УДК 621.833

М.В.МАТЮШЕНКО, к.т.н., доцент кафедри ГМКГ, НТУ «ХПІ», Харків
Г.В. ФЕДЧЕНКО, к.т.н., доцент кафедри ГМКГ, НТУ «ХПІ», Харків
В.О.БЕРЕЖНИЙ, ст. викладач кафедри ГМКГ, НТУ «ХПІ», Харків
П.М. КАЛИНИН, к.т.н., доцент кафедри _____, Харків

МЕТОД ГЕССЕНА В ЦИЛІНДРИЧНИХ ПЕРЕДАЧАХ НОВІКОВА

В статье представлена реализация метода обобщенной развертки для передач Новикова

У статті представлена реалізація методу узагальненої розгортки для передач Новікова

In article realization of a method of the generalized development of B.A.Gessen for tooth gearings of Novikov is shown

Зубчасті передачі, будучи однією з найважливіших складових частин приводу сучасних машин, мають широке застосування в усіх галузях машинобудування України. У сучасній техніці застосовуються різні системи зачеплення, проте пануючою є эвольвентна система, геометрична теорія якої була закладена двісті років тому в Росії Леонардом Ейлером. При эвольвентному зачепленні поверхня зуба одного колеса є такою, що огинає сімейства поверхонь зуба іншого колеса у відносному русі, а лінія торкання є лінією дискримінанта цього сімейства. В цьому випадку, по поверхні одного зуба, а також заданому відносному розташуванню осей обертання і співвідношенню кутових швидкостей однозначно визначається геометрія зв'язаної поверхні.

Існують інші методи аналітичної побудови зв'язаних поверхонь, наприклад, метод Х.И. Гохмана, Б.А. Гессена та ін.

По методу Б.А. Гессена поверхня зуба складається з деякої послідовності ліній, слід яких при обертанні поверхні в нерухомому просторі дає нову поверхню, що є узагальненою розгорткою поверхні зуба. При зворотному обертанні розгортки в просторі колеса сімейство ліній на розгортці описує поверхню зуба. Розгортки поверхонь зубів мають одну загальну лінію. Поєднання утворень Б.А. Гессена з методами векторного аналізу дозволяє вести дослідження зубчастих передач Новікова; розкривати і досліджувати багато диференціальних властивостей поверхонь біля точок контакту.

Постановка задачі. Зубчасте колесо А знаходиться в зачепленні із зубчастим колесом В. Поверхня $П_a$ колеса А з поверхнею $П_b$ колеса В має загальну точку М (для передач ОЛЗ), або дві (для передач ДЛЗ). Виділимо основну нерухому систему декартових координат $O_0x_0\ y_0\ z_0$. Тоді $\vec{r}_a$ - радіус-вектор точки М в системі координат; $\vec{V}_a$ - швидкість точки М на поверхні Π_a.

$$\vec{V}_a = \vec{\omega}_a \times \vec{r}_a$$

З колесом А пов'язаний простір Q_A; з колесом В - Q_b і з нерухомим простором полюсної системи - Q_p. Виділимо в Q_p гладку класу C^2 криву Γ_λ. У довільній точці М, положення якої визначається завдовжки дуги S_λ, одиничні вектори основного тріедра [5] є $\vec{\tau}_\lambda, \vec{n}_\lambda, \vec{b}_\lambda$ і вектор Дарбу:

$$\vec{\aleph}_\lambda^o = \vec{\tau}_\lambda T_\lambda + \vec{b}_\lambda K_\lambda,$$

де T_λ та K_λ - кручення і кривизна кривої Γ_λ.

У реальній передачі [3] простори Q_A та Q_p знаходяться у відносному русі так, що Q_A обертається відносно Q_p з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_a$. Повідомимо системі простору кутову швидкість $-\vec{\omega}_a$. Тоді Q_A виявиться нерухомим, а Q_p - що обертається з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_a$.Точка М кривої Γ_λ бере участь в двох рухах: одне з яких є переміщення уздовж кривої Γ_λ; інше - обертання разом із Q_p з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_a$. В результаті такого руху точка М опише в Q_A деяку криву Γ_v, яка перетинається з кривою Γ_λ в точці М. Характер кривої Γ_v залежить від характеру кривої Γ_λ і закону руху точки М по кривій Γ_v.Крива Γ_v є відображенням кривої Γ_λ в просторі Q_A, причому це відображення є узагальненою розгорткою кривої Γ_λ. Аналогічно вищевикладеному вводимо в розгляд вектор Дарбу $\vec{\aleph}_V^o$, пов'язаний з кривою Γ_v за допомогою основного триедра. Якби на самому початку була виділена крива Γ_v в просторі Q_A і визначений по ній рух точки М, то при обертанні Q_A з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_a$ відносно простору Q_p в останньому слідом точки М була б крива Γ_v. Це означає, що криві Γ_v та Γ_λ взаємно зворотні, тобто одна є узагальненою розгорткою інший при відповідному відносному обертанні просторів Q_A та Q_p.

Розглянемо тепер систему просторів Q_p та Q_B, останнє з яких обертається відносно першого з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_\beta$. Точка М опише в просторі Q_B

деяку криву Γ_μ, яка також буде узагальненой розгорткою лінії Γ_λ в просторі Q_B. Рух точки М на кривій Γ_μ визначений функціональною залежністю $S_\mu = S_\mu(t)$. У точці М виділяються вектори основного триедра і вектор Дарбу $\vec{\aleph}_V^o$.

У просторі Q_p. рухається деяка лінія Γ_α, увесь час перетинаючи в точці М лінію Γ_λ. З огляду на те, що твірна Γ_α увесь час пересекаетв точці М, що направляє, віднесемо лінію Γ_α до системи координат простору Q_λ^o основного триедра кривої Γ_λ. У точці М твірна має одиничні вектори основного триедра і вектор Дарбу $\vec{\aleph}_\alpha^o$. У системі Q_λ^o швидкість точки кривої Γ_α, співпадаючою в даний момент з точкою М, може відрізнятися від швидкості $\vec{V}_\lambda$ за рахунок ковзання уздовж $\vec{\tau}_\alpha$.Але тоді можна вибрати іншу нульову, що направляє, таку щоб ковзання кривої Γ_α по напряму $\vec{\tau}_\alpha$ було відсутнє. Нехай такою нульовою, що направляє є Γ_α. Положення довільної точки М* кривої визначається в системі Q_λ^o радіус-вектором $\vec{\rho}_\alpha$, проведеним з точки М в точку М*. При незмінному положенні точки М радіус-вектор $\vec{\rho}_\alpha$ буде функцією дуги S_α кривої Γ_α, що змінюється від точки М до точки М*. При русі ж точки М, тобто зі зміною дуги S_λ, одна і та ж точка М* (S_α = const) в загальному випадку мінятиме своє положення в просторі Q_λ^o.Отже радіус-вектор $\vec{\rho}_\alpha$ у загальному випадку має бути функцією двох дуг S_α і S_λ.Тоді абсолютний радіус - вектор $\vec{r}_\lambda^*$ точки М* буде

$$\vec{r}_\lambda^* = \vec{r}_\lambda(S_\lambda) + \vec{\rho}_\alpha(S_\lambda, S_\alpha) \qquad (1)$$

При русі уздовж Γ_λ крива Γ_α може обертатися і деформуватися в просторі Q_λ^o.Інакше кажучи, якщо визначити рух точки М в часі $S_\lambda = S_\lambda(t)$ і розглядати одну і ту ж точку М* лінії Γ_α, то для неї буде

$$\vec{V}_{\lambda*} = \vec{V}_\lambda + (\vec{\omega}_{\alpha\lambda} + \vec{\aleph}_\lambda^o \frac{dS_\lambda}{dt}) \times \vec{\rho}_\alpha + \frac{\partial \vec{\rho}_\alpha}{\partial \varepsilon_\alpha} \varepsilon_\alpha ,$$

де $\vec{V}_{\lambda} = \frac{d\vec{r}_{\lambda*}}{dt} = \vec{\tau}_{\lambda*}\frac{dS_{\lambda*}}{dt}$ - швидкість руху точки М* (S_{α} = const);

$\vec{\omega}_{\alpha\lambda}$ - кутова швидкість обертання кривої Γ_{α} відносно Q_{λ}^{o} ;

ε_{α} - параметр, що враховує деформацію кривої Γ_{α}

Криву Γ_{α} можна вибрати так, що одночасно виконуватимуться дві рівності:

$\vec{\omega}_{\alpha\lambda} = 0$; $\varepsilon_{\alpha} = 0$,

тобто крива Γ_{α} залишається нерухомою в просторі Q_{λ}^{o} .

Рівняння (1) задає деяку поверхню Π_{α}, яку можна представити набором кривих Γ_{α}, що рухаються, якщо зробити заміну $S_{\lambda}(t)$:

$$\vec{r}_{\lambda}^{*} = \vec{r}_{\lambda}(t) + \rho_{\alpha}(S_{\alpha}, t),$$

Розглянемо систему просторів Q_p та Q_A, останнє з яких обертається відносно першого з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_a$. Повідомимо системі кутову швидкість -$\vec{\omega}_a$. Простір Q_A виявиться нерухомим, а простір Q_p - що обертається з кутовою швидкістю-$\vec{\omega}_a$.Відмітимо в Q_A слід лінії Γ_{α} при її русі уподовж Γ_{λ} і одночасному обертанні разом із Q_p з кутовою швидкістю-$\vec{\omega}_a$.В результаті такого складного руху у Q_A визначиться набір кривих Γ_{α} у вигляді поверхні Π_a. Ця поверхня є узагальненою розгорткою поверхні Π_a - поверхні зуба колеса А. Поверхні Π_{α} та Π_a взаємні, тобто якщо одна з поверхонь є розгорткою інший при прямому русі Q_p та Q_A, то при зворотному русі поверхні міняються ролями. Тому поверхню Π_a будемо називати поверхнею зуба колеса А; поверхню Π_{α} - розгорткою поверхні Π_{a}.

Аналогічно міркуючи, отримуємо радіус-вектор поверхні Π_{β}, що являється узагальненою розгорткою поверхні Π_B зуба колеса В. У працюючій передачі існують такі області, в яких пара поверхонь зубів різних коліс мають одну (для передач ОЛЗ) і дві (для передач ДЛЗ) точки контакту. Більше того, контакт між цими поверхнями має бути безперервним, інакше положення веденого колеса виявляється невизначеним. У такому разі ми можемо в полюсному просторі відмітити слід точки контакту поверхонь. В результаті отримаємо лінію зачеплення - нульову, що направляє Γ_λ .

Висновки. Методом допоміжних поверхонь, виділених в полюсному просторі, за допомогою перетворення у вигляді узагальненої розгортки, утворені поверхні зубів обох коліс.Такого типу складання, стосовно циліндричних передач Новікова ДЛЗ, дають можливість отримати такі локально-диференціальні характеристики передачі, як співвідношення дериватів, які є теоретичною базою для гідродинаміки мастила передачі.

Список літератури*:* **1**.*Гессен Б.А.* Аналитический метод исследования пространственніх зацеплений. Труді семинара по теории машин и механизмов, вып.19, АН СССр, 1949. **2**.*Залгаллер В.А.* Теория огибающих.- М.: Наука, 1975. – 102с. **3**. *Короткин В.И., Дорожкин В.Н.* О некоторых геометрических особенностях зубчатых передач зацеплением Новикова // Проблемы качества и эффективности технологии изготовления зубчатых передач. Тез.докл. конф.- Омск, ОПИ, 1979.- С.50-53. **4**. *Фавар Ж.* Курс локальной дифференциальной геометрии. Пер. с англ. М., Изд-во иностр.лит., 1963.- 123с.

Надійшла до редколегії 21.06.11

M.V.MATYUSHENKO, G.V. FEDCHENKO, V.O. BEREZHNIY, P.M. KALININ

METHOD OF GESSENA IN CILNDRIKAL TRANSMISSIONS OF NOVIKOVA