

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до розрахункового завдання

з курсу «Дискретна математика»

для студентів спеціальностей 124 – Системний аналіз,

186 – Видавництво та поліграфія

Затверджено

редакційно-видавничою

радою університету,

протокол № 3 від 22.12.2016 р.

Харків

НТУ «ХПІ»

2017

Методичні вказівки до розрахункового завдання з курсу «Дискретна математика» для студентів спеціальностей 124 – Системний аналіз, 186 – Видавництво та поліграфія / уклад. : Л.Б. Кащеєв, Ю.М. Кожин. – Харків: НТУ «ХП», 2017. – 16 с.

Укладачі: Л. Б. Кащеєв

Ю. М. Кожин

Рецензент В. В. Москаленко

Кафедра системного аналізу та інформаційно-аналітичних технологій

ВСТУП

Теорія графів – частина науки топології.

Граф є впорядкованою парою (V, E) , де V – непорожня множина, яка називається множиною вершин; E – неупорядковане бінарне відношення на V , тобто, $V \times V$. E називають множиною *ребер*. Говорять, що ребро, яке належить множині E , інцидентно вершинам, які воно з'єднує. Таким чином, ми визначимо неорієнтований граф. Він повністю визначається списком вершин і вказівками, які пари вершин мають ребра, що з'єднують їх (у випадку не навантаженого графа кожному ребру ще дописується вага). Багато в чому базові визначення теорії графів зобов'язані своєму виникненню Л. Ейлера (1707–1782), який розв'язав у 1736 році відому «задачу про кенігсберські мости».

Орієнтований граф – впорядкована пара (V, E) , де V – множина вершин, а E – впорядковане відношення на V (тобто, $V \times V$). У цьому випадку E називають множиною *дуг*. У більшості практичних задач розглядаються графи з кінцевим числом ребер і вершин.

Орієнтовані графи широко використовуються для вирішення різних завдань маршрутизації, планування та управління. Питанням розрахунку мережевого графа, пошуку циклів, побудови лінійної (стрічкової) діаграми і присвячена ця робота.

1. ЛІНІЙНА ДІАГРАМА (СТРІЧКОВИЙ ГРАФ ГАНТА)

Завдання планування пов'язаних робіт існують вже понад півтора століття. У той час, коли кількість запланованих робіт була невелика, із завданням успішно справлявся алгоритм розрахунку за лінійною (стрічковою) діаграмою Ганта.

Розглянемо невеликий приклад. Нехай підготовка видання являє собою ланцюжок взаємопов'язаних і взаємообумовлених робіт (рис. 1.1).

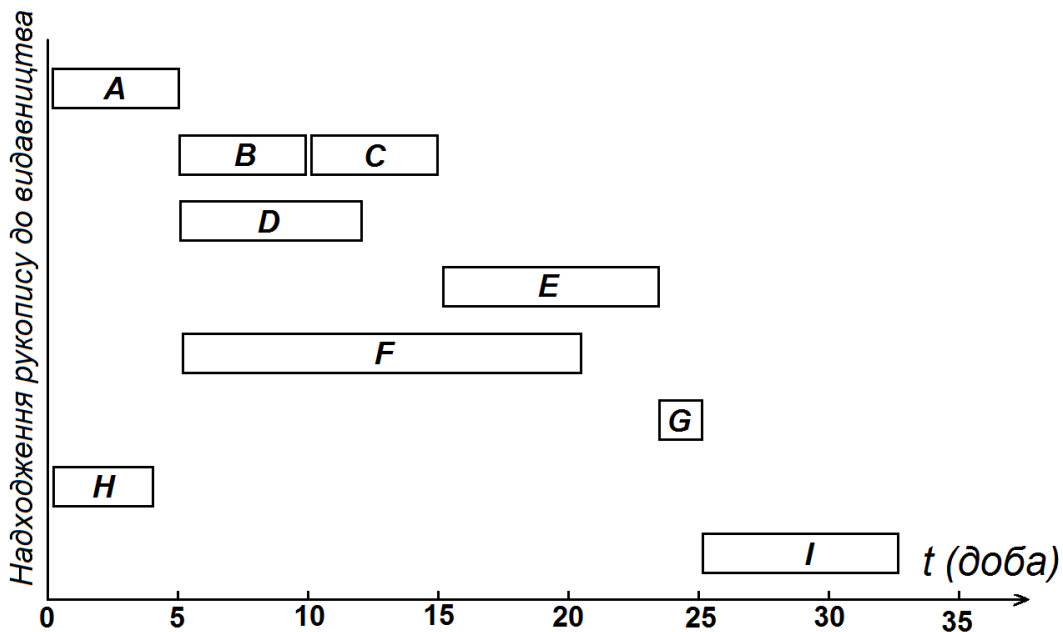


Рисунок 1.1 – Стрічковий графік Ганта видання поліграфічної продукції

На рисунку: *A* – наукове (спеціальне) редагування, *B* – смислове редагування, *C* – стилістичне редагування, *D* – художнє оформлення та редагування, *E* – технічне редагування, *F* – оформлення обкладинки, суперобкладинки, форзацу, фронтиспису та ін., *G* – здача в друкарню, *H* – підготовка матеріалів до реєстрації видання, *I* – друк.

Дивлячись на стрічковий графік, можна виконати такий опис завдання. Нехай розробка складається з дев'ятьох робіт: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*.

Вони зображені на стрічковому графіку Ганта (рис. 1.1). Між цими роботами існують такі зв'язки:

- роботи *B*, *D* і *F* можуть початися не раніше, ніж буде виконана перша робота *A*;
- після виконання роботи *B* можна починати роботу *C*;
- закінчити *C* і *D* треба до початку роботи *E*;
- також закінчити *E* і *F* треба до початку роботи *G*;
- робота *I* може початися після виконання робіт *H* та *G*.

Стрічковий графік в сукупності з наведеним словесним описом зв'язків дає повне уявлення про розробку, але словесний опис зв'язків дуже громіздкий. Тому ми зображуватимемо графічно описані зв'язки, доповнивши стрічковий графік стрілками. В результаті вийде графік, показаний на рис. 1.2.

Графік Ганта відображає не тільки тривалість робіт (протяжність «стрічок»), але і той факт, яка робота повинна починатися після яких робіт. Для наочності на рис. 1.2 послідовність дій зображена стрілками (на звичайному графіку Ганта їх зазвичай не задають).

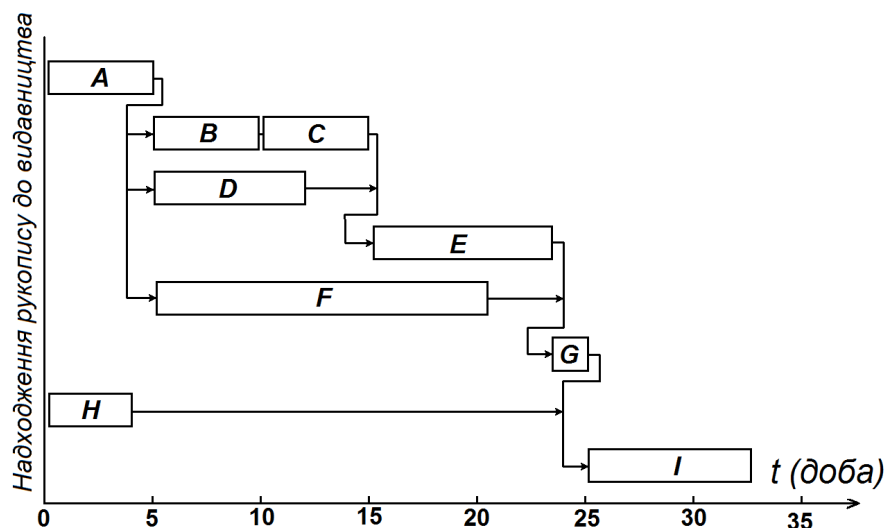


Рисунок 1.2 – Лінійний графік Ганта зі стрілками, які вказують умови початку виконання наступних робіт

Якщо позначити роботи нового набору колами, а зв'язки між ними стрілками, то вийде граф, показаний на рис.1.3.

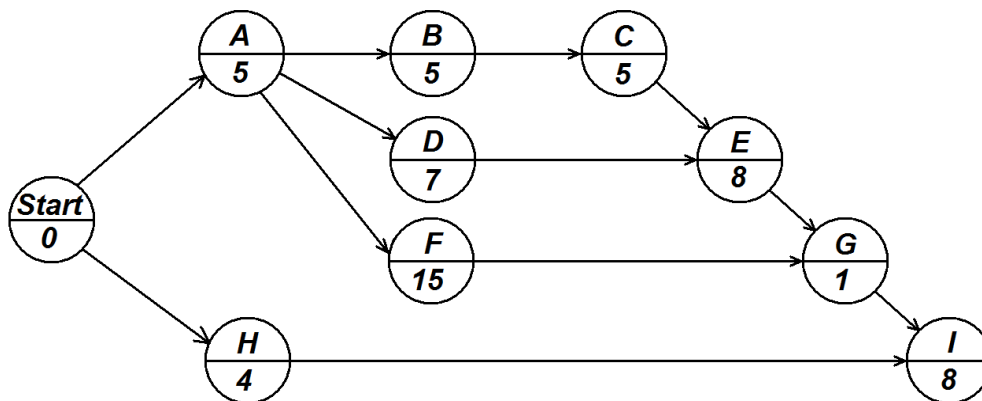


Рисунок 1.3 – Мережевий граф мовою робіт

На новому графі добре видно зв'язки, але зник часовий масштаб. Для компенсації цієї втрати поставимо в колах під рисою числа, що вказують тривалість робіт. Отриманий граф – це мережевий графік на мові робіт.

2. МЕРЕЖЕВЕ ПЛАНУВАННЯ І УПРАВЛІННЯ

Мережеве планування і управління (МПУ) уперше було випробувано в США у 1957–1958 роках при розробці ракетної системи «Поларіс». Розробка складалася з декількох десятків тисяч порівняно простих робіт, так що неможливо було ні оцінити її тривалість, ні охопити розумом, ні виділити ті роботи, які треба було особливо ретельно контролювати і посилено фінансувати.

Пізніше, після того, як була розвинена методика управління такими великими проектами, і вона позитивно зарекомендувала себе у величезних розробках, її стали з користю застосовувати і для набагато менших проєктів, де кількість робіт була близько сотні, бо виявилось, що людині-адміністраторові важко повністю розібратися і в ситуації такої складності.

Ми ж продемонструємо основні алгоритми МПУ на зовсім невеликому прикладі (рис. 1.1, кількість робіт – 9).

Побудова мережевого графа починається зі складання спеціальної табличної форми опису комплексу робіт. В таблицю заносяться: код або шифр робіт. Для кожної роботи вказується тривалість її виконання і список попередніх робіт.

Для комплексу робіт, який наведено на рис.1.2, таблиця опису робіт може мати вигляд, показаний в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Опис комплексу робіт

№ п/п	Параметр	Робота								
		<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>
1	Номер роботи	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	Попередня робота	<i>Start</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i>	<i>C,D</i>	<i>A</i>	<i>E,F</i>	<i>Start</i>	<i>G,H</i>
3	Наступна робота	<i>B, D, F</i>	<i>C</i>	<i>E</i>	<i>E</i>	<i>G</i>	<i>G</i>	<i>I</i>	<i>I</i>	
4	Тривалість роботи d_i	5	5	5	7	8	15	1	4	8

У мережевому графі кожна робота може бути зображена тільки один раз, а кожен шифр (номер) може бути присвоєно лише одній роботі.

Роботи в мережевій моделі зображуються колом з чотирма секторами (рис. 2.1), а зв'язки між роботами – стрілками.

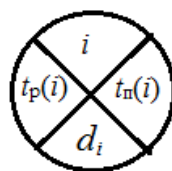


Рисунок 2.1 – Чотирисекторна модель роботи мережевого графа

На рис. 2.1 : i – номер роботи, $t_p(i)$ – ранній час початку роботи, $t_n(i)$ – пізній час, d_i – тривалість роботи.

Розглянемо побудову мережевої моделі, виходячи з даних табл. 2.1.

Мережевий граф повинен мати одну початкову роботу та одну кінцеву. Якщо ця умова не виконується, в мережевий граф можуть бути введені фіктивні роботи.

Фіктивна робота – це логічний зв'язок (залежність) між двома або кількома роботами, який не вимагає часу, але враховує можливість початку однієї роботи, яка безпосередньо залежить від закінчення іншої.

У нашому випадку дві роботи A і H не мають попередніх робіт. Тому додаємо одну фіктивну роботу з номером 0 і тривалістю 0. Нова робота матиме в списку наступних – роботи A і H .

Якщо в комплексі робіт є декілька робіт, для яких немає подальших, необхідно додати ще одну фіктивну роботу. Ця робота матиме тривалість, рівну 0, і вона буде завершувати комплекс робіт.

У нашому випадку тільки одна робота (робота з номером 9) є роботою, для якої немає подальших. Тому в мережевий граф додавати ще одну фіктивну роботу немає необхідності.

З урахуванням списку робіт (табл. 2.1) і зв'язків між роботами (рис. 1.3) можна побудувати мережевий граф робіт, показаний на рис. 2.2.

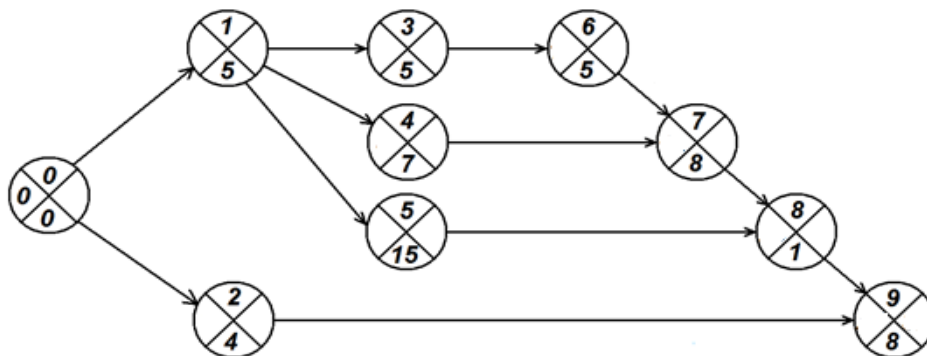


Рисунок 2.2 – Мережевий граф робіт

Робота з номером 0 є початковою роботою. Тому вона має ранній час початку виконання $t_p(0) = 0$.

3. ПОШУК ЦИКЛІВ НА МЕРЕЖЕВОМ ГРАФІ

У мережєвих графах не повинно бути циклів, оскільки цикли свідчать про спотворення взаємозв'язку між роботами, адже кожна з цих робіт виявляється попередньою для самої себе. У цьому плані актуальним стає таке завдання: заданий орієнтований граф. Потрібно визначити, чи є в складі графа підграф з циклом або циклами.

Скористаємося алгоритмом відкидання витоків і стоків. Вихідний граф зображений на рис. 3.1.

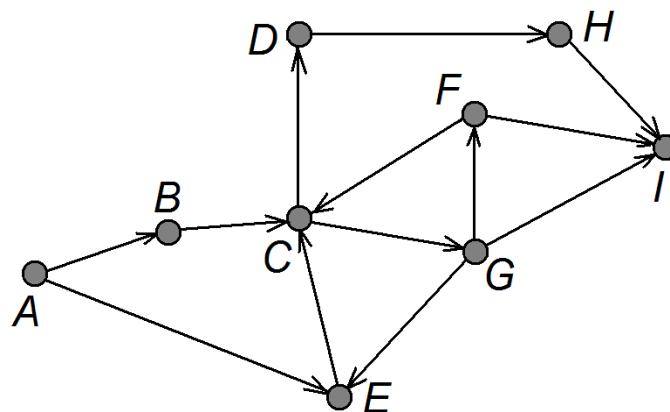


Рисунок 3.1 – Вихідний граф

На графі знаходимо вершину-витік (на рис. 3.1 це вершина A). Відкидаємо цю вершину і всі дуги, які виходять з неї. У результаті отримуємо новий граф (підграф вихідного графа), рис. 3.2.

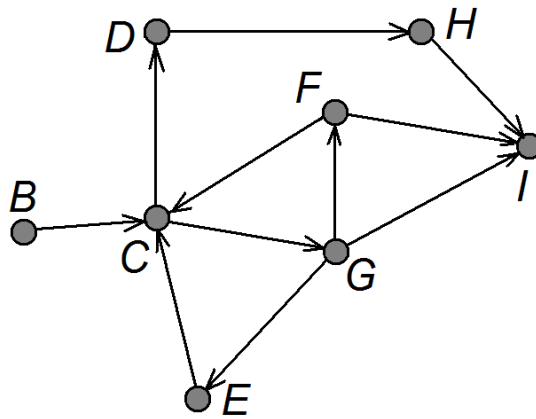


Рисунок 3.2 – Підграф без вершини A

Повторюємо операцію відкидання витоків і відповідних дуг до тих пір, поки у графі знаходиться черговий витік. Наприклад, у графа на рис. 3.2 витік B , відкидаємо його та інцидентні дуги, отримуємо підграф на рис. 3.3.

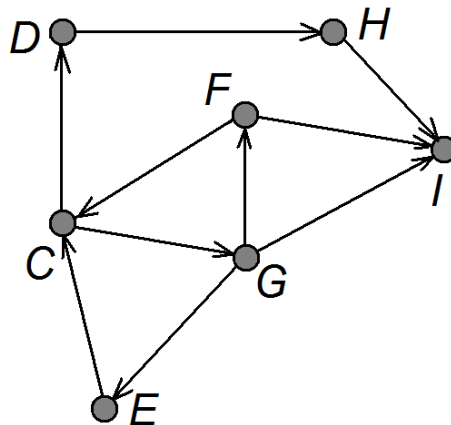


Рисунок 3.3 – Підграф без вершини B (вже без витоків)

Якщо в результаті відкидання чергової вершини отримуємо підграф, у якого немає більше витоків, але він не є нуль-графом, переходимо до відкидання стоків. Вибираємо вершину-сток – вершину, в яку входять дуги, але немає жодного виходу дуги. Видаляємо сток і дуги, які інцидентні цій вершині. Виходить підграф без даної вершини-стоку I , рис. 3.4.

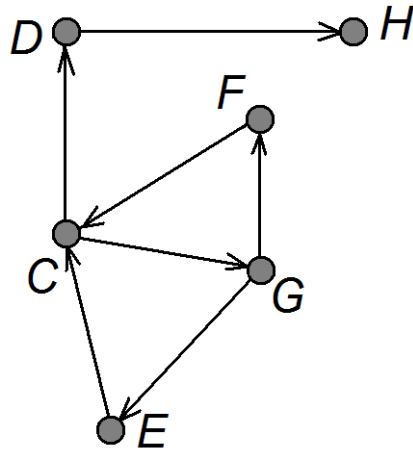


Рисунок 3.4 – Підграф без вершини I (без стоку)

Повторюємо операцію відкидання стоків і відповідних дуг до тих пір, поки у графа знаходиться черговий витік. Наприклад, у графа на рис. 3.4 є сток D , відкидаємо його та інцидентні дуги, отримуємо підграф на рис. 3.5.

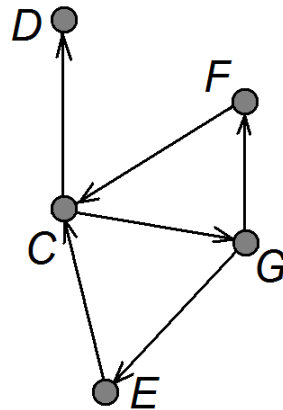


Рисунок 3.5 – Підграф без вершини-стоку D

Відкидаємо стоки, до тих пір поки у підграфа не залишиться жодної вершини-стоку (рис. 3.6.). Якщо при цьому останній підграф не є нуль-графом – у нас залишається циклічний компонент вихідного графа (рис. 3.6.). Він містить один або кілька циклів. Для побудови мережевого графа потрібні організаційні заходи для зміни орієнтації декількох дуг (зміна послідовності дій).

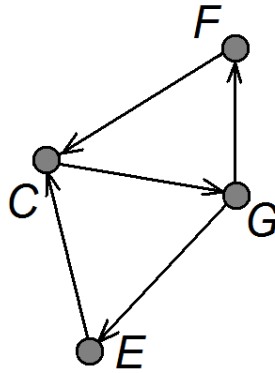


Рисунок 3.5 – Підграф, який залишився після відкидання стоків

4. РОЗРАХУНОК МЕРЕЖЕВОГО ГРАФА

Розрахунок мережевого графа зводиться до обчислення таких параметрів:

ранній час початку роботи $t_{рп}$;

ранній час закінчення роботи $t_{рз}$;

пізній час закінчення роботи $t_{пз}$;

пізній час початку роботи $t_{пп}$;

повний резерв часу роботи $R_{п}$;

вільний резерв часу роботи $R_{в}$.

Ранній час початку роботи $t_{рп}$ – це ранній час, необхідний для виконання усіх робіт, які передують цій роботі.

Ранній час початку роботи i визначається з виразу:

$$t_{рп}(i) = \max_k [t_{рп}(k) + d_k], \quad (4.1)$$

де k – номер попередньої роботи, $t_{рп}(k)$ – ранній початок попередньої роботи, d_k – тривалість попередньої роботи.

Раннім часом закінчення роботи $t_{рз}$ називається самий ранній момент часу, в який може закінчитися ця робота.

Ранній час закінчення роботи визначається з виразу:

$$t_{пз}(i) = t_{рп}(i) + d_i, \quad (4.2)$$

де i – номер роботи, $t_{рп}(i)$ – ранній початок роботи, d_i – тривалість роботи.

Пізнім часом закінчення роботи $t_{пз}$ називається пізній термін, в який повинна закінчитися робота, щоб загальний час виконання комплексу робіт не збільшився.

Пізній час закінчення роботи i визначається з вираження:

$$t_{пз}(i) = \min_j [t_{пз}(j) - d_j], \quad (4.3)$$

де j – номер наступної роботи, $t_{пз}(j)$ – пізнє закінчення наступної роботи, d_j – тривалість наступної роботи.

Пізній час початку роботи $t_{пн}$ – це найпізніший момент часу початку роботи, який не призводить до збільшення загального часу виконання комплексу робіт.

Пізній час початку роботи визначається з виразу:

$$t_{пн}(i) = t_{пз}(i) - d_i, \quad (4.4)$$

де i – номер роботи, $t_{пз}(i)$ – пізнє закінчення роботи, d_i – тривалість роботи.

Повний резерв часу роботи $R_{п}$ – максимальний час, на який можна відстрочити початок роботи, не змінюючи терміну виконання всього комплексу робіт.

Повний резерв часу роботи i визначається з виразу:

$$R_{п}(i) = t_{пн}(i) - t_{рп}(i), \quad (4.5)$$

Вільний резерв часу роботи $R_{в}$ – це максимальний час, на який можна відстрочити початок або збільшити тривалість роботи за умови, що всі попередні і всі наступні для даної роботи події мережі настануть в свої ранні терміни.

$$R_{в}(i) = \min_j [t_{рп}(j) - d_i] - t_{рп}(i), \quad (4.6)$$

де i – номер роботи, $t_{рп}(j)$ – ранній початок наступної роботи, d_i – трива-

лість роботи, $t_{рп}(i)$ – ранній початок роботи.

Розглянемо розрахунок параметрів мережевого графа, який наведено на рис. 2.2.

5. РОЗРАХУНОК РАНЬОГО ПОЧАТКУ КОЖНОЇ РОБОТИ

Робота з номером 0 є початковою роботою. Тому ранній початок цієї роботи дорівнює 0 (рис. 5.1.).

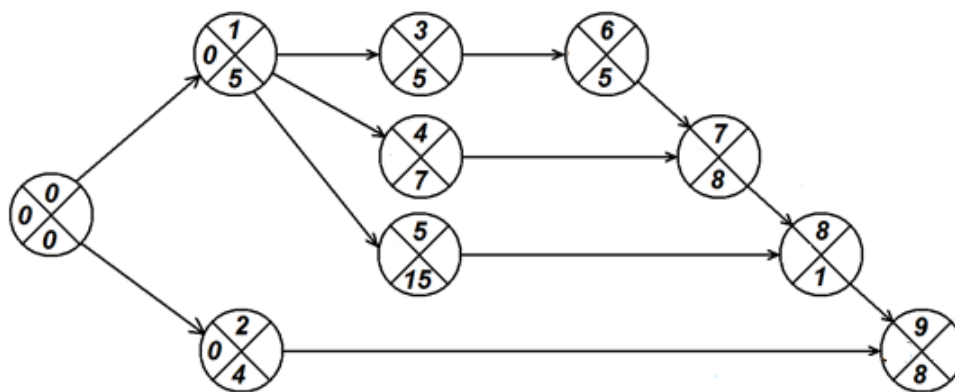


Рисунок 5.1 – Розрахунок «раннього початку робіт» за мережевим графом

Для робіт з номером 1 і 2 робота з номером 0 є попередньою. Тому ранній початок робіт 1 і 2 можна визначити як

$$t_{рп}(1) = t_{рп}(0) + d_0 = 0 + 0 = 0;$$

$$t_{рп}(2) = t_{рп}(0) + d_0 = 0 + 0 = 0.$$

Результати розрахунку раннього початку робіт 1 і 2 наведено на рис. 4.2.

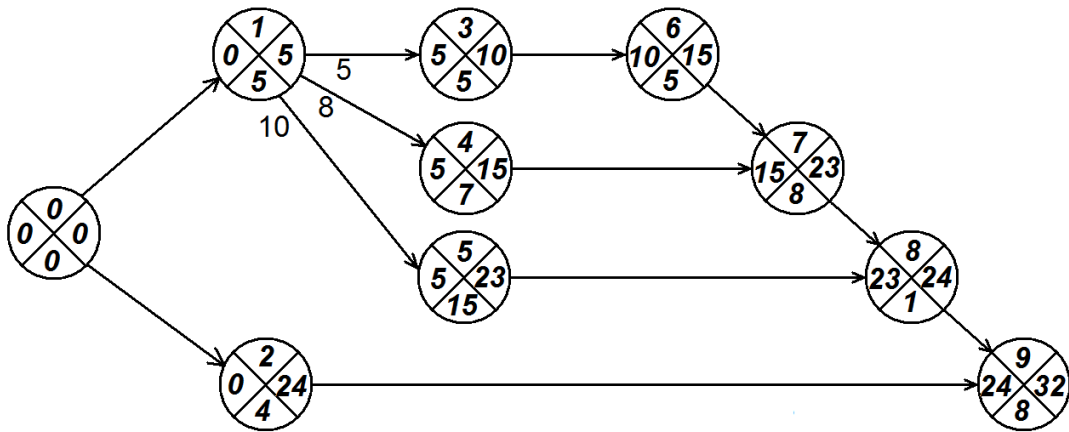


Рисунок 5.2 – Розрахунок раннього початку робіт 1 і 2

Робота з номером 1 має тривалість 5 і є попередньою для робіт 3, 4, 5. Інших безпосередньо попередніх робіт для робіт 3, 4, 5 немає. Тому ранній початок робіт 3, 4, 5 можна визначити як

$$t_{\text{пн}}(3) = t_{\text{пн}}(1) + d_1 = 0 + 5 = 5 ;$$

$$t_{\text{пн}}(4) = t_{\text{пн}}(1) + d_1 = 0 + 5 = 5 ;$$

$$t_{\text{пн}}(5) = t_{\text{пн}}(1) + d_1 = 0 + 5 = 5.$$

Результати розрахунку раннього початку робіт 3, 4 і 5 наведено на рис. 5.3.

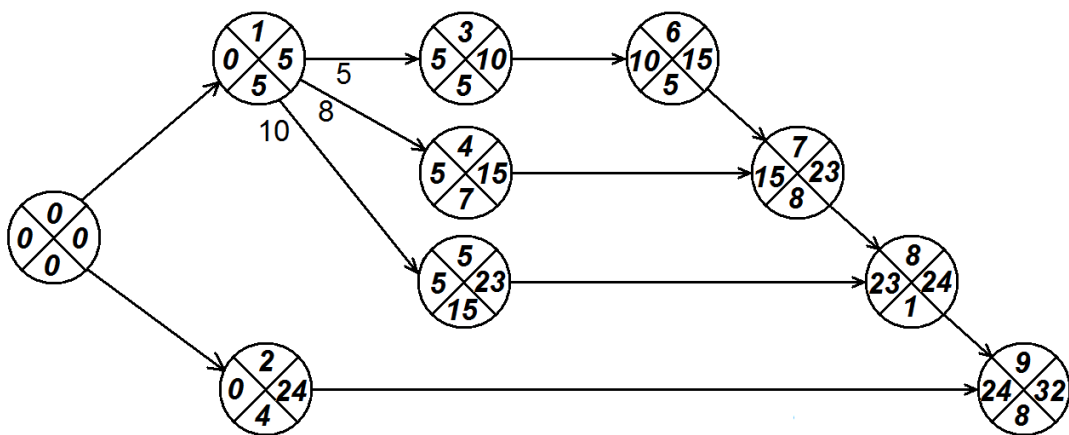


Рисунок 5.3 – Розрахунок раннього початку робіт 3, 4 і 5

Робота з номером 3 має тривалість 5 і є попередньою для роботи 6. Ранній початок роботи 6 розраховується як

$$t_{\text{рп}}(6) = t_{\text{рп}}(3) + d_3 = 5 + 5 = 10.$$

Результат розрахунку раннього початку роботи 6 показано на рис. 5.4.

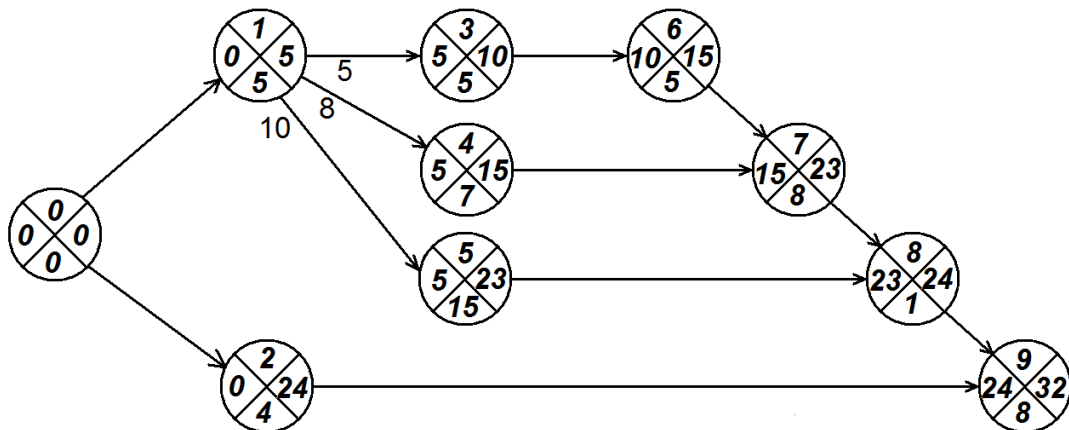


Рисунок 5.4 – Розрахунок раннього початку роботи 6

Оскільки роботи з номером 6 і 4 є попередніми для роботи 7, ранній початок роботи 7 можна обчислити як

$$t_{\text{рп}}(7) = \max[t_{\text{рп}}(4) + d_7, t_{\text{рп}}(6) + d_6] = \max[5 + 7, 10 + 5] = 15.$$

Роботи з номером 7 і 5 є попередніми для роботи 8, ранній початок роботи 8 обчислюється як

$$t_{\text{рп}}(8) = \max[t_{\text{рп}}(7) + d_8, t_{\text{рп}}(5) + d_5] = \max[15 + 8, 15 + 5] = 23.$$

Для роботи 9 попередніми роботами є роботи 8 та 2. Ранній початок роботи 9 розраховується як

$$t_{\text{рп}}(9) = \max[t_{\text{рп}}(2) + d_9, t_{\text{рп}}(8) + d_8] = \max[23 + 1, 0 + 4] = 24.$$

Результати розрахунку раннього початку робіт 7, 8 і 9 наведено на рис. 5.5.

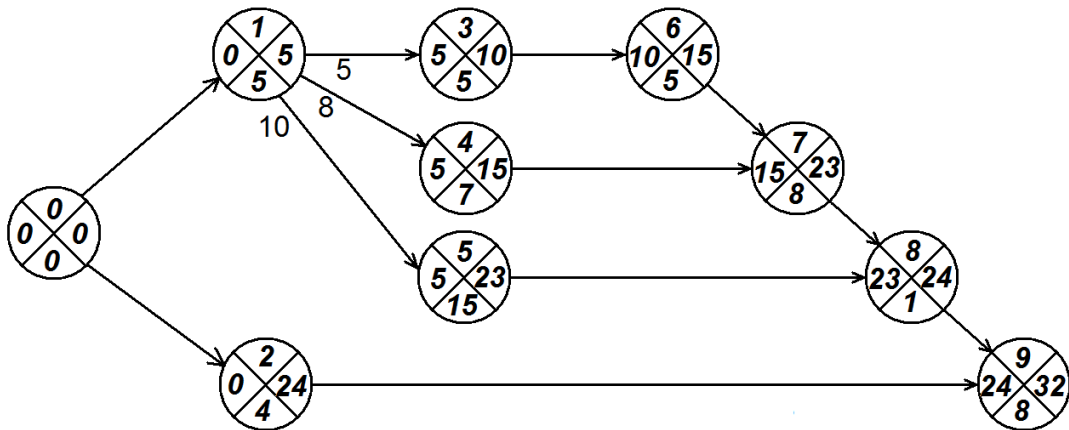


Рисунок 5.5 – Розрахунок раннього початку робіт 7, 8 і 9

Ранній початок кожної роботи знайдений. Тепер можна обчислити пізні закінчення робіт.

Робота з номером 9 є останньою роботою. Тому пізні закінчення цієї роботи рівне

$$t_{\text{пз}}(9) = t_{\text{пн}}(9) + d_9 = 24 + 8 = 32.$$

Згідно з формулою (4.3) пізні закінчення робіт 2, 8, 7, 5, 4, 6 і 3 обчислюється як

$$t_{\text{пз}}(2) = t_{\text{пз}}(9) - d_9 = 32 - 8 = 24,$$

$$t_{\text{пз}}(8) = t_{\text{пз}}(9) - d_9 = 32 - 8 = 24,$$

$$t_{\text{пз}}(7) = t_{\text{пз}}(8) - d_8 = 24 - 1 = 23,$$

$$t_{\text{пз}}(5) = t_{\text{пз}}(8) - d_8 = 24 - 1 = 23,$$

$$t_{\text{пз}}(4) = t_{\text{пз}}(7) - d_7 = 23 - 8 = 15,$$

$$t_{\text{пз}}(6) = t_{\text{пз}}(7) - d_7 = 23 - 8 = 15,$$

$$t_{\text{пз}}(3) = t_{\text{пз}}(6) - d_6 = 15 - 5 = 10.$$

Робота з номером 1 має наступними роботи з номерами 3, 4, 5. Піз-

ній час закінчення роботи 1 обчислюється як

$$t_{пз}(1) = \min[t_{пз}(3) - d_3, t_{пз}(4) - d_4, t_{пз}(5) - d_5] =$$

$$= \min[10 - 5, 15 - 7, 23 - 15] = \min[5, 8, 8] = 5.$$

Робота з номером 0 має наступними роботи з номерами 1 і 2. Пізній час закінчення роботи 0 обчислюється як

$$t_{пз}(0) = \min[t_{пз}(1) - d_1, t_{пз}(2) - d_2] = \min[5 - 5, 24 - 4] =$$

$$\min[0, 20] = 0$$

Результати обчислення пізнього завершення робіт показані на рис. 5.6.

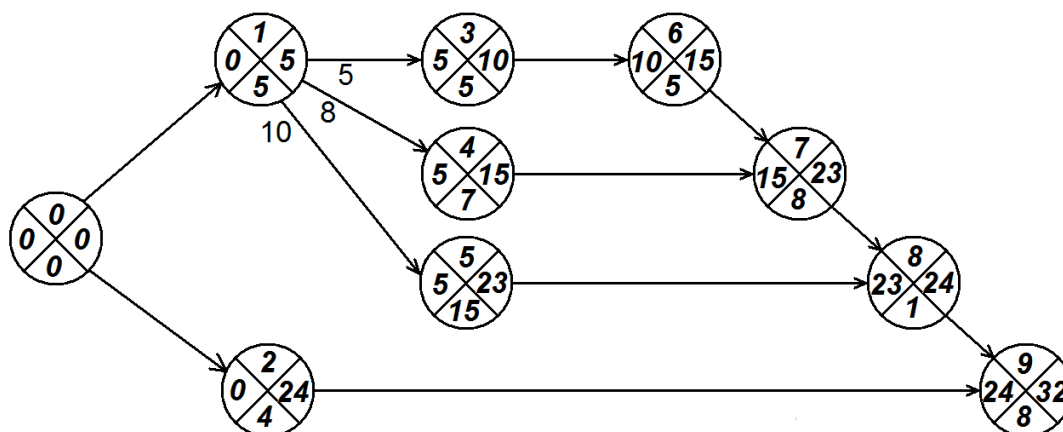


Рисунок 5.6 – Розрахунок пізнього завершення робіт

Ранній час закінчення роботи розраховується згідно з формулою (4.2)

$$t_{пз}(0) = t_{пн}(0) + d_0 = 0 + 0 = 0,$$

$$t_{пз}(1) = t_{пн}(1) + d_1 = 0 + 5 = 5,$$

$$t_{пз}(2) = t_{пн}(2) + d_2 = 0 + 4 = 4,$$

$$t_{пз}(3) = t_{пн}(3) + d_3 = 5 + 5 = 10,$$

$$t_{пз}(4) = t_{пн}(4) + d_4 = 5 + 7 = 12,$$

$$t_{пз}(5) = t_{пн}(5) + d_5 = 5 + 15 = 20,$$

$$t_{пз}(6) = t_{пн}(6) + d_6 = 10 + 5 = 15,$$

$$t_{пз}(7) = t_{пн}(7) + d_7 = 15 + 8 = 23,$$

$$t_{пз}(8) = t_{пн}(8) + d_8 = 23 + 1 = 24,$$

$$t_{пз}(9) = t_{пн}(9) + d_9 = 24 + 8 = 32,$$

Пізній час початку роботи розраховується згідно з формулою (4.4)

$$t_{мн}(0) = t_{нз}(0) - d_0 = 0 - 0 = 0,$$

$$t_{мн}(1) = t_{нз}(1) - d_1 = 5 - 5 = 0,$$

$$t_{мн}(2) = t_{нз}(2) - d_2 = 24 - 4 = 20,$$

$$t_{мн}(3) = t_{нз}(3) - d_3 = 10 - 5 = 5,$$

$$t_{мн}(4) = t_{нз}(4) - d_4 = 15 - 7 = 8,$$

$$t_{мн}(5) = t_{нз}(5) - d_5 = 23 - 8 = 15,$$

$$t_{мн}(6) = t_{нз}(6) - d_6 = 15 - 5 = 10.$$

$$t_{мн}(7) = t_{нз}(7) - d_7 = 23 - 8 = 15,$$

$$t_{мн}(8) = t_{нз}(8) - d_8 = 24 - 1 = 23,$$

$$t_{мн}(9) = t_{нз}(9) - d_9 = 32 - 8 = 24.$$

Знайдемо повний резерв часу для кожної роботи по формулі 5

$$R_{п}(0) = t_{мн}(0) - t_{пн}(0) = 0 - 0 = 0,$$

$$R_{п}(1) = t_{мн}(1) - t_{пн}(0) = 0 - 0 = 0,$$

$$R_{п}(2) = t_{мн}(2) - t_{пн}(2) = 20 - 0 = 20,$$

$$R_{\pi}(3) = t_{\text{mn}}(3) - t_{\text{pn}}(3) = 5 - 5 = 0,$$

$$R_{\pi}(4) = t_{\text{mn}}(4) - t_{\text{pn}}(4) = 8 - 5 = 3,$$

$$R_{\pi}(5) = t_{\text{mn}}(5) - t_{\text{pn}}(5) = 15 - 5 = 10,$$

$$R_{\pi}(6) = t_{\text{mn}}(6) - t_{\text{pn}}(6) = 10 - 10 = 0.$$

$$R_{\pi}(7) = t_{\text{mn}}(7) - t_{\text{pn}}(7) = 15 - 15 = 0,$$

$$R_{\pi}(8) = t_{\text{mn}}(8) - t_{\text{pn}}(8) = 23 - 23 = 0,$$

$$R_{\pi}(9) = t_{\text{mn}}(9) - t_{\text{pn}}(9) = 24 - 24 = 0.$$

6. ПОШУК КРИТИЧНОГО ШЛЯХУ

Найдовший шлях від початкової до кінцевої роботи, який не має резервів, називається критичним шляхом і виділяється червоним кольором або подвійною лінією та характеризує термін виконання всіх робіт.

Роботи 0, 1, 3, 6, 7, 8, 9 не мають резерву часу, вони є критичними й утворюють критичний шлях (6.1).

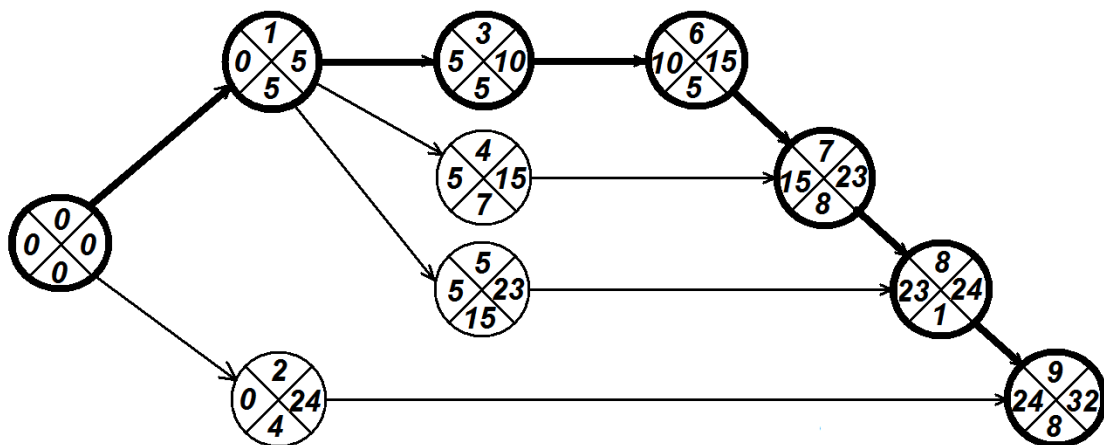


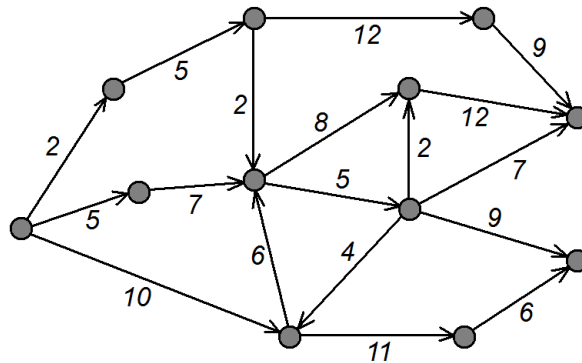
Рисунок 6.1 – Критичний шлях

7. ПЛАН ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВОГО ЗАВДАННЯ

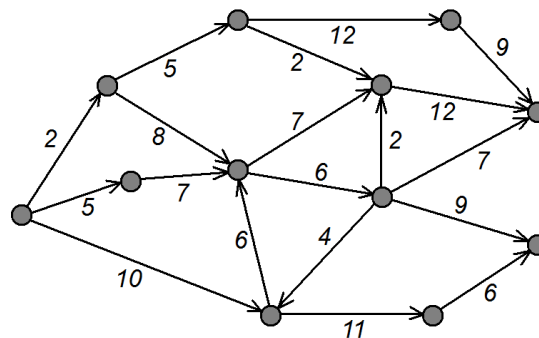
1. Для виданого графа провести перевірку на наявність циклів (алгоритм відкидання стоків і витоків). Якщо в графі буде виявлений цикл, узгодити з керівником зміну орієнтації однієї з дуг.
2. За графом побудувати лінійний графік Ганта.
3. Перетворити граф з вагами на ребрах у граф з вагами на вершинах.
4. Провести розрахунок часу раннього початку і пізнього закінчення робіт.
5. Знайти на графі критичний маршрут.

8. ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ

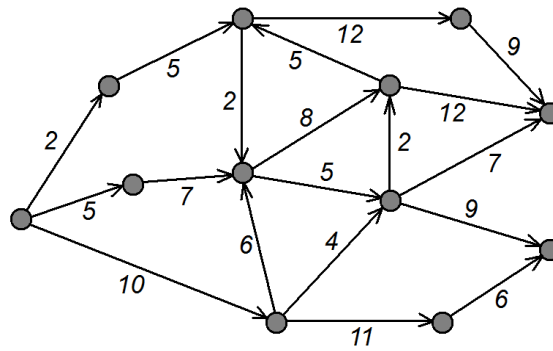
Варіант 1



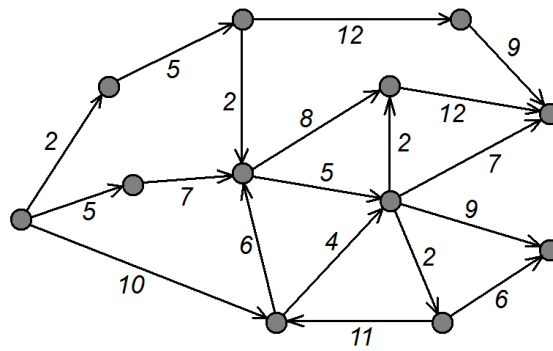
Варіант 2



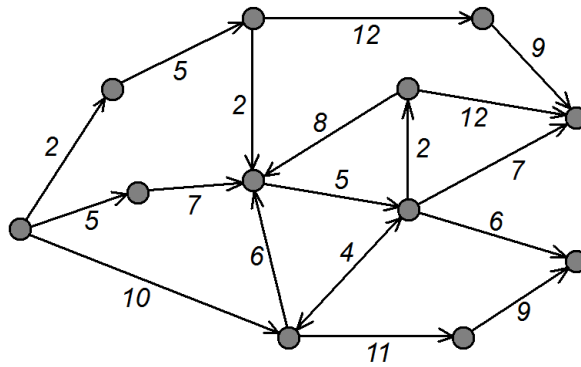
Варіант 3



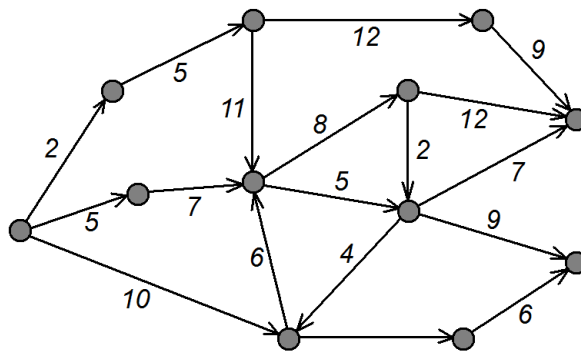
Варіант 4



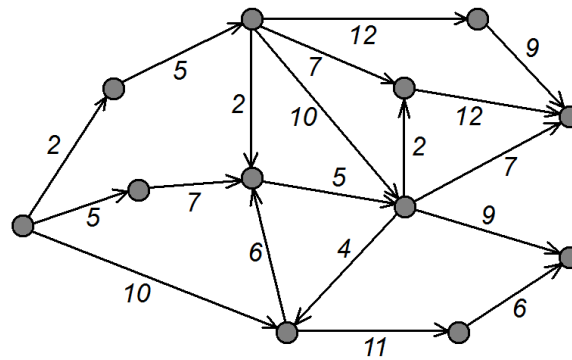
Варіант 5



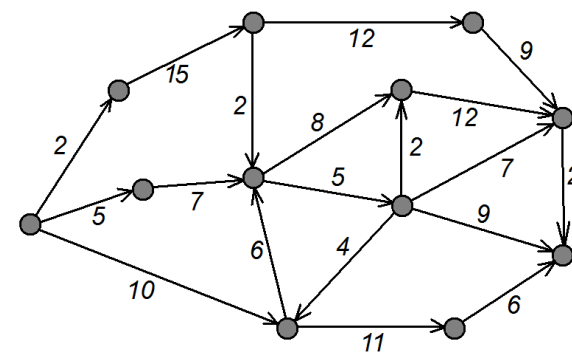
Варіант 6



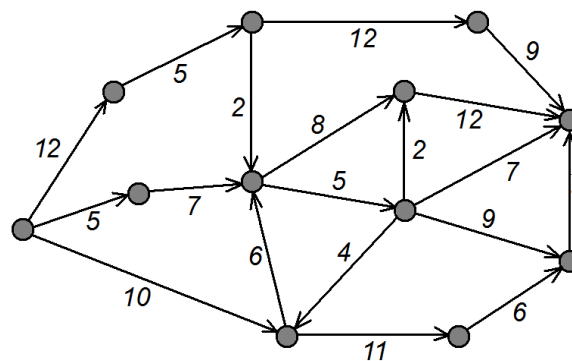
Варіант 7



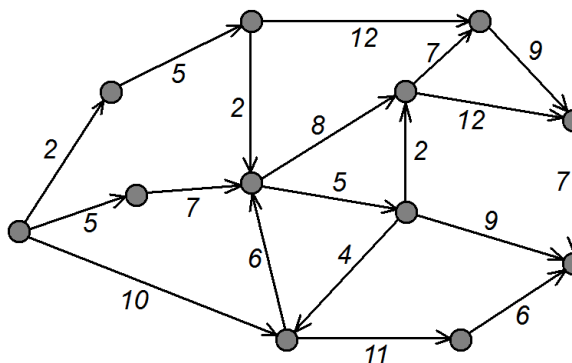
Варіант 8



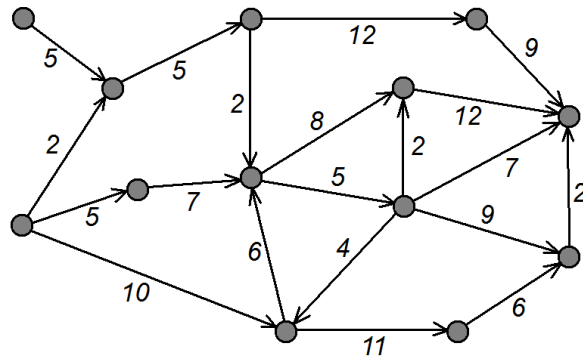
Варіант 9



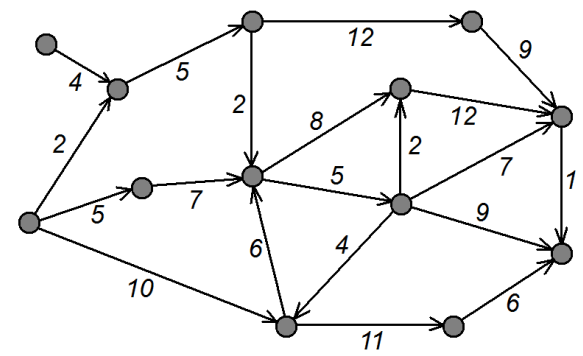
Варіант 10



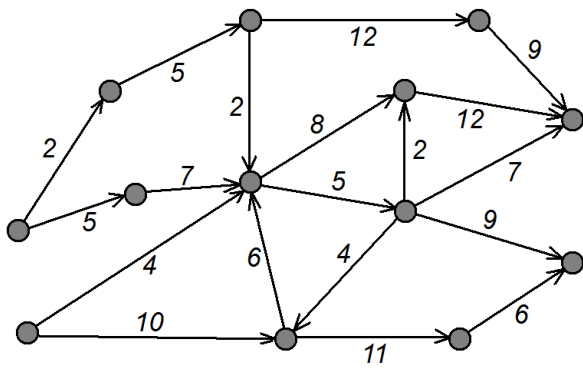
Варіант 11



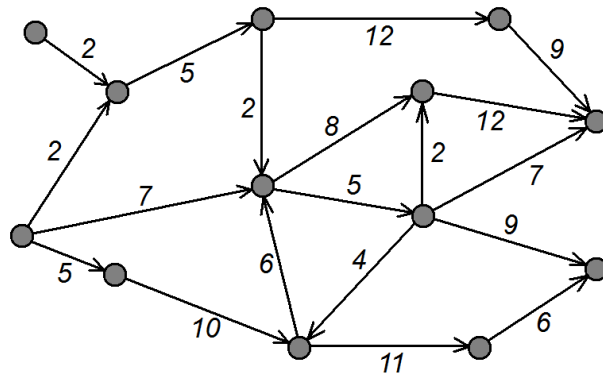
Варіант 12



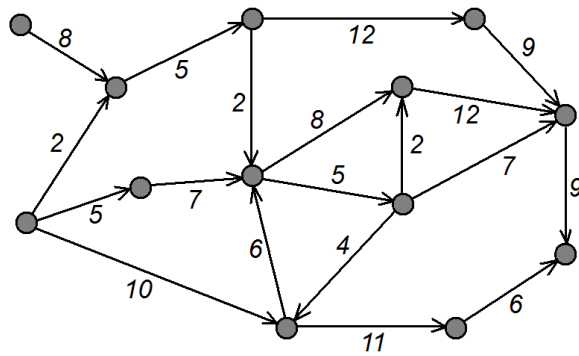
Варіант 13



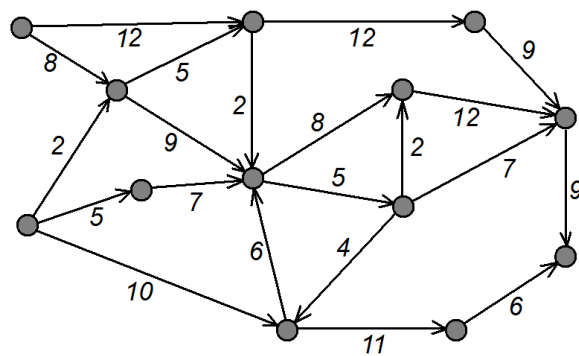
Варіант 14



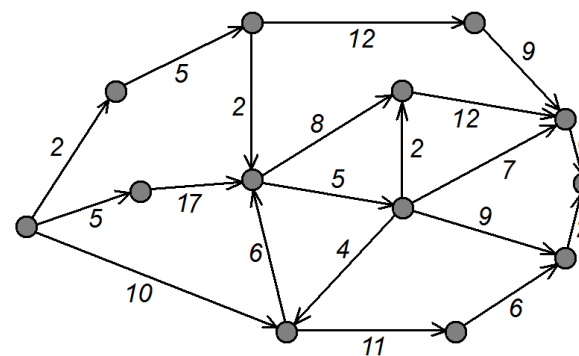
Варіант 15



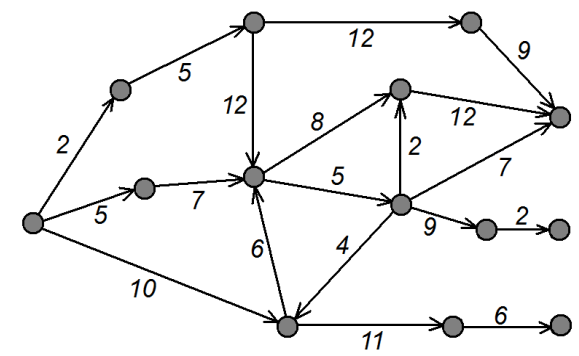
Варіант 16



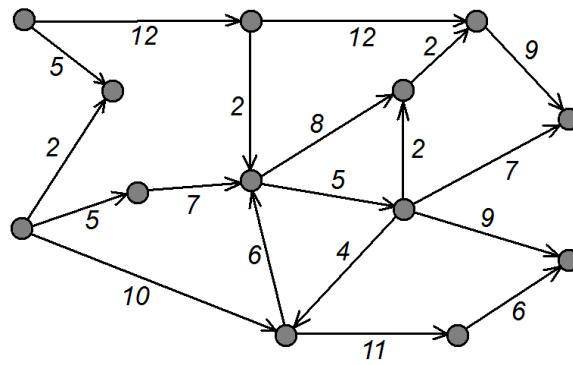
Варіант 17



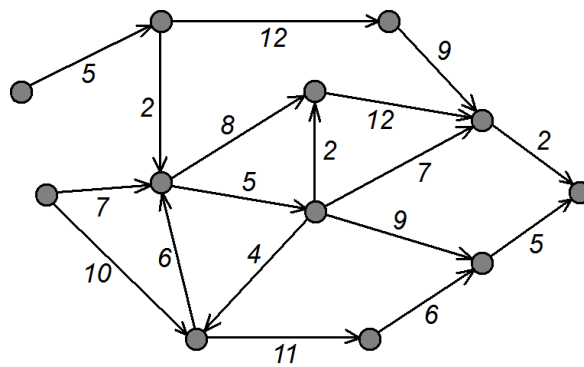
Варіант 18



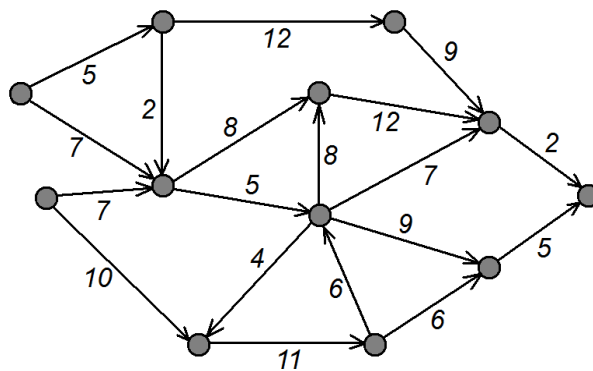
Варіант 19



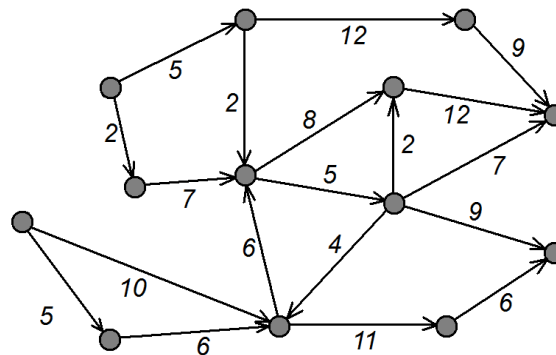
Варіант 20



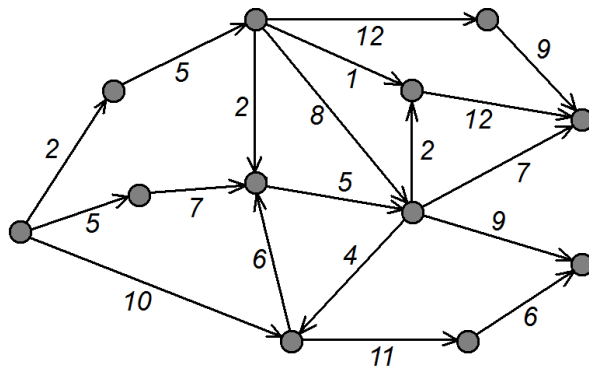
Варіант 21



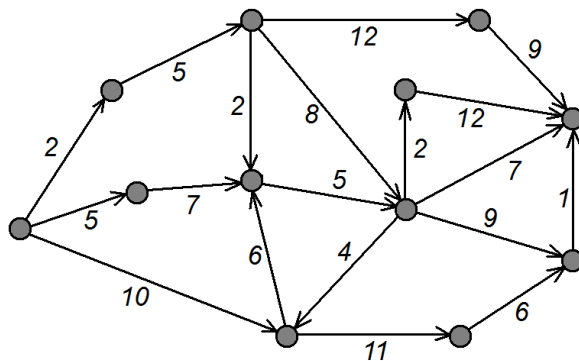
Варіант 22



Варіант 23



Варіант 24



СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ніколаєва К.В Дискретний аналіз. Графи та їх застосування в економіці : Навч.-метод. посіб./ К.В. Ніколаєва, В.В. Койбічук– Суми: УАБС НБУ, 2007. – 84 с

2. Дискретна математика : навч. посіб. / Стрелковська І.В., Буслев А.Г., Харсун О.М. та ін. – Одеса : ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010. – 196 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до розрахункового завдання
з курсу «Дискретна математика»
для студентів спеціальностей 124 – Системний аналіз,
186 – Видавництво та поліграфія

Укладачі: КАЩЕСВ Леонід Борисович
КОЖИН Юрій Миколайович

Відповідальний за випуск О. С. Куценко
Роботу до видання рекомендував М. І. Безменов
Редактор Л.А. Пустовойтова

План 2015 р., поз. 4

Підписано до друку 9.06. 2017 р. Формат 60 × 84 1/16. Папір офсетний.

Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум. дру. арк. 0,7. Наклад 50 прим.

Ціна договірна.

Видавець і виготувач
Друкарня «ФОП Пісня О. В.»
61002, Харків, вул. Гіршмана, 16а, кв. 21, тел. (057) 764-20-28

Свідоцтво про державну реєстрацію ВО2 № 248750 від 13.09.2007 р.