-2-3 на 3-2-1. Токи контролировались с помощью измерительных трансформаторов тока ТТ1 и ТТ2 в цепях крайнего шинопровода (левого шинопровода на рис. 4,б,в) и рамы. Выходы трансформаторов тока подключались к двухлучевому осциллографу с синхронизацией сигналов по току шинопровода.

Осциллограммы токов для прямо и обратно вращающихся систем приведены на рис. 5,а,б. Нижняя синусоида на обеих осциллограммах относится к току шинопровода, верхняя – к току рамы.

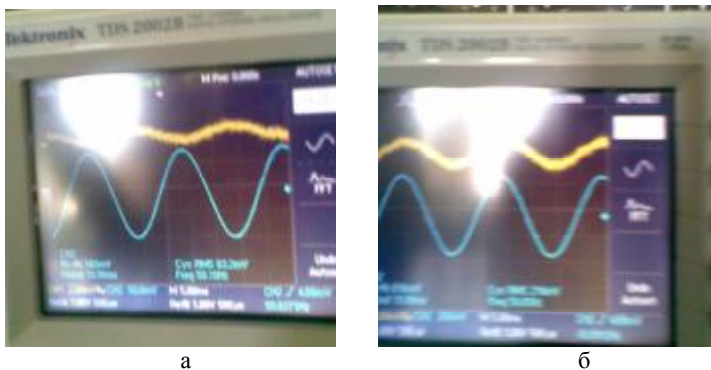


Рис. 5.

На осциллограмме рис. 5,а видно, что синусоиды токов шинопровода и рамы находятся в противофазе, а на осциллограмме рис. 5,б совпадают по фазе (в пределах точности измерения). Тем самым полностью подтверждаются теоретические соотношения для этих токов при изменении направления вращения систем векторов, представленные на рис. 3.

Физическое толкование полученных результатов следующее. Внешнее магнитное поле, создаваемое трехфазной системой токопроводов, может быть трех видов: вращающееся, бегущее и пульсирующее. Два последних могут рассматриваться как частные случаи вращающегося поля. Например, в электрической машине оси системы



трехфазных обмоток образуют трехлучевую звезду с центром на оси ротора и при питании их синусоидальными токами со сдвигом временной фазы на 120 эл. град. создается круговое вращающееся поле; развертка этих обмоток на плоскость дает бегущее поле; в случае, когда обмотки двух фаз располагаются близко (в идеале совпадают) поле превращается в пульсирующее с фазовым сдвигом, равным сдвигу тока третьей фазы. Характерной чертой этих полей является то, что при изменении порядка чередования фаз меняется направление движения поля (вращения, движения или пульсаций). При внесении в это поле замкнутого электропроводящего контура в нем наводится ЭДС по закону электромагнитной индукции. Знак ЭДС, очевидно, меняется на противоположный при изменении направления движения поля. В рассматриваемом случае системы трехфазных токопроводов, расположенных в плоскости, имеет место бегущее поле. Соответственно, при неизменном положении рамки в ней наводится ЭДС, знак которой меняется при изменении порядка чередования фаз. Как следствие, меняется на противоположное и направление тока рамки. Исходя из физических соображений можно показать, что это свойство сохраняется и для многоконтурных рамочных конструкций, положение которых в пространстве не меняется, так как коэффициенты взаимных индуктивностей контуров системы трехфазных токопроводов и рамы остаются постоянными. Изменение знаков ЭДС контуров рамочной конструкции объясняется в этом случае сменой направлений локальных магнитных потоков на противоположные.

**Векторные диаграммы для магнитных моментов.** При использовании метода векторных диаграмм для ММ используется ряд допущений, обусловленных тем, что ММ определяется как пространственный вектор:

- векторные диаграммы для ММ рассматриваются как геометрические представления для диаграммных векторов ММ;
- векторные диаграммы строятся отдельно для каждой компоненты пространственного вектора ММ;
- проекция вектора ММ определяется как произведение тока на проекцию вектора площади пространственного контура, обтекаемого этим током;
- операции сложения, вычитания, умножения на скаляр и дифференцирования для диаграммных векторов ММ водятся по аналогии с диаграммными векторами токов.

В качестве примера рассматривается плоский трехфазный шинопровод, схема которого приведена на рис. 4,а. Для представления диа-

граммного ММ в виде системы симметричных составляющих введен проводник (0) с нулевым током (рис. 6,а). Этот проводник является общим для системы трех независимых контуров (рис. 6,б-г), обтекаемых фазными токами, которые представлены комплексными амплитудами  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$ ,  $\underline{I}_3$ . Векторы ММ этих контуров направлены вдоль оси  $z$ , перпендикулярно их плоскости и имеют по одной компоненте  $M_{1z}$ ,  $M_{2z}$ ,  $M_{3z}$ .

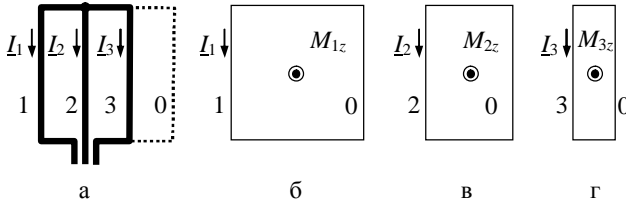


Рис. 6.

Значение компоненты ММ контура в комплексном виде определяется как произведение тока и проекции вектора его площади. Для рассматриваемых контуров компоненты ММ в направлении оси  $z$  определяются соотношениями вида:

$$\underline{M}_{kz} = \underline{I}_k S_{kz} \quad (k=1,2,3), \quad (12)$$

где  $\underline{M}_{kz}$  – комплексная амплитуда компоненты ММ  $k$ -го контура;  $\underline{I}_k$  – ток контура;  $S_{kz}$  – проекция вектора площади контура.

Суммирование составляющих диаграммных векторов ММ и токов проводится аналогично:

$$\underline{M}_z = (\underline{M}_{1z} + \underline{M}_{2z} + \underline{M}_{3z}) = (\underline{I}_1 S_{1z} + \underline{I}_2 S_{2z} + \underline{I}_3 S_{3z}). \quad (13)$$

В соответствии с принятыми допущениями, для этих векторов построена векторная диаграмма на рис. 7, на которой показан и суммарный ММ. Диаграммные векторы контуров обозначены  $\underline{M}_{1z}$ ,  $\underline{M}_{2z}$ ,  $\underline{M}_{3z}$ , а результирующий вектор  $\underline{M}_z$ . Построение выполнено для момента времени  $t_0$ , когда диаграммный вектор тока первого контура направлен по действительной оси, а направление вращения векторов – прямое.

Преобразование векторных диаграмм ММ связано с тем, что введение дополнительных нулевых проводников, выбор независимых контуров схемы – неоднозначные операции. Основное требование при этом – суммарный ММ цепи не должен меняться. Для примера рассматриваются два варианта выбора системы независимых контуров этой же цепи.

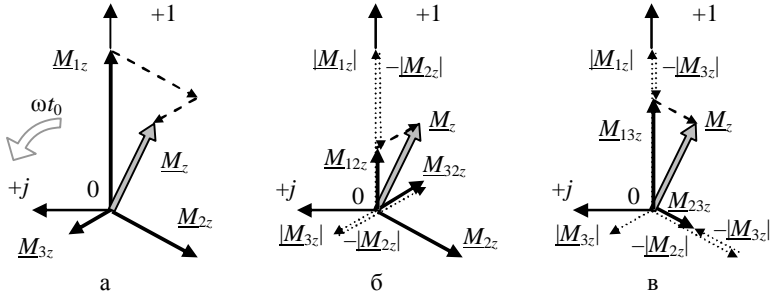


Рис. 7.

*Вариант 1.* В качестве независимых выбраны два крайних контура с токами  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_3$ . Этот вариант получен при совмещении нулевого проводника с токопроводом 2 средней фазы. Учитывая, что для узла этой схемы сумма токов равна нулю, ток среднего токопровода равен

$$\underline{I}_2 = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_3). \quad (14)$$

Цепочка преобразований суммарного диаграммного ММ (13) с учетом (14) имеет вид

$$\begin{aligned} \underline{M}_z &= (\underline{I}_1 S_{1z} + \underline{I}_2 S_{2z} + \underline{I}_3 S_{3z}) = (\underline{I}_1 S_{1z} + (-\underline{I}_1 - \underline{I}_3) S_{2z} + \underline{I}_3 S_{3z}) = \\ &= \underline{I}_1 (S_{1z} - S_{2z}) + \underline{I}_3 (S_{3z} - S_{2z}) = \underline{I}_1 S_{12z} + \underline{I}_3 S_{32z} = \\ &= (\underline{M}_{12z} + \underline{M}_{32z}). \end{aligned} \quad (15)$$

В соотношениях (15)  $\underline{M}_{12z}$ ,  $\underline{M}_{32z}$  – диаграммные векторы ММ контуров с токопроводами соответственно 1-2 и 3-2,

$$\underline{M}_{12z} = \underline{I}_1 (S_{1z} - S_{2z}) = \left( |\underline{M}_{1z}| - |\underline{M}_{2z}| \right) e^{j\alpha_{I1}} = \left( |\underline{M}_{1z}| - |\underline{M}_{2z}| \right) e^{j0} \quad (16)$$

$$\underline{M}_{32z} = \underline{I}_3 (S_{3z} - S_{2z}) = \left( |\underline{M}_{3z}| - |\underline{M}_{2z}| \right) e^{j\alpha_{I3}} = \left( |\underline{M}_{1z}| - |\underline{M}_{2z}| \right) e^{-j2\pi/3},$$

где  $S_{12z}$ ,  $S_{32z}$ ,  $S_{1z}$ ,  $S_{2z}$ ,  $S_{3z}$  – проекции векторов площадей этих, скалярные величины;  $\alpha_{I1}$ ,  $\alpha_{I3}$  – фазы диаграммных векторов токов  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_3$ .

Как видно из соотношений (16), амплитуды векторов пропорциональны площадям контуров, образованных токопроводами цепи. Величины этих моментов получаются алгебраическим вычитанием ММ фаз, а направление на диаграмме соответствует направлению диаграммного вектора тока. Преобразование этих диаграммных векторов показано на рис. 7,б.

*Вариант 2.* В качестве независимых выбраны два контура, обтекаемые токами  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_2$ . Этот вариант получен при совмещении нулевого проводника с токопроводом 3 крайней фазы. С учетом того, что ток

токопровода 3 выражается через токи независимых контуров и равен  $\underline{I}_3 = -(\underline{I}_1 + \underline{I}_2)$ , цепочка преобразований суммарного диаграммного ММ имеет вид

$$\begin{aligned} \underline{M}_z &= (\underline{I}_1 S_{1z} + \underline{I}_2 S_{2z} + \underline{I}_3 S_{3z}) = (\underline{I}_1 S_{1z} + \underline{I}_2 S_{2z} + (-\underline{I}_1 - \underline{I}_2) S_{3z}) = \\ &= \underline{I}_1 (S_{1z} - S_{3z}) + \underline{I}_2 (S_{2z} - S_{3z}) = \underline{I}_1 S_{13z} + \underline{I}_2 S_{23z} = \\ &= (\underline{M}_{13z} + \underline{M}_{23z}). \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогичные преобразования диаграммных векторов ММ для этого варианта приведены на рис. 7,в.

Как видно на диаграммах рис. 7, составляющие ММ существенно отличаются по величине и направлению, а суммарный диаграммный ММ остается постоянным. В основном это зависит от начального выбора системы независимых токовых контуров цепи.

Такие же диаграммы могут быть построены и для обратного направления вращения системы векторов.

**Векторные диаграммы магнитного момента трехфазной цепи при изменении порядка чередования фаз.** При качественном анализе используется схемы расположения токопроводов и рамы, приведенные на рис. 4,б,в для прямого и обратного порядка чередования фаз соответственно. В качестве независимых контуров при построении диаграмм выбраны два крайних контура с токами  $\underline{I}_1$  и  $\underline{I}_3$ , поскольку этот вариант характеризуется равными по величине площадями контуров и, соответственно, амплитудами ММ для компонент в направлении оси  $z$  (рис. 7,б). Изменение последовательности чередования фаз осуществляется путем изменения между собой фаз питания крайних шин проводов. При построении диаграмм за начало отсчета принят момент времени  $t_0$ , когда вектор тока и ММ контура, ближайшего к контуру рамы, направлены по действительной оси. Рассматриваются диаграммные векторы ММ для компонент вдоль оси  $z$  (индекс  $z$  для краткости записи опущен). Построение проводится для трех диаграммных вектора и их суммы: ММ двух независимых контуров силовой цепи, ММ рамы и суммарного ММ при прямом и обратном порядке чередования фаз, обозначенных соответственно  $(\underline{M}_{12}, \underline{M}_{32}, \underline{M}_L, \underline{M}_\Sigma)$  и  $(\underline{M}'_{12}, \underline{M}'_{32}, \underline{M}'_L, \underline{M}'_\Sigma)$ . Величины составляющих ММ выбраны из физических соображений; в частности, для асимметричного расположения контуров шин проводов и рамы предполагалось, что  $L_{1L} \gg L_{2L}$ , и фазовый сдвиг ЭДС и тока определяется в основном первым контуром.

Результирующие ММ представляются в виде соотношений:

$$\underline{M}_\Sigma = (\underline{M}_{12} + \underline{M}_{32}) + \underline{M}_L = \underline{M}_c + \underline{M}_L; \quad (18)$$

$$\underline{M}'_{\Sigma} = (\underline{M}'_{12} + \underline{M}'_{32}) + \underline{M}'_L = \underline{M}'_c + \underline{M}'_L, \quad (19)$$

где  $\underline{M}_{\Sigma}$ ,  $\underline{M}'_{\Sigma}$  – результирующие ММ при прямом и обратном порядке чередования фаз;  $\underline{M}_c$ ,  $\underline{M}'_c$  – ММ контуров силовой цепи.

Соотношения между составляющими ММ силовой цепи для прямого и обратного порядка чередования фаз определяются по аналогии с соотношениями (15). Для выбранных независимых контуров и принятого начала отсчета (момента времени  $t_0 = 0$ ) величины площадей и токи описываются соотношениями:

$$S_{12} = S'_{12}; \quad S_{32} = S'_{32}; \quad (20)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_3; \quad \underline{I}_3 = \underline{I}'_1. \quad (21)$$

С учетом этого амплитуды ММ  $\underline{M}_c$  и  $\underline{M}'_c$  равны:

$$\underline{M}_c = \underline{I}_1 S_{12} + \underline{I}_3 S_{32} = (\underline{M}_{12} + \underline{M}_{32}); \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \underline{M}'_c &= \underline{I}'_3 S'_{12} + \underline{I}'_1 S'_{32} = (\underline{M}'_{12} + \underline{M}'_{32}) = \\ &= \underline{I}_1 S_{12} + \underline{I}_3 S_{32} = (\underline{M}_{12} + \underline{M}_{32}) = \underline{M}_c. \end{aligned}$$

С учетом соотношений для токов рамы (10) и (11) при прямом и обратном порядке чередования фаз, диаграммные векторы  $\underline{M}_L$  и  $\underline{M}'_L$  равны:

$$\underline{M}_L = \underline{I}_L S_L \approx I_L S_L e^{-j\pi} \approx M_L e^{-j\pi}; \quad (23)$$

$$\underline{M}'_L = \underline{I}'_L S_L = -\underline{I}_L S_L \approx I_L S_L e^{-j0} \approx M_L e^{-j0} = -\underline{M}_L,$$

где  $S_L$  – проекция вектора площади;  $M_L$  – амплитуда компоненты ММ рамы.

Векторные диаграммы ММ, отвечающие соотношениям (18) и (19) с учетом (20) и (22) показаны на рис. 8, а,б.

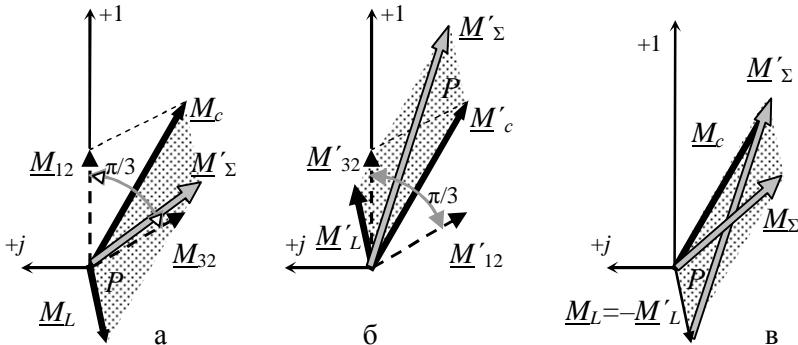


Рис. 8.

Как видно на диаграммах, векторы ММ силовой цепи и рамы обра-

зуют параллелограммы  $P$ , диагонали которых определяют суммарные ММ для прямо и обратно вращающихся систем векторов. Для сравнения на рис. 8, в эти векторы построены в виде одной общей диаграммы, которую можно назвать векторной моделью.

Следует заметить, что такое построение условно, поскольку векторы этих диаграмм именно при таком взаимном расположении можно рассматривать только для оговоренного момента времени.

**Анализ магнитных моментов при симметричном расположении токопроводов и рамки.** На рис. 9 показано симметричное расположение токопроводов физической модели и рамки. Токи и номера шин проводов при прямом и обратном порядке чередования фаз отмечены соответственно без штриха и верхним штрихом.

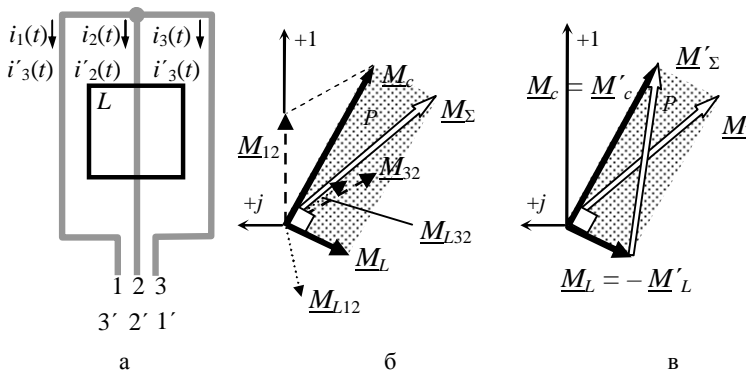


Рис. 9.

Поскольку контуры шин проводов и рамки располагаются симметрично, при определении ЭДС и тока рамки необходимо учитывать составляющие ЭДС от обоих контуров. Выполняя операции, аналогичные соотношениям (8) и (9), можно записать соотношения для комплексных амплитуд ЭДС, наведенной в рамке при прямом и обратном порядке чередования фаз:

$$\underline{E}_L = \underline{E}_{L12} + \underline{E}_{L32} = E e^{-j\frac{\pi}{2}} + E e^{j\frac{\pi}{6}} = E e^{-j\frac{\pi}{6}}; \quad (24)$$

$$\underline{E}'_L = \underline{E}'_{L32} + \underline{E}'_{L12} = E e^{j\frac{\pi}{2}} + E e^{j\frac{7\pi}{6}} = E e^{j\frac{5\pi}{6}}.$$

где  $\underline{E}_{L12}$ ,  $\underline{E}_{L32}$  – составляющие комплексной амплитуды.

С учетом (24) могут быть выполнены преобразования для составляющих токов рамки  $\underline{I}_{L12}$ ,  $\underline{I}_{L32}$ ,  $\underline{I}'_{L12}$ ,  $\underline{I}'_{L32}$ , аналогично соотношениям (10) и (11), составляющих ММ рамки  $\underline{M}_{L12}$ ,  $\underline{M}_{L32}$ ,  $\underline{M}'_{L12}$ ,  $\underline{M}'_{L32}$ , (23) и результирующих ММ  $\underline{M}_\Sigma$ ,  $\underline{M}'_\Sigma$  при прямом и обратном порядке чередования фаз. Из-за громоздкости они не приводятся. При этом оказывается, что диаграммные векторы токопровода ( $\underline{M}_c$ ,  $\underline{M}'_c$ ) и рамки ( $\underline{M}_L$ ,  $\underline{M}'_L$ ) сдвинуты на угол  $\pm\pi/2$ . На рис. 9,б построены векторные диаграммы для перечисленных составляющих ММ рамки, силовой цепи и результирующего ММ при прямом порядке чередования фаз (прямой угол обозначен квадратиком). Сравнение диаграмм при асимметричном (рис. 8,а) и симметричном (рис. 9,б) показывает, что параллелограмм  $P$  превращается в прямоугольник, диагонали которого равны. Диаграмма для этого случая показана на рис. 9,в. Следовательно, результирующий ММ при симметричном расположении контуров токопроводов и рамки не зависит от последовательности чередования фаз и магнитофазный эффект исчезает.

**Обсуждение полученных результатов.** Применение векторных диаграмм для анализа ММ трехфазной системы контуров с магнитными связями позволило объяснить магнитофазный эффект. Это стало возможным только благодаря строгому порядку построения векторов на комплексной плоскости с учетом направления вращения системы векторов, фазовых сдвигов, а также выбора момента времени для отображения диаграмм. Неожиданным фактом для токов и ЭДС магнитосвязанного контура рамки оказалась смена их направления (знака) при изменении порядка чередования фаз токов трехфазной системы токопроводов. Приведенные в статье диаграммы подкрепляются известными математическими соотношениями, на основе которых возможен непосредственный расчет ММ. Следует обратить внимание, что если не учитывать смену знака ЭДС и тока магнитосвязанного контура (рамки), то результат расчета ММ (а в общем случае магнитного поля) будет ошибочным [12].

Метод векторных диаграмм обычно применялся для токов и напряжений электрических схем и его прямое применение для отображения соотношений для ММ может вызывать неточности для отдельных составляющих. В частности, введение в схему "фиктивного" нулевого провода, не меняющее соотношений для электрических параметров, приводит к неоднозначности описания составляющих ММ. В предельном случае удаления этого проводника на бесконечность нельзя определить результирующий ММ цепи. Это указывает на необходимость более строгого обоснования использования введения "фиктив-

ных" проводников в каждом конкретном случае и проведения дополнительных теоретических обоснований.

Полученное обоснование магнитофазного эффекта указывает на то, что его можно наблюдать в трехфазном электрооборудовании любого вида, в том числе в электрических машинах, полупроводниковых преобразователях, трансформаторах, распределительных щитах. Основными условиями его существования является наличие электропроводящих пассивных контуров и их асимметричное расположение относительно токовых контуров.

### **Выводы.**

1. Показана возможность использования метода векторных диаграмм для отображения компонент пространственного вектора ММ трехфазного электрооборудования в виде диаграммных векторов амплитуд на комплексной плоскости. Достоинство этого метода в том, что выполнение наиболее часто встречающихся операций над диаграммными векторами ММ, включая суммирование и умножение на скаляр, не отличается от соответствующих операций над токами и напряжениями цепи. Однако при использовании "фиктивных" проводников с нулевым током и оговоренной пространственной геометрией возникает неоднозначность представления составляющих диаграммных векторов при постоянстве суммарного ММ цепи. Поэтому получаемые при этом результаты необходимо анализировать с учетом этой многозначности.

2. Метод векторных диаграмм применен для анализа ММ трехфазной цепи с магнитными связями контуров для прямого и обратного порядка чередования фаз. Показаны особенности построения векторных диаграмм, которые заключаются в том, что: 1) система независимых контуров цепи не должна меняться при изменении порядка чередования фаз; 2) при изменении порядка чередования фаз диаграммные векторы, определяемые дифференцированием токов по времени, меняют направление на противоположное (подтверждено экспериментально); 3) сравнение векторных диаграмм при прямой и обратной последовательности чередования фаз необходимо проводить при условии, что фаза базового вектора не меняется.

3. С использованием метода векторных диаграмм исследована зависимость ММ трехфазного электрооборудования от порядка чередования фаз, названная магнитофазным эффектом. В качестве источников ММ рассмотрены контуры с токами силовой цепи и электропроводной рамы. Доказано, что основными причинами магнитофазного эффекта являются зависимость направления (знака) ЭДС и тока, индук-



цированных токами силовой цепи в контурах рамы, от порядка чередования фаз токов силовой цепи и асимметричное расположение контуров силовой цепи и рамы. Предложена векторная модель источников магнитного поля трехфазного электрооборудования, объясняющая существование и исчезновение магнитофазного эффекта. Модель представлена параллелограммом, стороны которого равны составляющим ММ токов независимых контуров силовой цепи и рамы, а диагонали определяют ММ электрооборудования при прямом и обратном порядке чередования фаз. Различие длин этих диагоналей количественно характеризуют магнитофазный эффект. При симметричном расположении контуров силовой цепи и рамы параллелограмм превращается в прямоугольник с равными диагоналями и магнитофазный эффект исчезает.

**Список литературы:** 1. *Розов В.Ю., Ерисов А.В., Луников В.С.* Особенности снижения внешних магнитных полей распределительных устройств и полупроводниковых преобразователей: Препр. / НАН Украины. Ин-т электродинамики; №791. – К.: 1996. – 47 с. 2. Трехфазная асинхронная реверсивная электрическая машина: А.с. 864448 СССР, МКИ Н 02 К 17/12 / И.З. Скрыпин, В.Б. Финкельштейн. – №2788868/24-07; Заявлено 17.05.79; Опубл. 15.09.81, Бюл. № 34. – 3 с. 3. *Скрыпин И.З., Финкельштейн В.Б.* Об изменении внешнего магнитного поля электрической машины при изменении направления вращения // Электричество. – 1979. – №3. – С. 40-41. 4. *Луников В.С., Крюкова Н.В., Гетьман А.В., Рудас Ю.Д., Ерисов А.В., Ивлева Л.Ф.* Экспериментальное подтверждение магнитофазного эффекта для трехфазного электрооборудования // Вісник НТУ "ХПИ". – 2008. – № 40. – С. 84-94. 5. *Луников В.С., Крюкова Н.В., Гелярская О.А., Варшамова И.С.* Влияние рамочной конструкции электрооборудования на его магнитное поле // Электромеханические преобразователи энергии: Материалы Международной науч.-техн. конф. 20-22 октября 2005 г. Томск: ТПУ, – 2005. – С. 66-69. 6. *Крюкова Н.В., Гелярская О.А., Данько В.Г., Луников В.С., Серeda А.Г.* Методика определения магнитного момента рамочной конструкции электротехнического устройства // Електротехніка і електромеханіка. – 2005. – №2. – С. 81-86. 7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1973. – 752 с. 8. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. 9. Теоретические основы электротехники. Учебник для вузов. В трех т. Под общей ред. К.М. Поливанова. Т. 1. К.М. Поливанов. Линейные электрические цепи с сосредоточенными параметрами. – М.: Энергия, 1972. – 240 с. 10. *Костенко М.П.* Электрические машины. – М.: Л.: – Государственное энергетическое издательство, 1944. – 815 с. 11. *Понов В.С., Николаев С.А.* Общая электротехника с основами электроники. – Энергия, 1976. – 568 с. 12. *Байда Е.И.* К вопросу об эквивалентности замены части трехфазного токопровода магнитным моментом // Електротехніка і електромеханіка. – 2009. – №2. – С. 66-69.



**Крюкова Наталья Валерьевна**, ассистент кафедры общей электротехники Национального технического университета "Харьковский политехнический институт". Защитила диплом инженера по специальности динамика и прочность машин в 1995 г. С 2001 г. работает в области магнетизма технических объектов. Научные интересы связаны с магнетизмом технических объектов.



**Лушков Валерий Сергеевич**, профессор, доктор технических наук. Защитил диплом инженера, диссертации кандидата и доктора технических наук в Харьковском политехническом институте по специальности электрические машины и аппараты, соответственно в 1973, 1987 и 2004 гг. С 1973 по 1998 гг. работал в области магнетизма технических объектов. Заведующий кафедрой "Электрические аппараты" Национального технического университета "Харьковский политехнический институт" с 2005 г. Научные интересы связаны с проблемами электромагнитной совместимости технических средств, магнетизмом технических объектов, магнитной левитацией, физическими полями электрических аппаратов.



**Рудас Юрий Данилович**, канд. техн. наук, старший научный сотрудник Научно-технического центра магнетизма технических объектов НАН Украины, Харьков. Окончил Харьковский государственный университет им. М. Горького в 1972 г. по специальности радиофизика. Научные интересы связаны с проблемами магнетизма технических объектов и магнитной экологии.



**Петров Сергей Васильевич**, главный инженер Научно-технического центра магнетизма технических объектов НАН Украины, Харьков.. магнетизмом технических объектов Окончил Харьковский государственный университет им. М. Горького в 1972 г. по специальности радиофизика. Научные интересы связаны с проблемами магнетизма технических объектов и магнитных измерений.

*Поступила в редколлегию 10.03.2009*