

УДК 622.85

doi:10.20998/2413-4295.2017.23.31

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЕ ЗАПЫЛЕННЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА В ФИЛЬТРЕ РЕСПИРАТОРА

**Ю. И. ЧЕБЕРЯЧКО**

Кафедра Аерології та охорони праці, Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», Дніпро, УКРАЇНА  
\*email: cheberiachkoyi@ukr.net

**АННОТАЦИЯ** В статье приведены результаты математического моделирования движение запыленных потоков воздуха в фильтре респиратора. Разработана математическая модель для получения рациональных геометрических параметров префильтрующей и фильтрующей зон респиратора. Получены зависимости между аэродинамическими и геометрические параметры префильтрующей и фильтрующей зон респиратора. Определены геометрические параметры фильтра с наибольшей эффективностью очистки запыленного потока. Разработана математическая модель позволяет получать рациональных геометрических параметров фильтра респиратора.

**Ключевые слова:** респиратор; префильтрующая и фильтрующая зоны респиратора; математическое моделирование; метод наименьших квадратов; метод конечных элементов; метод локальных вариаций.

## MATHEMATICAL MODEL OF MOTION IN THE DUSTY AIR FLOW FILTER RESPIRATOR

**Yu. CHEBERIACHKO**

The department Aerology and protecti on of labour, State Instituti on of Higher Education «National Mining University», Dnipro, UKRAI NE

**ABSTRACT Purpose.** To determine the relationship between the filter parameters and the aerodynamic characteristics of the dust-air flow in order to improve its dust collection efficiency.

**Method.** The airflow velocities distribution and pressure drop gradients across a filter was studied on a mathematical model using the least squares method, finite elements, and local variations. This technique allows to obtain kinematic parameters of the dusty flow, as well as the density distribution over the volume of the filter model. The mathematical model adequacy in modeling the dusty flows filtration through a respirator was established on an experimental bench.

**Results.** A mathematical model for obtaining rational geometric parameters of the prefiltration and the respirator filtration zones has been developed.

**Scientific novelty.** Mathematical modeling of aerodynamic processes in a filter with the help a 4 nonlinear differential equations system the first order in partial derivatives, describing the motion of a dusty stream in it. Dependences between aerodynamic and geometric parameters of the prefiltration and filtration zones of the respirator are obtained.

**Practical novelty.** Geometric parameters the filter with a highest efficiency of cleaning the dusty flow are determined. A mathematical model that allows us to obtain rational geometric parameters of the respirator filter is developed.

**Keywords:** respirator; prefiltration and filtering zones of the respirator; math modeling; least square method; finite element method; method of local variations.

### Введение

Высокоэффективный аэрозольный фильтр представляет собой устройство, в котором воздух, очищается пропускается через слой фильтрующего материала, который задерживает аэрозольные частицы с помощью нескольких механизмов улавливания и постепенно накапливает их осадок в своем объеме. При этом растет их перепад давления и ухудшаются эксплуатационные свойства. Особенно при высоких концентрациях пыли в рабочей зоне. Поэтому, повышение срока защитного действия противопылевых респираторов в условиях горных предприятий, которые характеризуются чрезвычайно сложными условиями эксплуатации последних, является актуальной задачей.

Решения задач о движении загрязненных потоков через респиратор с целью нахождения его оптимального режима работы и геометрических размеров для этих условий может быть выполнено как путем их математического анализа, так и путём экспериментальных исследований. Следует отметить, что теория осаждения частиц, позволяющая в значительной мере оценить эффективность фильтров, а также ее развитие представлены в работах отечественных исследователей [1-4]. Значительный вклад был также внесен и американскими исследователями [5-7]. Однако обратим внимание на то, что аналитические модели были предложены для частных случаев. Построение теоретических моделей во многом определялось характеристиками используемых на практике фильтров. Это

обстоятельство предопределило ограниченность их практического применения, что не позволяет учесть одновременное действие разных факторов в процессе работы. Кроме того, они не учитывали влияние уже осевших частиц на захват последующих, так что ресурс фильтра в этих подходах был явно завышен.

Отметим еще одно направление, позволяющее снижать энергетические затраты при прохождении воздуха через фильтр. Это направление связано с разработкой геометрии фильтрующих элементов. В частности, предлагаются схемы, в которых осуществляется развёртка фильтрующего материала, например, путём гофрирования тонкослойного фильтра, или путём включения электростатических эффектов, которые исходно реализуются в фильтрах [8].

### Цель работы

Определить взаимосвязь между параметрами фильтра и аэродинамическими характеристиками пылевоздушного потока что позволит проводить оценку времени защитного действия респиратора.

### Изложение основного материала

Для исследования движения пылегазовой смеси в фильтрующей коробке респиратора можно использовать различные модели математического описания с элементами теории гидродинамического подобия [9]. Процесс моделирования, является основой научного эксперимента, цель которого получить картину течения запыленных воздушных потоков в фильтрующих элементах респираторов, выразить их математически, в форме дифференциальных уравнений, получить кинематические и динамические характеристики как непрерывные функции координат и времени. Такая задача может быть выполнено двумя аналитическими методами исследования: методом Лагранжа или методом Эйлера. Согласно методу Лагранжа движение воздушных потоков оценивается наблюдением за движением отдельных частиц через потоки пространства, то есть по существу все сводится к изучению совокупности траекторий этих частиц, и прослеживанию во времени за изменением их кинематических характеристик. Поэтому для анализа движения пылегазового потока в фильтре респиратора был выбран метод Эйлера, согласно которого, исследование кинематики фильтрующей коробки респиратора свидетельствует о том, что одновременный учет всех факторов, действующих в потоке пылегазовой смеси в упомянутых выше математических моделях, значительно усложняет их структуру. Последнее затрудняет использование численных методов для решения уравнений движения или же не отражает реальной картины

физики процессов. Поэтому для составления математической модели движения потока пылегазовой смеси использовались дифференциальные уравнения с некоторыми допущениями. Смесь "воздух - твердые частицы" рассматривается как сплошная среда с непрерывным распределением плотности. Возможность такого допущения основана на большом количестве взвешенных частиц малого размера и используемый прием усреднения плотности двухкомпонентной смеси является типичным для механики сплошных сред [10]. Такое обобщение может быть выполнено с ведением сила сопротивления фильтра, отнесенных к единичному объему. Остановимся на некоторых экспериментальных фактах, позволяющих определить зависимость такой силы от скорости потока и плотности фильтрующего элемента. Опытные данные приведены в работе [11]. Это дает возможность дискретные действия частиц заменить непрерывно действующей силой в фильтрующем элементе  $F_{\phi r}$ ,  $F_{\phi z}$ ,  $F_{\phi \theta}$  по осям координат.

Будем считать, что значение скорости на входе в фильтр будет постоянным и не зависит от времени. Это подтверждается исследованиями [12]. Выделим в фильтрующей коробке элементарный объем размерами  $\partial r$ ,  $\partial \theta$ ,  $\partial z$  и запишем уравнения движения и неразрывности потока в цилиндрической системе координат  $r$ ,  $z$ ,  $\theta$  в Эйлеровых переменных (рис. 1.).

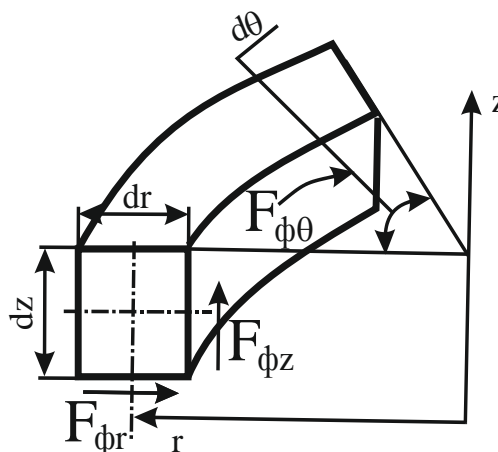


Рис.1 – Элементарный объем размерами  $\partial r$ ,  $\partial \theta$ ,  $\partial z$

Так как движение запыленного потока во всех зонах - осесимметричное, то существенными аргументами искомых функций для него будут только координаты  $r$ ,  $z$ .

Таким образом, в исходных уравнениях при получении математической модели учитывались плотность потока; силы, вызывающие градиент перепада давления; сила сопротивления фильтра. Для получения величины перепада давления в фильтре

использовались уравнения состояния связывающее перепад давления в фильтре с плотностью потока [2-4].

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \rho V_r + \frac{\partial \rho}{\partial r} V_r + \frac{\partial V_r}{\partial r} \rho + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \rho = 0; \\ V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = k_\phi \cdot V_r - \frac{1}{\rho} RT \frac{\partial \rho}{\partial r}; \\ V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{V_r V_\theta}{r} = k_\phi \cdot V_\theta; \\ V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = k_\phi \cdot V_z - \frac{1}{\rho} RT \frac{\partial \rho}{\partial z} \end{array} \right.$$

где  $V_r, V_\theta, V_z$  - проекции скоростей по осям координат, м/с;  $\rho$  - плотность пылегазового потока в фильтрующем элементе, кг/м<sup>3</sup>;  $k_\phi$  - коэффициент частоты соударений частиц с фильтром, 1/с;  $R$  - газовая постоянная,  $R \approx 287$  Дж/(кг·К);  $T$  - температура запыленного потока, К.

Разработанная математическая модель описывающая движения запыленных потоков фильтрующей коробке состоит из четырёх дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. Она связывает между собой его кинематические и геометрические параметры, а также плотность запыленного потока вдоль фильтрующего элемента. Задаваясь технологическими параметрами фильтра возможно оптимизировать его геометрические параметры.

Одним из основных исходных параметров для проведения расчета на математической модели являются скорость движения и плотность запыленного потока на входе в фильтр. При расчетах использовалась средняя скорость движения воздуха, а также плотность потока на входе в фильтр которые определялись при экспериментальных исследованиях [12]:

$$V_0 = \frac{Q}{S_\phi}$$

где  $Q$  - расход воздуха через фильтр, м<sup>3</sup>/с;  $S_\phi$  - площадь входного сечения фильтра, м<sup>2</sup>.

В процессе осаждения пыли на фильтрующем элементе происходит уменьшение плотности потока запыленного воздуха по толщине фильтра. Как показали исследования, пылеемкость фильтрующего элемента зависит от скорости его продвижения через фильтр и от толщины фильтрующего слоя, диаметра волокон, плотности упаковки и для различных видов фильтрующих элементов, поэтому математическое описание этого процесса будет зависеть от коэффициентная фильтрации. Он изменяется в зависимости от

времени работы фильтра. Плотность запыленного потока в уравнении неразрывности при решении математической модели будет изменяться по мере продвижения запыленного воздушного потока по объему фильтра. Такое изменение учитывается дополнительным уравнением при построении эпюр распределения плотности по сечениях фильтрующего элемента. Эти уравнения зависят от типов и конструкций фильтрующих элементов, и в соответствии с законом фильтрации используются различные модели: линейной зависимости, модель утолщающегося волокна, модель полидисперсного волокна и другие, которые выбираются в математической модели индивидуально. При выборе этих уравнений для расчетов необходимо учитывать также исходную концентрацию пыли на входе в фильтр. Эти математические зависимости при моделировании выбираются для конкретного фильтрующего элемента и представлены в работе [12].

Данная система уравнений решается численными методами с применением математических пакетов решения на ПЭВМ. В результате решения будут получены аэродинамические характеристики в любых точках воздушного потока в зависимости от геометрических параметров в зонах фильтрующей коробки.

Задача решалась с использованием методов наименьших квадратов, конечных элементов и локальных вариаций. Задавая геометрические и технологические параметры потока в математической модели, получим его аэродинамические параметры и распределение плотности пылегазовой смеси по объему фильтра респиратора.

Для проверки адекватности математической модели использовались результаты математического моделирования предфильтрующей зоны (рис. 2.), в которой осевые, радиальные и тангенциальные скорости определялись по ее объему, так как их распределение главным образом влияет на процесс улавливания пыли в фильтре. Для этой зоны были приняты следующие граничные условия, на стенках фильтра принята гипотеза о прилипанию частиц т.к. движение их там практически отсутствует. Для проведения расчетов задаемся скоростью и плотностью запыленного потока на входе в фильтр, а также геометрическими размерами исследуемой зоны. В результате математического моделирования получаем зависимости между аэродинамическими и геометрическими параметрами предфильтрующей зоны.

Исходными данными для расчета были расход воздуха в выходном патрубке диаметром  $d_1$  и плотность запыленного потока на входе в фильтр, а также высота предфильтрующей зоны  $H_1$  и ее диаметр  $D_1$ , а также коэффициент фильтрации был принят равным нулю, так как в этой зоне

отсутствует запыленный воздух. При моделировании определялись осевые, радиальные и тангенциальные скорости по диаметру зоны рис. 3 и рис. 4.

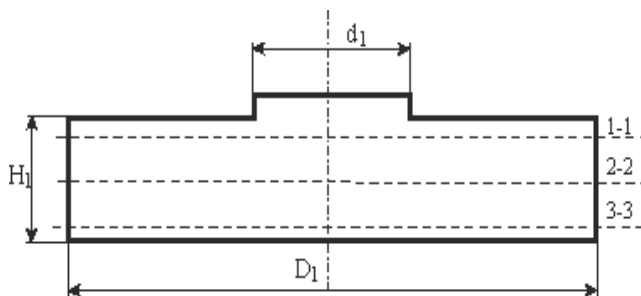


Рис. 2 – Схема конструкции фильтрующей коробки

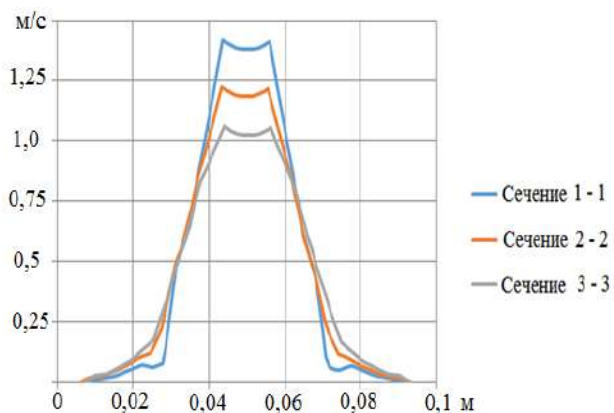


Рис. 3 – Распределения осевых скоростей

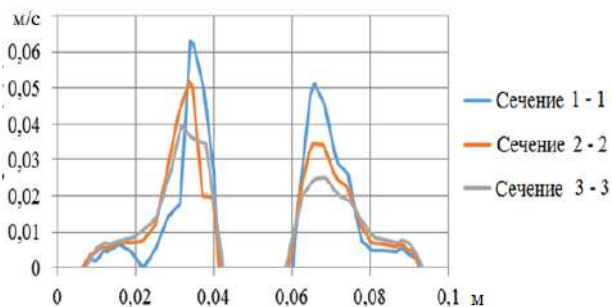


Рис. 4 – Распределения радиальной скорости

Как видно из графиков рис. 3 и рис. 4 распределение осевых и радиальных скоростей по объему этой зоны носит не равномерный характер, а у пристеночной области они отсутствуют вовсе, также наблюдаются пульсации скорости. Такое распределение скоростей не способствует пылеулавливанию в фильтрующем элементе нарушает кинематику потока, поэтому возникает необходимость существенной доработки конструкции фильтрующей коробки. Тангенциальные составляющие скорости пылегазового потока при экспериментальных исследованиях и математическом моделировании были не обнаружено.

Для установления адекватности модели результаты математического моделирования сравнивались с экспериментальными исследованиями. В лабораторных условиях определяли экспериментально распределение скорости воздушного потока и перепада давления на фильтре соответствии с требованиями по ДСТУ EN 143: 2002. Для этого в задней стенке корпуса фильтровальной коробки просверливаем отверстия размером 5 мм, через каждые 10 мм в которые устанавливалась трубка Пито, подключена к электронному манометру Testo 512. Манометр позволяет одновременно определять скорость потока в диапазоне от 0 до 10 м/с и перепад давления от 0 до 200 Па. Для обеспечения контроля заданного расхода воздуха использовали ротаметр с погрешностью 2,5%. Подключение (зажима) фильтровальных коробок к сети со сжатым воздухом выполнили через специальную насадку.

Исследования показали удовлетворительное совпадение при сравнении результатов, полученных при математическом моделировании, с результатами экспериментальных исследований, что свидетельствует об адекватности математической модели.

### Выводы

На основании рассмотренного материала можно сделать следующие выводы:

- установлено, что существующие конструкции фильтровальных коробок влипают перепад давления респиратора, из-за неиспользования значительной поверхности фильтров (образование мертвых зон в которых воздух не движется) и тем самым увеличивают сопротивление дыханию.

- установлена адекватность математической модели при моделировании прохождения запыленных потоков через респиратор;

- разработанную математическую модель можно рекомендовать для получения рациональных геометрических параметров фильтрующих коробок респиратора.

Предметом дальнейших исследований влияния аэродинамических параметров фильтрующих коробок респираторов на их геометрические параметры с целью уменьшения сопротивления дыханию, увеличение срока защитного действия и пылеемкости, На базе предложенного подхода можно установить рациональные параметры фильтровальных коробок для обеспечения равномерного обтекания всей поверхности фильтра.

#### Список літератури

1. Черняков, А. Л. Эффективность инерционного осаждения аэрозольных частиц в волокнистых фильтрах с учетом их отскока от волокон / А. Л. Черняков, А. А. Кириш, В. А. Кириш // *Коллоид. журн.* – 2011. – Т. 73. № 3. – С. 387–391.
2. Высокоэффективные средства защиты органов дыхания. Фильтро-вентиляционные установки: Проспект МПЦ «Антарес». – Одесса, 2003. – 4 с.
3. Каминский, С. Л. Средства индивидуальной защиты в охране труда / С. Л. Каминский. – СПб: Проспект Науки, 2011. – 304 с.
4. Спельникова, М. И. Обеспечение эффективности средств индивидуальной защиты органов дыхания / М. И. Сапельникова // *Справочник специалиста по охране труда.* – 2015. – № 6. – С. 49-55.
5. Wang, J. Modeling of filtration efficiency of nanoparticles in standard filter media / J. Wang, D. R. Chen, D. Y. H. Pui // *Journal of Nanoparticle Research.* – 2007. – 9. – P. 109–15. – doi: 10.1007/978-1-4020-5859-2\_11.
6. Boskovic, L. Filtration of nanosized particles with different shape on oil coated fibres / L. Boskovic, I. E. Agranovski, R. D. Braddock // *Journal of Aerosol Science.* — 2007. — 38. — P. 1220—1229. — doi: 10.1016/j.jaerosci.2007.09.003.
7. Kuo, Y.-M. Evaluation of Exhalation / Y.-M. Kuo, C.-Y. Lai, C.-C. Chen, B.-H. Lu, S.-H. Huang, C.-W. Chen // *Valves British Occupational Hygiene Society.* – 2005. – Vol. 49. – 7. – P. 563–568. – doi: 10.1093/annhyg/mei003.
8. Yang, C.-M. Dynamic Respirator Exhalation Valve Test Apparatus / C.-M. Yang, S.-H. Huang, C.-C. Chen // *Conference Occupational Hygiene.* – 2011. – Holiday Inn, Stratford upon Avon, UK. – P. 19 - 20.
9. Slavich, G. M. Transformational Teaching: Theoretical Underpinnings, Basic Principles, and Core Methods / G. M. Slavich, P. G. Zimbardo // *Educational psychology review.* – 2012. – 24.4. – 569–608.
10. Лекции по основам механики сплошных сред / М. Э. Эглит. - Изд. стереотип. - М. : Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2013. - 207 с..
11. Чеберячко, С. И. Исследование влияния толщины фильтрующего слоя, диаметра волокон и плотности упаковки на основные показатели фильтрующих элементов / С. И. Чеберячко, Д. И. Радчук, Ю. И. Чеберячко // *Зб. наук. пр. НГУ.* – 2007. – № 29. – С. 224 – 229.

12. Соловьева, О. В. Течение газозвеси в периодическом ряду цилиндров: расчет полей концентраций частиц / О. В. Соловьева // *Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки.* – 2015. – Т. 157. – №. 4. – С. 149–157.

#### Bibliography (transliterated)

1. Chernyakov, A. L., Kirsh, A. A., Kirsh, V. A. Effektivnost' inertsionnogo osazhdeniya aerazol'nykh chastits v voloknistykh fil'trakh s uchetom ikh otskoka ot volokon [Efficiency of inertial deposition of aerosol particles in fibrous filters taking into account their rebound from fibers], *Colloid. Journal*, 2011, **73**. No 3, 387-391.
2. Vysokoeffektivnyye sredstva zashchity organov dykhaniya. Fil'tro-ventilyatsionnyye ustanovki [Highly effective respiratory protection Filtro-ventilation units] *Prospekt MPTS «Antares»*, Odessa, 2003, 4 p.
3. Kaminsky, S. L. Sredstva individual'noy zashchity v okhrane truda [Means of individual protection in labor protection]. – SPb: Prospect of Science, 2011, 304 p.
4. Splelnikova, M. I. Obespecheniye effektivnosti sredstv individual'noy zashchity organov dykhaniya [Ensuring the effectiveness of personal protective equipment for respiratory organs], *Handbook of a specialist in occupational safety*, 2015, **6**, 49-55.
5. Wang, J., Chen, D. R., Pui, D. Y. H. Modeling of filtration efficiency of nanoparticles in standard filter media, *Journal of Nanoparticle Research*, 2007, **9**, 109–15, doi: 10.1007/978-1-4020-5859-2\_11.
6. Boskovic, L., Agranovski, I. E., Braddock, R. D. Filtration of nanosized particles with different shape on oil coated fibres, *Journal of Aerosol Science*, 2007, **38**, 1220—1229, doi: 10.1016/j.jaerosci.2007.09.003.
7. Kuo, Y.-M., Lai, C.-Y., Chen, C.-C., Lu, B.-H., Huang, S.-H., Chen, C.-W. Evaluation of Exhalation, *Valves British Occupational Hygiene Society*, 2005, **49**, 7, 563–568, doi:10.1093/annhyg/mei003.
8. Yang, C.-M., Huang, S.-H., Chen, C.-C. Dynamic Respirator Exhalation Valve Test Apparatus, *Conference Occupational Hygiene*, 2011, Holiday Inn, Stratford upon Avon, UK, 19-20.
9. Slavich, G. M., Zimbardo, P. G. Transformational Teaching: Theoretical Underpinnings, Basic Principles, and Core Methods, *Educational Psychology Review*, 2012, **24**(4), 569–608, doi:10.1007/s10648-012-9199-6.
10. Eglit, M. E. Leksii po osnovam mekhaniki sploshnykh sred [Lectures on the fundamentals of continuum mechanics]. - Ed. stereotype. - M.: The book house "LIBROKOM", 2013. 207 p.
11. Cheberyachko, S. I., Radchuk, D. I., Cheberyachko, Yu. I. Issledovaniye vliyaniya tolshchiny fil'truyushchego sloya, diametra volokon i plotnosti upakovki na osnovnyye pokazateli fil'truyushchikh elementov, *Zb. nauk. pr. NGU*, 2007, **29**, 224 - 229.
12. Solov'eva, O. V. Techeniye gazozvesi v periodicheskom ryadu tsilindrov: raschet poley kontsentratsiy chastits, *Uchenyye zapiski Kazanskogo universiteta*, 2015, **157**, 4, 149–157.

**Сведения об авторах (About authors)**

**Чеберячко Юрій Іванович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри Аерології та охорони праці, Державний ВНЗ «Національний гірничий університет», Дніпро, Україна; email: cheberiachkoyi@ukr.net.

**Yuriy Cheberiachko** – Candidate of Technical Science (Ph.D), Associate Professor of department Aerology and protection of labour, State Institution of Higher Education «National Mining University», Dnipro, Ukraine; email: cheberiachkoyi@ukr.net.

*Пожалуйста, ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Чеберячко, Ю. И.** Математическая модель движение запыленных потоков воздуха в фильтре респиратора / **Ю. И. Чеберячко** // *Вестник НТУ «ХПИ»*, Серия: Новые решения в современных технологиях. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2017. – № 23 (1245). – С. 194-199. – doi:10.20998/2413-4295.2017.23.31.

*Please cite this article as:*

**Cheberiachko, Yu.** Mathematical model of motion in the dusty air flow filter respirator. *Bulletin of NTU "KhPI"*. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017, **23** (1245), 194–199. – doi:10.20998/2413-4295.2017.23.31.

*Будь ласка, посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Чеберячко, Ю. І.** Математична модель руху запылених потоків повітря у фільтрі респіратору / **Ю. І. Чеберячко** // *Вісник НТУ «ХПІ»*, Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2017. – № 23 (1245). – С. 194-199. – doi:10.20998/2413-4295.2017.23.31.

**АНОТАЦІЯ** У статті наведено результати математичного моделювання руху запылених потоків повітря в фільтрі респіратору. Розроблено математичну модель для отримання раціональних геометричних параметрів передфільтруючої і фільтруючої зони респіратору. Отримано залежності між аеродинамічними і геометричними параметрами передфільтруючої і фільтруючої зони респіратору. Визначено геометричні параметри фільтру з найбільшою ефективністю очищення запыленого потоку. Розроблено математичну модель дозволяє отримувати раціональних геометричних параметрів фільтра респіратору.

**Ключові слова:** респіратор; передфільтруюча та фільтруюча зони респіратору; математичне моделювання; метод найменших квадратів; метод кінцевих елементів; метод локальних варіацій.

*Поступила (received) 29.05.2017*