

ментации, хранению и просмотру данных. Такой вариант предусматривает использование единой базы данных для хранения любой информации, что является неоспоримым преимуществом.

По результатам исследований, проведенных независимой консалтинговой фирмой AMR Research [15], решения Windchill наиболее полно удовлетворяют требованиям, которые предъявляются к общекорпоративным PLM-системам. Они позволяют объединить в себе и управлять всей информацией о структуре продукта и о его разработке: от концепции – до сдачи в производство, от изготовления отдельных экземпляров – до его вывода из эксплуатации. Windchill отвечает требованиям ISO 9000:2000 по идентификации и прослеживаемости и имеет русскоязычный интерфейс пользователя.

Использование решений Teamcenter приводит к фактическому использованию семи различных систем и, соответственно, баз данных для хранения, которые в некоторых случаях не могут корректно обмениваться данными. Только Teamcenter 2009 должен иметь одну платформу, но уйдет еще много времени для создания единой работоспособной системы. Тогда как Windchill изначально создавался как единое хранилище для работы с данными.

Примеры существенных проблем совместимости версий продуктов Dassault Systems приводились выше. К тому же цены на эти продукты примерно на порядок выше цен ПО фирмы PTC.

Немаловажным фактором выбора PLM-системы является ценовая политика внедрения и сопровождения PLM-системы компанией-разработчиком. Поскольку эти данные являются конфиденциальными, то авторы статьи могут позволить себе только указать на сравнительные порядки цен исходя из своего опыта. На Украине эти цены для PTC в несколько раз ниже в сравнении с Dassault Systems и Siemens PLM Software. Причина кроется в отсутствии у Dassault Systems и Siemens PLM Software украинских партнерских фирм, которые занимаются исключительно внедрением продуктов этих компаний. У компании PTC такой фирмой является ООО «ТЕХНОПОЛИС» (г. Киев).

9. Выводы. Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что платформа Pro/ENGINEER – Pro/Mechanica – Windchill – Windchill MPMLink – «Вертикаль» имеет преимущества над платформами UG-Teamcenter и CATIA-ENOVIA-SmarTeam-DELMIA для ее применения в Комплексной Системе Автоматизации машиностроительного предприятия.

Итак, вывод о предпочтительном выборе CAD, CAM, CAE, CAPP, PDM, PLM систем следующий:

- CAD-система – система Pro/ENGINEER (разработчик – фирма PTC);
- CAM-система – модуль системы Pro/ENGINEER от PTC;
- CAE-система – модуль системы Pro/ENGINEER – система Pro/MECHANICA от PTC;
- CAPP-система – система MPMLink (разработчик – фирма PTC) и система «Вертикаль» (разработчик – фирма АСКОН);
- PDM-система – модуль системы Windchill – PDMLink от PTC;

- PLM-система – модуль системы Windchill – ProjectLink от PTC.

Дополнительно к выбору вышеуказанных систем считаем также необходимым применение программ Arbortext IsoDraw (создание и просмотр технических иллюстраций) и Mathcad (выполнение и документирование инженерных и научных расчетов), поставщиком которых также является фирма PTC.

В настоящее время на пяти машиностроительных предприятиях АО «У.П.Э.К.» (г. Харьков) выполняются работы по внедрению ПО интегрированной цепочки КСА: Pro/ENGINEER – Pro/Mechanica – Windchill – Windchill MPMLink – Вертикаль [16]. Предпочтение системе Вертикаль, в сравнении с системой TechCard, было сделано из-за необходимости применения еще одной PLM-системы – Search для функционирования TechCard и более простой в реализации стыковки Windchill с системой «Вертикаль» через систему Windchill MPMLink.

Список литературы: 1. Зыков О. Промышленная автоматизация: движение от САПР к PLM. – IT News. – 2005. - №8. – С.22-23. 2. PLM-CALS технологии – компьютерный инжиниринг. Доступно на <http://cae.ustu.ru/cont/soft/plm.htm>. 3. Обзор САПР: вчера и сегодня. Доступно на http://www.mashportal.ru/solutions_development-162.aspx. 4. Басов К. ANSYS для конструкторов. – М.: ДМК-Пресс, 2009. – 248 с. 5. Красильников А.А., Ямаев И.Е. CAD/CAM/CAPP ADEM как средство проведения технологического аудита на предприятиях ОПК // САПР и графика. - 2008. -№5. – С.22-27. 6. Беззуб А., Чилингаров К. «Старый новый» метод автоматизации проектирования техпроцессов // САПР и графика. - 2006. -№6. – С.10-16. 7. Бехер П., Травин А. TechnologiCS: опыт внедрения в ЗАО «ВолгАэро» // САПР и графика. - 2006. - №11. – С.16-19. 8. Денисов С.Ю. Комплексный подход к автоматизации процессов технологической подготовки производства – новый этап развития ОАО «НПО «Сатурн» // САПР и графика. - 2006. - №12. – С.98-104. 9. Взгляд в будущее. Итоги форума "Белые ночи САПР 2005". Доступно на http://ascon.ru/press/articles/items/?art_id=116. 10. Гореткина Е. Рынок PLM: бочка меда и ложка дегтя // PC Week/RE №45. - 2007. - Доступно на: <http://www.pcweek.ru/themes/detail.php?ID=104395>. 11. Прорыв: PLM замахнулись на популярность ERP – Доступно на <http://www.m3system.ru/pubs/plm.html>. 12. АСКОН – комплексные решения для автоматизации инженерной деятельности и управления производством CAD/AEC/PLM. – Доступно на <http://ascon.ru/>. 13. Product Lifecycle Management. Vendors in the PLM World. – Доступно на <http://www.johnstark.com/epw4.html>. 14. Норенков И.П., Кузьмин П.К. Информационная поддержка наукоемких изделий. CALS-технологии. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. – 320 с. 15. Research and Advice for Supply Chain and IT Executives. – Доступно на <http://www.amresearch.com/>. 16. Индустриальная группа «УПЭК». Комплексная система автоматизации. – Доступно на <http://www.upec.ua/about/ksa2008.html>.

Поступила в редколлегию 04.06.2009

УДК 539.3

Л. А. ПАРХОМЕНКО, асс. каф. «Высшая математика», Харьковский гос. университет питания и торговли, г. Харьков

ДИФФУЗИОННЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ТРУБЧАТОЙ МЕМБРАНЕ
РЕАКТОРА ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА СИНТЕТИЧЕСКОГО ГАЗА

Розглянуто задачу дифузії вакансій кисню у трубчастій мембрані реактора для виробництва синтетичного газу, моделлю якої є нескінченно довгий товстостінний циліндр. Отримано аналітичний розв'язок для визначення концентрації вакансій кисню та дифузійних напружень у припущенні плоскої деформації.

Diffusion problem for oxygen vacancies concentration in a tubular membrane of reactor for production of synthesis gas modeled as the infinitely long thick-walled cylinder has been considered. Analytical solution with determination of oxygen vacancies concentration and diffusion induced stresses under assumption of plane strain has been obtained.

Введение. В настоящее время проблема долговечности трубчатой мембраны реактора для производства синтетического газа занимает важное место в кругу вопросов, относящихся к разработке альтернативных источников энергии [1-4]. На этом пути возникает задача по определению напряжений в мембране, наведенных при транспортировке кислорода [5]. К сожалению, в литературе отсутствуют исследования по нахождению концентрации вакансий кислорода и диффузионных напряжений в трубчатой мембране реактора для производства синтетического газа как функций времени с учетом химического *коэффициента поверхностного массопереноса*.

1. Задача диффузии. Трубчатая мембрана реактора рассматривается как бесконечно длинный полый цилиндр с радиусами внутреннего a и внешнего b контуров. Концентрация вакансий кислорода $C = C(r, t)$ предполагается зависящей только от радиальной координаты r и времени t . Мембрана выполнена из перовскита, являющегося хорошим ионным проводником кислорода. Вакансии кислорода мигрируют с внутренней поверхности мембраны $r = a$, контактирующей с газом, до ее внешней поверхности $r = b$, контактирующей с воздухом. Концентрация вакансий кислорода удовлетворяет дифференциальному уравнению Фика второго рода [6]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right), r \in (a; b), t > 0, \quad (1)$$

при следующих начальном и граничных условиях:

$$C(r, 0) = C_0, r \in (a; b) \quad (2)$$

и

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial C}{\partial r} &= -b (C - C_1), r = a, t > 0, \\ C &= C_2, r = b, t > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

где D – химический коэффициент диффузии, C_0 – начальное значение концентрации вакансий кислорода, b – химический *коэффициент поверхностного массопереноса*, C_1 и C_2 – значения концентрации вакансий кислорода в равновесии на внутренней поверхности и на внешней поверхности цилиндра соответственно.

Получим аналитическое решение начально-краевой задачи диффузии (1)–(3). Применяя преобразование Лапласа к обеим частям уравнения (1), сначала получим вспомогательное уравнение относительно изображения $\bar{C}(r, p)$:

$$\frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} - q^2 \bar{C} = -\frac{C_0}{D}, r \in (a; b),$$

где $q^2 = \frac{p}{D}$. Изображения условий (3) имеют вид

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial \bar{C}}{\partial r} &= -b \left(\bar{C} - \frac{C_1}{p} \right), r = a, t > 0; \\ \bar{C} &= \frac{C_2}{p}, r = b, t > 0. \end{aligned}$$

Введем функцию

$$\bar{C}^* = \bar{C} - \frac{C_0}{p}. \quad (4)$$

Функция $\bar{C}^*(r, p)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 \bar{C}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial r} - q^2 \bar{C}^* = 0, r \in (a; b) \quad (5)$$

и изображениям граничных условий

$$\begin{aligned} -D \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial r} &= -b \left(\bar{C}^* - \frac{C_1}{p} \right), r = a, t > 0; \\ \bar{C}^* &= \frac{C_2}{p}, r = b, t > 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $C_1^* = C_1 - C_0$, $C_2^* = C_2 - C_0$.

Решение уравнения (5) ищем в виде

$$\bar{C}^* = AI_0(qr) + BK_0(qr). \quad (7)$$

Здесь и в дальнейшем $I_n(z)$ и $K_n(z)$ – функции Бесселя мнимого аргумента v -го порядка первого и второго рода соответственно. Константы A и B подбираются таким образом, чтобы функция \bar{C}^* удовлетворяла условиям (6). Подставляя (7) в (6) и решая систему уравнений относительно A и B , окончательно получим:

$$\begin{aligned} \bar{C}^* &= \frac{1}{p \Delta} \left[bC_1^* (K_0(qb)I_0(qr) + I_0(qb)K_0(qr)) + \right. \\ &\left. + C_2^* ((DqK_1(qa) + bK_0(qa))I_0(qr) + (DqI_1(qa) - bI_0(qa))K_0(qr)) \right], \end{aligned}$$

где

$$\Delta = (DqK_1(qa) + bK_0(qa))I_0(qb) + (DqI_1(qa) - bI_0(qa))K_0(qb).$$

Выражение для функции \bar{C} находится из (4). Используя свойства преобразования Лапласа и теорему обращения, получим выражение для концентрации $C(r, t)$:

$$C(r, t) = C_0 + \frac{1}{2\pi i} \int_{g-i\infty}^{g+i\infty} \exp(It) \bar{C}^*(r, I) dI. \quad (8)$$

Подынтегральная функция является однозначно определенной по I и имеет простые полюса при $I = 0$ и $I = -Da_n^2$, где $a_n (n=1, 2, \dots)$ – простые вещественные положительные корни уравнения $G_0(b, a_n) = 0$ [7]. Здесь введено обозначение для функций

$$G_i(r, a_n) = J_i(ra_n)(Da_n Y_1(aa_n) + bY_0(aa_n)) - Y_i(ra_n)(Da_n J_1(aa_n) + bJ_0(aa_n)), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где $J_i(z)$ и $Y_i(z)$ – функции Бесселя i -го порядка первого и второго рода соответственно.

Воспользовавшись теоремой Коши о вычетах, равенство (8) перепишем в виде

$$C(r, t) = C_0 + \text{Res}_{I=0} [\exp(It) \bar{C}^*(r, I)] + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Res}_{I=-Da_n^2} [\exp(It) \bar{C}^*(r, I)]. \quad (10)$$

Вычисляя вычеты в соответствующих полюсах, получим

$$\begin{aligned} \text{Res}_{I=0} [\exp(It) \bar{C}^*(r, I)] &= C_2^* - (C_1^* - C_2^*) \frac{ab \ln \frac{r}{b}}{D + ab \ln \frac{b}{a}}; \\ \text{Res}_{I=-Da_n^2} [\exp(It) \bar{C}^*(r, I)] &= \\ &= p \frac{\exp(-Da_n^2 t)}{F(a_n)} J_0(ba_n) G_0(r, a_n) [bC_1^* J_0(ba_n) - C_2^* (Da_n J_1(aa_n) + bJ_0(aa_n))], \quad n=1, 2, \dots, \end{aligned}$$

где функция $G_0(r, a_n)$ определена соотношением (9), функция

$$F(a_n) = (Da_n J_1(aa_n) + bJ_0(aa_n))^2 - (D^2 a_n^2 + b^2) J_0^2(ba_n). \quad (11)$$

Окончательный результат для концентрации вакансий кислорода получаем из (10) в виде:

$$\begin{aligned} C(r, t) &= C_2 - (C_1 - C_2) \frac{ab \ln \frac{r}{b}}{D + ab \ln \frac{b}{a}} + p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-Da_n^2 t)}{F(a_n)} J_0(ba_n) G_0(r, a_n) \times \\ &\times [b(C_1 - C_0) J_0(ba_n) - (C_2 - C_0) (Da_n J_1(aa_n) + bJ_0(aa_n))]. \quad (12) \end{aligned}$$

2. Задача поиска напряжений. Получим распределение диффузионных напряжений в мембране, наведенных при транспортировке кислорода. Начальное состояние мембраны считаем ненапряженным. Деформация в мембране анализируется в цилиндрической системе координат (r, θ, z) в условиях плоской деформации и симметрии относительно оси z . Здесь r – радиальная координата, q соответствует окружному направлению, z – осевая координата. Рассматриваются три ненулевых компоненты напряжений s_r, s_q, s_z и три ненулевых компоненты деформаций e_r, e_q, e_z . Компоненты деформаций представим в виде суммы упругих и диффузионных составляющих:

$$e_r = e_r^e + e_r^d; \quad e_q = e_q^e + e_q^d; \quad e_z = e_z^e + e_z^d. \quad (13)$$

Компоненты упругой деформации определяются обобщенным законом Гука

$$\begin{aligned} e_r^e &= \frac{1}{E} [s_r - n(s_q + s_z)]; \quad e_q^e = \frac{1}{E} [s_q - n(s_r + s_z)]; \\ e_z^e &= \frac{1}{E} [s_z - n(s_r + s_q)], \end{aligned} \quad (14)$$

где E – модуль упругости, n – коэффициент Пуассона. Предполагаем, что

$$e_r^d = e_q^d = e_z^d = A(C - C_0), \quad (15)$$

где A – коэффициент химического расширения. Подставляя (14) и (15) в равенства (13), получаем

$$\begin{aligned} e_r &= \frac{1}{E} [s_r - n(s_q + s_z)] + A(C - C_0); \quad e_q = \frac{1}{E} [s_q - n(s_r + s_z)] + A(C - C_0); \\ e_z &= \frac{1}{E} [s_z - n(s_r + s_q)] + A(C - C_0). \end{aligned} \quad (16)$$

Далее из третьей формулы в (16) находим

$$s_z = n(s_r + s_q) - E(A(C - C_0) - e_z), \quad (17)$$

а из первых двух –

$$\begin{aligned} S_r &= \frac{E_1}{1-n_1^2} [e_r + n_1 e_q - (1+n_1)(A_1(C-C_0) - n e_z)]; \\ S_q &= \frac{E_1}{1-n_1^2} [e_q + n_1 e_r - (1+n_1)(A_1(C-C_0) - n e_z)], \end{aligned} \quad (18)$$

где для упрощения приняты обозначения: $E_1 = \frac{E}{1-n^2}$; $n_1 = \frac{n}{1-n}$; $A_1 = A(1+n)$.

Напряжения удовлетворяют уравнению равновесия

$$\frac{ds_r}{dr} + \frac{S_r - S_q}{r} = 0. \quad (19)$$

Кинематические зависимости можно представить как

$$e_r = \frac{du}{dr}, \quad e_q = \frac{u}{r}, \quad e_z = \frac{dw}{dz}, \quad (20)$$

где u , w – радиальное и осевое перемещения, соответственно.

Подставляя выражения для напряжений (18) в уравнение (19), получим

$$r \frac{d}{dr} (e_r + n_1 e_q) + (1-n_1)(e_r - e_q) = (1+n_1)r \frac{d}{dr} (n(AC - e_z) + AC). \quad (21)$$

Подставляя далее выражения для e_r и e_q из (20) в (21), приходим к уравнению

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = (1+n_1)r \frac{d}{dr} (n(AC - e_z) + AC). \quad (22)$$

Интегрируя уравнение (22), находим

$$u = (1+n_1) \frac{1}{r} \int_a^r (n(AC - e_z) + AC) r dr + c_1 r + \frac{c_2}{r}. \quad (23)$$

Константы c_1 и c_2 в выражении (23) будут определены ниже с помощью граничных условий.

Используя далее соотношения (18), (20) и (23), находим напряжения S_r и S_q . Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} S_r &= -\frac{En}{1-n^2} \frac{1}{r^2} \int_a^r (AC - e_z) r dr - \frac{E}{1-n^2} \frac{A}{r^2} \int_a^r C r dr + \frac{E}{1+n} \left(\frac{c_1}{1-2n} - \frac{c_2}{r^2} \right) + \frac{EAC_0}{1-2n}; \\ S_q &= \frac{En}{1-n^2} \frac{1}{r^2} \int_a^r (AC - e_z) r dr + \frac{E}{1-n^2} \frac{A}{r^2} \int_a^r C r dr + \\ &+ \frac{E}{1+n} \left(\frac{c_1}{1-2n} + \frac{c_2}{r^2} \right) + \frac{En}{1-n^2} e_z - \frac{EAC}{1-n} + \frac{EAC_0}{1-2n}. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя (24) в (17), получим выражение для S_z :

$$S_z = \frac{2En}{1+n} \frac{c_1}{1-2n} + \frac{E}{1-n^2} e_z - \frac{EAC}{1-n} + \frac{EAC_0}{1-2n}. \quad (25)$$

Используя условие отсутствия напряжений на внутренней $r = a$ и внешней $r = b$ поверхностях цилиндра, а именно $S_r(a, t) = S_r(b, t) = 0$, $t > 0$, определяем константы c_1 и c_2 как

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(1-2n)}{(1-n)} \frac{1}{(b^2 - a^2)} \left(n \int_a^b (AC - e_z) r dr + A \int_a^b C r dr \right) - AC_0(1+n); \\ c_2 &= \frac{1}{(1-n)} \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} \left(n \int_a^b (AC - e_z) r dr + A \int_a^b C r dr \right) \end{aligned} \quad (26)$$

Таким образом, компоненты напряжений в рассматриваемой задаче представлены соотношениями (24)-(26).

Преобразуем уравнения (24)-(26). Для этого, поскольку на цилиндр не действует осевое усилие, можно записать, что $\int_a^b S_z 2\pi r dr = 0$, или, учитывая (25) и (26),

$$\int_a^b (AC - e_z) r dr - AC_0 \frac{b^2 - a^2}{2} = 0.$$

Поскольку предполагается, что осевая деформация является функцией времени и не зависит от радиальной координаты, имеем

$$e_z = \frac{2A}{b^2 - a^2} \int_a^b C r dr - AC_0. \quad (27)$$

Далее, используя равенства (26) и (27), преобразуем выражения для напряжений (24) и (25) и получим

$$\begin{aligned} s_r &= \frac{E}{1-n} \left(\frac{r^2 - a^2}{2r^2} (e_z + AC_0) - A \frac{1}{r^2} \int_a^r C r dr \right); \\ s_q &= \frac{E}{1-n} \left(\frac{r^2 + a^2}{2r^2} (e_z + AC_0) + A \frac{1}{r^2} \int_a^r C r dr - AC \right); \\ s_z &= \frac{E}{1-n} (e_z - A(C - C_0)). \end{aligned} \quad (28)$$

Примем такое обозначение

$$e_z^0 = \frac{2A}{b^2 - a^2} \int_a^b C r dr \quad (29)$$

и перепишем (28) как

$$\begin{aligned} s_r &= \frac{E}{1-n} \left(\frac{r^2 - a^2}{2r^2} e_z^0 - A \frac{1}{r^2} \int_a^r C r dr \right); \\ s_q &= \frac{E}{1-n} \left(\frac{r^2 + a^2}{2r^2} e_z^0 + A \frac{1}{r^2} \int_a^r C r dr - AC \right); \\ s_z &= \frac{E}{1-n} (e_z^0 - AC). \end{aligned} \quad (30)$$

Для получения окончательного результата по распределению напряжений подставим выражение (12) для концентрации C в уравнения (29) и (30). Таким образом, получаем следующие выражения для диффузионных напряжений в трубчатой мембране реактора для производства синтетического газа:

$$\begin{aligned} s_r &= \frac{E}{1-n} \left[\frac{r^2 - a^2}{2r^2} e_z^0 - A \cdot \frac{r^2 - a^2}{2r^2} \left(C_2 - \frac{(C_1 - C_2)}{2(r^2 - a^2)} \frac{ab \left(2 \left(a^2 \ln \frac{b}{a} - r^2 \ln \frac{b}{r} \right) - (r^2 - a^2) \right)}{D + ab \ln \frac{b}{a}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{A}{r^2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p a_n r G_1(r, a_n) - 2b}{a_n^2} \cdot J_0(b a_n) \cdot L(a_n, t) \right) \right]; \quad (31) \\ s_q &= \frac{E}{1-n} \left[\frac{r^2 + a^2}{2r^2} e_z^0 + A \cdot \frac{r^2 - a^2}{2r^2} \left(C_2 - \frac{(C_1 - C_2)}{2(r^2 - a^2)} \frac{ab \left(2 \left(a^2 \ln \frac{b}{a} - r^2 \ln \frac{b}{r} \right) - (r^2 - a^2) \right)}{D + ab \ln \frac{b}{a}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{A}{r^2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p a_n r G_1(r, a_n) - 2b}{a_n^2} \cdot J_0(b a_n) \cdot L(a_n, t) \right) \right]; \quad (32) \end{aligned}$$

$$- A \left[C_2 - (C_1 - C_2) \frac{ab \ln \frac{r}{b}}{D + ab \ln \frac{b}{a}} + p \sum_{n=1}^{\infty} G_0(r, a_n) J_0(b a_n) L(a_n, t) \right];$$

$$s_z = \frac{E}{1-n} \left[e_z^0 - A \left(C_2 - (C_1 - C_2) \frac{ab \ln \frac{r}{b}}{D + ab \ln \frac{b}{a}} + p \sum_{n=1}^{\infty} G_0(r, a_n) J_0(b a_n) L(a_n, t) \right) \right]; \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} e_z^0 &= A \left[C_2 - \frac{(C_1 - C_2)}{2(b^2 - a^2)} \frac{ab \left(2a^2 \ln \frac{b}{a} - (b^2 - a^2) \right)}{D + ab \ln \frac{b}{a}} \right] + \\ &+ \frac{4A}{b^2 - a^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L(a_n, t)}{a_n^2} [D a_n J_1(a a_n) + b(J_0(a a_n) - J_0(b a_n))]; \quad (34) \end{aligned}$$

$$L(a_n, t) = \frac{\exp(-D a_n^2 t)}{F(a_n)} [b(C_1 - C_0) J_0(b a_n) - (C_2 - C_0)(D a_n J_1(a a_n) + b J_0(a a_n))].$$

3. Кислородная нестехиометрия. Общая формула перовскита может быть записана как $MN O_{3-\delta}$, где M и N – катионы, O – анионы кислорода, и d – кислородная нестехиометрия или дефицит кислорода. Кислородная нестехиометрия может быть определена таким образом:

$$d = C V_m, \quad (35)$$

где V_m – молярный объем перовскита.

Диффузионные составляющие деформаций представим так:

$$e_r^d = e_q^d = e_z^d = B(d - d_0), \quad (36)$$

где B – новый коэффициент химического расширения и d_0 – начальное значение кислородной нестехиометрии.

Сравнивая уравнения (15) и (36), находим

$$A = B V_m. \quad (37)$$

Предполагая молярный объем перовскита постоянным и используя равенство (35), приходим к выводу, что вместо соотношений (1)–(3) надо рассмотреть такое дифференциальное уравнение Фика второго рода:

$$\frac{\partial d}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 d}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial d}{\partial r} \right), r \in (a; b), t > 0 \quad (38)$$

при следующих начальном и граничных условиях:

$$d(r, 0) = d_0, r \in (a; b) \quad (39)$$

и

$$-D \frac{\partial d}{\partial r} = -b(d - d_1), r = a, t > 0;$$

$$d = d_2, r = b, t > 0. \quad (40)$$

где d_2 – значение кислородной нестехиометрии на внешней поверхности мембраны и d_1 – значение кислородной нестехиометрии в равновесии на внутренней поверхности. Тогда кислородная нестехиометрия как функция радиальной координаты и времени может быть определена из уравнения (12), если вместо значений C, C_0, C_1 и C_2 рассмотреть значения d, d_0, d_1 и d_2 , соответственно. Очевидно, что диффузионные напряжения в мембране могут быть вычислены на основе соотношений (31)–(34), если дополнительно к условию, сформулированному выше, заменить параметр A на параметр B .

4. Результаты расчетов. Рассматривается трубчатая мембрана длиной 300 мм, внутренний диаметр которой составляет 4 мм, толщина – 1,25 мм [4]. В качестве материала мембраны использовался перовскит $\text{La}_{0,5}\text{Sr}_{0,5}\text{CoO}_{3-\delta}$.

После нагрева до температуры 800 °С на воздухе внутри мембраны принудительно создается восстановительная газовая среда.

Рассчитаем кислородную нестехиометрию и диффузионные напряжения, возникающие в мембране, для исходных данных, приведенных в табл. 1, используя формулы (12), (31)–(34). Результаты расчета представлены на рис. 1-2.

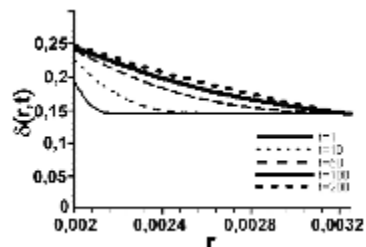


Рис. 1. Кислородная нестехиометрия в различные моменты времени

Таблица 1

Исходные данные к расчетам в мембране

Обозначение	Название	Размерность	Значение
E	модуль упругости	ГПа	86
ν	коэффициент Пуассона	-	0.25

D	коэффициент диффузии	м ² /с	$3.10 \cdot 10^{-9}$
b	химический коэффициент поверхностного массопереноса	м/с	$3.12 \cdot 10^{-5}$
B	коэффициент химического расширения	-	0.035
d_0	начальное значение кислородной нестехиометрии	-	0.144
d_1	значение кислородной нестехиометрии в равновесии на внутренней поверхности	-	0.26
d_2	значение кислородной нестехиометрии на внешней поверхности цилиндра	-	0.144
a	радиус внутренней поверхности цилиндра	м	$0.2 \cdot 10^{-3}$
b	радиус внешней поверхности цилиндра	м	$3.25 \cdot 10^{-3}$

Выводы. Получено аналитическое решение для функции концентрации вакансий ионов кислорода и компонент химически обусловленных напряжений в задаче диффузии для трубчатой мембраны в предположении плоской деформации. Проведен численный расчет для определения кислородной нестехиометрии и диффузионных напряжений в мембране, соответствующей реальным геометрическим размерам и условиям эксплуатации реактора для производства синтетического газа.

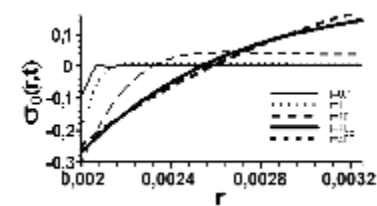
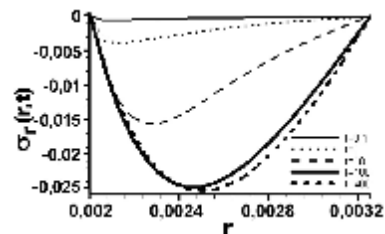
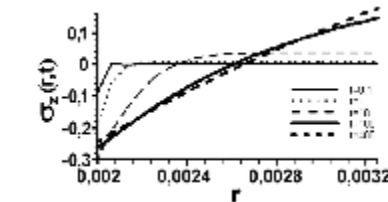


Рис. 2. Распределение диффузионных напряжений в различные моменты времени



Список литературы: 1. Bouwmeester H.J.M., Burggraaf A.J. Dense ceramic membranes for oxygen

separation // The CRC Handbook of Solid State Electrochemistry, Gellings P.J., Bouwmeester H.J.M. (Eds.). Boca Raton: CRC Press, 1997. – PP.481-553. 2. Diethelm S., Sfeir J., Clemens F., Van herle J., Favrat D. Planar and tubular perovskite-type membrane reactors for the partial oxidation of methane to syngas. . Journal of Solid State Electrochemistry. –2004. – 8. – PP.611-617. 3. Balachandran U., Ma B. Mixed-conducting dense ceramic membranes for air separation and natural gas conversion. Journal of Solid State Electrochemistry. – 2006. – 10. – PP.617-624. 4. Lein H. L. Mechanical properties and phase stability of oxygen permeable membranes $\text{La}_{0.5}\text{Sr}_{0.5}\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{O}_{3-\delta}$. – Ph.D Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim. – 2005. 5. Zolotarevsky A., Kühhorn A. Constitutive and numerical modeling of chemical and mechanical phenomena in solid oxide fuel cells and oxygen permeable membranes // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип. “Машиноведение и САПР”. – 2007. – № 23. – С.128-139. 6. Crank J. The Mathematics of Diffusion. Second Edition. – Oxford: Oxford University Press, 1999. 7. Карслюв Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел, пер. с англ. – М.: Наука, 1964. – 488 с.

Поступила в редколлегию 02.10.09

УДК 621.87

О.С. ПОДОЛЯК, ст. викладач каф. „Металоріжуче обладнання і транспортні системи”; **Л.А. РОДІОНОВ**, канд. техн. наук, доц. каф. „Металоріжуче обладнання і транспортні системи”; **А.О. ПАВЛОВА**, канд. техн. наук, доц. каф. „Теорія і управління якістю машин”, Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ГАСІННЯ КОЛИВАНЬ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЇ СТРІЛОВИХ КРАНІВ

В статті побудовані динамічна і математична моделі механізму підйому стрілового крана з урахуванням демпфера в'язкого тертя з пружним зв'язком, а також зовнішньої сили приводу. Знайдені коефіцієнти диференціальних рівнянь руху системи.

In the article the dynamic and mathematical models of hoisting mechanism of jib crane with taking into account the damper of viscous friction with spring linkage and external force of a drive are built. The coefficients of differential equation of system movement are found.

Актуальність роботи. Під час експлуатації стрілових кранів при роботі механізму підйому вантажу виникають динамічні навантаження, які носять коливальний характер. При підйомі вантажу з жорсткої основи «з підхватом» амплітуда коливань значно підвищується, а коефіцієнт динамічності знаходиться в межах 1,8-2 [2]. Це приводить до зменшення втомлювальної міцності металоконструкції і погіршує умови праці машиніста крана.

Огляд опублікованої літератури. Проблемі зниження динамічних навантажень на металоконструкцію вантажопідйомних машин присвячено багато досліджень [1-3]. З огляду опублікованої літератури видно, що ефективним способом боротьби з динамічними коливаннями є установка демпфера в'язкого тертя з пружним зв'язком [1].

Мета статті. Метою роботи є побудова динамічної і математичної моделі механізму підйому стрілового крана з урахуванням гідравлічного демпфера.

Динамічна й математична моделі крана. Для побудови динамічної і математичної моделі необхідно детально розглянути схему стрілової системи (рис. 1) і схему запасування канатів обраного крана (рис. 2). Стрілова система

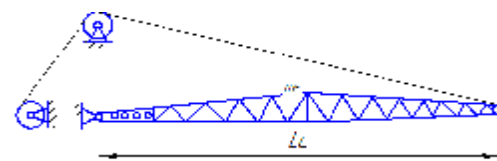


Рис. 1. Схема стрілової системи крана

складеється з балкової стріли фермового типу прямокутного перетину. Стріла довжиною L_c і масою m_c закріплена у двох точках: стріловому шарнірі і стріловому канаті біля оголовка

стріли.

Дослідження показали, що при вивченні динамічних навантажень, які сприймаються металоконструкцією крана і вантажними канатами, аналізі спільного впливу різних параметрів крана на характер протікання перехідних процесів, а також при рішенні багатьох інших завдань стрілові крани, з достатньою для інженерних робіт точністю, можуть бути представлені у вигляді трьохмасової двохзв'язної динамічної моделі [2] (рис. 3). Маса стріли крана представлена у вигляді наведеної зосередженої маси m_c , з'єднаної пружно – в'язким зв'язком, який характеризується коефіцієнтами жорсткості стріли c_c і стрілового каната c_p , а також демпфірування k_{Dc} металоконструкції, та ϑ_c гідравлічного тертя демпфера.

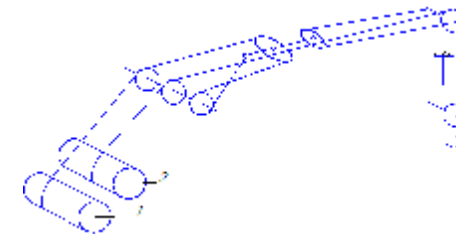


Рис. 2. Схема запасування канатів:
1 – барабан стрілової лебідки;
2 – барабан вантажної лебідки

Відомо, що максимальні динамічні навантаження в кранах виникають при підйомі вантажу із жорсткої основи (підйом з підхватом), що включає три етапи: перший – етап холостого ходу, коли маса обертових частин приводу m_n під впливом сили при-

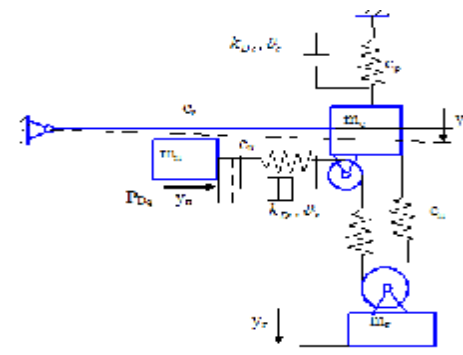


Рис. 3. Трьохмасова модель стрілового крана при підйомі вантажу із жорсткої основи