

УДК 621.833+621.85+004.94

*Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. УСТИНЕНКО, С. В. АНДРИЕНКО, О. Е. КОНОВАЛЕНКО***КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ В САД-СИСТЕМЕ AUTODESK INVENTOR И АНАЛИЗ ЕГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В САЕ-МОДУЛЕ NASTRAN IN-CAD**

У статті розглянуті можливості програмного комплексу Autodesk Inventor при проектуванні зубчастих та ланцюгових передач, а також аналіз напружено-деформованого стану в програмному комплексі Nastran In-CAD. Наведена методика синтезу та аналізу прямозубої зубчастої та ланцюгової передачі з еволютним типом зацеплення, яка характеризується опукло-увігнутим контактом. Тестові розрахунки напружено-деформованого стану та контактному тиску показали збіжність результатів з аналітичними розрахунками. Використання програмного комплексу Autodesk Inventor з доповненням Nastran In-CAD дозволило пришвидшити дослідження нових еволютних передач.

**Ключові слова:** еволютне зацеплення, зубчаста передача, ланцюгова передача, зуб, МСЕ, НДС, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

В статье рассмотрены возможности программы Autodesk Inventor при проектировании зубчатых и цепных передач, а также анализ напряженно-деформированного состояния в системе Nastran In-CAD. Приведена методика синтеза и анализа прямозубой зубчатой и цепной передачи с эволютным зацеплением, которое характеризуется выпукло-вогнутым контактом. Тестовые расчеты напряженно-деформированного состояния и контактного давления показали сходимость результатов с аналитическими расчетами. Использование программного комплекса Autodesk Inventor с дополнением Nastran In-CAD позволило ускорить исследование новых эволютных передач.

**Ключевые слова:** эволютное зацепление, зубчатая передача, цепная передача, зуб, МКЭ, НДС, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

The article discusses the capabilities of the Autodesk Inventor program in the design of gears and chain drive, as well as analysis of the stress-strain state in the Nastran In-CAD system. The technique of synthesis and analysis of spur gear and chain drive with an evolute gearing is described, which is characterized by a convex-concave contact. A simplified geometric model and finite element model was created in the software Autodesk Inventor and Nastran In-CAD. Test calculations of the stress-strain state and contact pressure for gear pair and pair of sprocket-bushing showed the convergence of the results with analytical calculations. The use of the Autodesk Inventor software package with Nastran In-CAD supplement allowed to speed up the research of new evolute gears.

**Keywords:** evolute mesh, gear, chain drive, tooth, FEA, strain-stress state, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

**Введение. Актуальность задачи**

Современное проектирование и расчет деталей машин часто выполняется при помощи компьютерных программ. Появление высокопроизводительной компьютерной техники выводит процесс синтеза и анализа машиностроительных изделий сложной формы на новый уровень, что способствует уменьшению массы и габаритов машин и механизмов.

К изделиям сложной формы можно отнести новые зубчатые колеса и звездочки цепных передач с эволютным зацеплением, обеспечивающим выпукло-вогнутый контакт [1]. В работах [1–3] были рассмотрены методики синтеза рабочего профиля и переходной кривой, а в работе [4] описан процесс построения трехмерной модели в системе Pro/ENGINEER и создания на ее основе конечно-элементной модели для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) в САЕ-системе ANSYS. Однако эти САД- и САЕ-системы имеют низкую степень взаимной интеграции при передаче данных, а также достаточно сложны при работе с ними.

На сегодняшний день компания Autodesk успешно решила задачу интеграции САД- и САЕ-систем в программном комплексе для моделирования Autodesk Inventor при условии установки модуля Nastran In-CAD для анализа НДС.

*Цель работы.* Работа посвящена разработке методики построения 3D-моделей зубчатого и цепного эволютного зацеплений в САД-системе Autodesk Inventor и анализу НДС зацеплений методом конечных элементов (МКЭ) в САЕ-модуле Nastran In-CAD. Использование данного комплекса программ позволит сократить время расчета и повы-

сить гибкость при варьировании параметров передачи, сохранив при этом точность результатов.

**Постановка задачи**

Результатами расчетов по методикам синтеза, представленным в [1–3], являются массивы с координатами точек рабочего профиля эволютного зуба и его переходной кривой. Далее по данным массивов были построены графики, отображающие полный профиль эволютного зуба. Для решения этой задачи была выбрана система MathCAD, которая обладает удобством работы, наглядностью проводимых вычислений и отображения результатов. Однако, использование только MathCAD не позволяет выполнить исследование объемного НДС зуба. Решить подобную задачу могут такие САЕ-системы, как ANSYS, Femap, Abaqus, COSMOS и другие. Перечисленные САЕ-системы имеют возможность импортировать координаты точек, построить по ним кривые профиля эволютного зуба, создать твердотельную модель и провести анализ НДС. Однако ряд особенностей данных программ при их взаимодействии с САД-системами приводит к некоторым сложностям при двусторонней передаче данных 3D-модели, связанных с параметризацией. В некоторых случаях возможна полная потеря параметризации ввиду передачи модели через нейтральный формат (step, parasolid).

Большинство современных САД-систем имеют в своем составе программу для анализа НДС, но

© Протасов Р.В., Устиненко А.В.,  
Андрієнко С.В., Коноваленко О.Е., 2017

точность расчетов в них невысока. Поэтому компания Autodesk для своей CAD-системы Inventor создала встраиваемое приложение Nastran In-CAD, позволяющее проводить расчет НДС, используя известный решатель Nastran. Последний хорошо сбалансирован по скорости расчетов, требуемым ресурсам компьютера и точности полученных результатов.

Рассмотрим основные этапы синтеза эволютного зацепления, подготовки модели к созданию конечно-элементной (КЭ) сетки и расчету при помощи МКЭ.

### Синтез рабочего профиля и переходной кривой передачи с эволютным зацеплением

Эволютное зацепление описывается обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) (1) для зубчатой передачи и (2) – для цепной:

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{-ky'+x}; \quad (1)$$

$$y_0'' = \frac{y_0'(1+y_0'^2)(r_0f-k)(1-Ay_0')}{x_0(r_0f-k)(1-Ay_0') + y_0'r_0kf}, \quad (2)$$

где  $k$  – так называемый коэффициент разновидности эволютной передачи [1];

$$A = \frac{k}{\sqrt{(r_0 - k/f)^2 + k^2}}.$$

Приближенное решение этих ОДУ было получено в работах [1, 3]:

а) в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim,

$$y_0(x_0) = C_1x_0 + C_2x_0^3 + \dots + C_nx_0^n. \quad (3)$$

б) численно в системе MathCAD при помощи встроенной функции **Rkadapt**, основанной на методе Рунге-Кутты четвертого порядка.

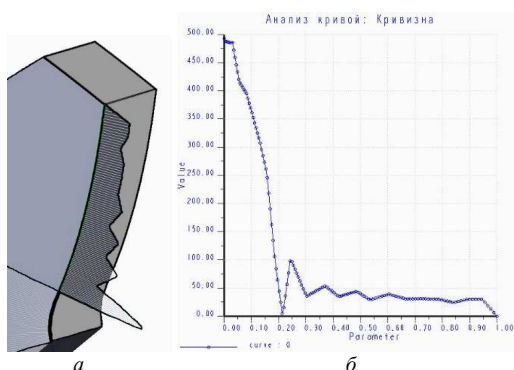


Рисунок 1 – Погрешность кривизны профиля зуба эволютной шестерни при низкой точности расчетов: а – отображение кривизны кривой на трехмерной модели; б – график кривизны кривой в относительных единицах

Далее в системе MathCAD для получения координат точек рабочей и переходной кривых была

задана высокая степень точности, т.к. значительная погрешность при расчете координат проявится в переменной кривизне ("дребезге") профиля на участке в несколько точек (рис. 1). Путем тестовых расчетов и построений была выбрана точность в 7 знаков после запятой. По этой же причине задано количество точек, описывающих рабочий профиль, равное 200. Полученные данные с координатами точек можно экспортировать в файл Excel либо в формат csv.

### Импорт координат точек эволютного профиля в систему Autodesk Inventor

Результат решения уравнений, описывающих синтезированные рабочий профиль и переходную кривую, выдается системой MathCAD в виде табличных данных с координатами точек отдельно для осей  $x$  и  $y$ . Перед импортом точек в систему Autodesk Inventor необходимо сохранить эти данные в одном файле Excel. Таблица точек должна находиться в начале файла и начинаться в ячейке A1.

По умолчанию точки импортируются в качестве точек 2D-эскиза. Импортированные точки не связаны с исходным файлом Excel. Изменения, вносимые в исходный файл после импорта, не влияют на геометрию в модели Inventor.

Точки соответствуют строкам таблицы. Первая импортированная точка соответствует первой строке координат и так далее.

При импорте точек в Autodesk Inventor есть возможность выбрать способ интерпретации данных: импорт только точек; импорт точек и их соединение отрезками; импорт точек и соединение сплайном. В последнем способе автоматическое построение сплайна или линии начинается в первой точке через другие точки в зависимости от порядка, в котором они были импортированы. Этот способ является наиболее предпочтительным, так как позволяет получить готовый профиль зуба шестерни или звездочки цепной передачи.

Используя инструмент "Кривизна" можно проанализировать качество кривизны импортированной кривой. Как видно на рис. 2, полученный профиль зуба имеет плавное изменение кривизны, что соответствует полученным ранее результатам в системе MathCAD.

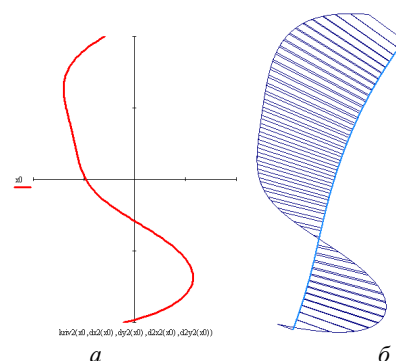


Рисунок 2 – Кривизна эволютного профиля: а – график кривизны в системе MathCAD; б – отображение кривизны в системе Inventor

### Построение твердотельной и конечно-элементной моделей

Кривая профиля эволютного зуба, импортированная в систему Inventor, расположена на делительном радиусе и симметрична относительно вертикальной оси координат. Для создания трехмерной модели была создана зеркальная копия кривой, что позволило получить полный контур впадины между зубьями шестерни или звездочки цепной передачи. Далее, с использованием инструментов "Выдавливание" и "Массив по окружности" была получена полная 3D-модель.

В качестве расчетной модели зубчатой пары приняты секторы шестерни и колеса, а для цепной передачи использован сектор звездочки и одна втулка цепи. В обоих случаях сектор состоит из пяти зубьев и обода рекомендуемой толщиной 3 модуля [5]. Используется половина ширины шестерни и звездочки, так как расчетная модель предполагает нагрузку передачи без перекоса. Также принято допущение, что фаски и скругления не оказывают влияние на НДС, в результате чего они были удалены. В зоне контакта зубьев зубчатой передачи и контакта втулки с зубом звездочки создается область в виде полуцилиндра диаметром 1 мм. Это необходимо для задания размера КЭ, сопоставимых с размером пятна контакта. Такие упрощения позволят сэкономить время расчета и ресурсы компьютера без ухудшения точности результата.

В зубчатой передаче расчет проводился для случая контакта в полюсе зацепления, а для цепной передачи – в момент входа ролика цепи в зацепление с зубом звездочки.

### Выполнение тестовых расчетов и анализ НДС

Переход из среды проектирования Inventor в среду расчета НДС Nastran In-CAD осуществляется соответствующей командой на панели инструментов "Среды". Для расчета нужно внести или создать следующие данные [6]:

- создание поверхностей контакта в полюсе с коэффициентом трения 0,1;
- применение свойств материала (сталь): коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ ; модуль упругости  $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$  МПа; плотность  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>;
- тип элементов – "tetrahedrons";
- размер элемента: для области в зоне контакта 0,1 мм; для остальной части 3 мм;
- создание крутящего момента на шестерне вокруг оси  $z$  величиной 280 Н·м; вокруг оси  $z$  звездочки – 2 Н·м;
- внесение граничных условий для зубчатого колеса – полное фиксирование; для шестерни – шарнир вращения вокруг оси  $z$ ;
- внесение граничных условий для звездочки цепной передачи – шарнир вращения с заданным крутящим моментом, для торца ролика цепи – фиксация.

В результате создания КЭ модели зубчатой пары было получено 295 тыс. узлов и 198 тыс. эле-

ментов. Для цепной передачи эти показатели составили 61 тыс. узлов и 36 тыс. элементов. На рис. 3, *a* показан общий вид КЭ модели зубчатой пары, а на рис. 3, *б* – область в зоне контакта зубьев с более мелкой сеткой.

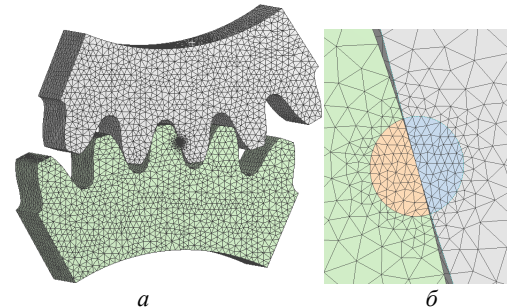


Рисунок 3 – Конечно-элементная модель зубчатой пары: *a* – общий вид КЭ сетки; *б* – КЭ сетка в зоне контакта

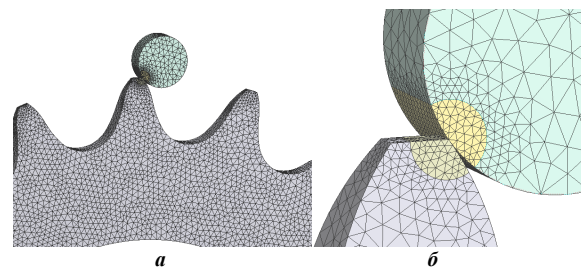


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель цепной передачи:

*a* – общий вид КЭ сетки;  
*б* – КЭ сетка в зоне контакта

На рис. 4, *a* показана КЭ модель цепной передачи, а на рис. 4, *б* – КЭ сетка в зоне контакта.

По результатам расчета были получены общая картина НДС и контактные давления исследуемых передач с эволютным зацеплением.

Из анализа результатов видно, что в зубчатой передаче перемещения составили 0,19 мм (рис. 5, *a*), а напряжения по Мизесу – 620 МПа (рис. 5, *б*).

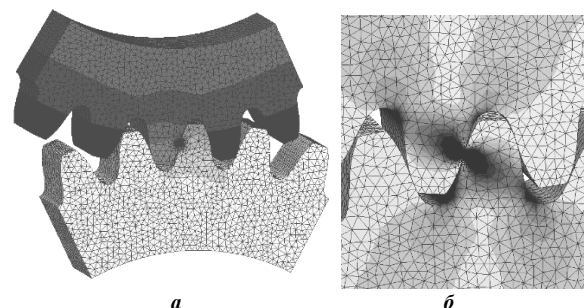


Рисунок 5 – НДС зубчатой пары с эволютным зацеплением:

*a* – перемещения;  
*б* – напряжения по Мизесу в зоне контакта

Анализ цепной передачи показал, что перемещения составили 0,12 мм (рис. 6, *a*), а напряжения

по Мизесу – 450 МПа (рис. 6, б).

Также ниже рассмотрены результаты расчета контактных давлений в зубчатой и цепной передачах (рис. 7, а, б; 8).

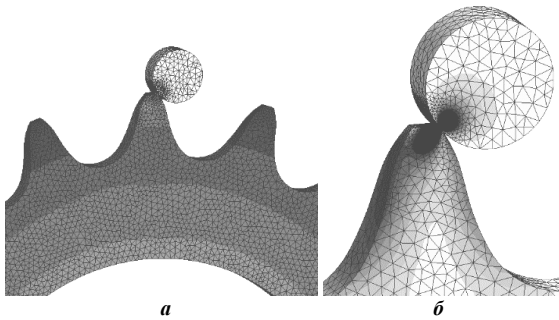


Рисунок 6 – НДС цепной передачи с эволютным зацеплением:

а – перемещения;

б – напряжения по Мизесу в зоне контакта

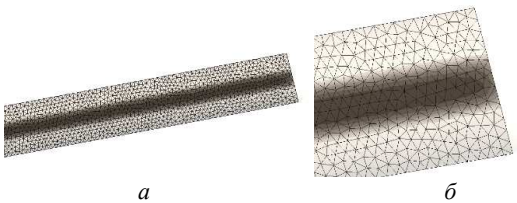


Рисунок 7 – Контактные давления в зубчатой передаче: а – пятно контакта; б – краевой эффект

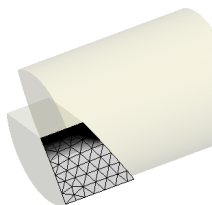


Рисунок 8 – Контактные давления в цепной передаче

При расчете контактных давлений по формуле Герца полученные значения одинаковы по всей длине контактной линии. Расчет с использованием МКЭ учитывает краевые эффекты, поэтому в случае равной ширины зубчатых венцов шестерни и колеса контактные напряжения у торцов зубьев уменьшаются (рис 7, а).

Как видно из рис. 7, а и рис. 8, размер КЭ в области контакта удовлетворяет условию – 4 элемента на ширину пятна контакта, что является достаточным при решении контактной задачи [6].

Был проведен повторный расчет с размером КЭ в зоне контакта 0,05 мм для определения погрешности расчета. Статистика КЭ моделей и результаты расчетов по МКЭ и формуле Герца приведены в табл. 1.

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением размера КЭ повышается точность результата, что вполне очевидно, однако серьезно возрастают временные и вычислительные

затраты.

Таблица 1 – Анализ результатов расчета с различными КЭ сетками

Размер элемента, мм	Узлы, тыс.	Элементы, тыс.	Контактные напряжения по МКЭ, МПа	Контактные напряжения по Герцу, МПа
0,1	295	198	680	802
0,05	490	387	750	

## Выводы

1. Эволютное зацепление с выпукло-вогнутым контактом позволяет повысить нагрузочную способность зубчатых и цепных передач по критериям контактной выносливости и износостойкости.

2. Обзор существующих САД- и САЕ-систем демонстрирует низкую степень их взаимной интеграции, что снижает скорость расчета НДС и приводит к частичной потере данных. Использование САД-системы Autodesk Inventor совместно с САЕ-модулем Nastran In-CAD устраняет этот недостаток.

3. Выполнен синтез профилей эволютного зубчатого и цепного зацеплений в программе MathCAD. Получены координаты точек рабочих профилей и переходных кривых.

4. Массивы координат были экспортированы через файл Excel в систему Autodesk Inventor для построения 3D-моделей зубчатых колес и звездочек с последующим анализом НДС и контактных давлений в САЕ-модуле Nastran In-CAD.

5. Усовершенствованные методики построения компьютерной модели и анализа ее НДС показали высокую точность результатов, сопоставимых с полученными при помощи других САД/САЕ-систем. Общее время на подготовку модели к расчету и ее анализ оказалось ниже, чем при использовании САД/САЕ-систем от разных производителей. Основной необходимостью для этого была экономия ресурсов компьютера и времени для расчетов по МКЭ.

6. Проведен анализ НДС зуба цилиндрической и цепной передач. Определены контактные напряжения и эквивалентные напряжения по Мизесу.

7. Анализ данных, полученных при помощи МКЭ и на основе решения контактной задачи Герца, показал схожие результаты – при расчете с размером КЭ в зоне контакта, равным 0,1 мм, погрешность составила 15%, а при размере КЭ 0,05 мм – 10%, что является допустимым для инженерных расчетов.

## Список литературы

1. Павлов А. И. Современная теория зубчатых зацеплений / Павлов А. И. – Х. : ХНАДУ, 2005. – 100 с.
2. Протасов Р. В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач / Протасов Р. В., Устиненко А. В. // Вестник НТУ "ХПИ": Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Х.: НТУ "ХПИ", 2010. – № 19. – С. 124–128.
3. Андриенко С. В. Численное решение задачи синтеза профиля зуба звездочки цепной втулочно-роликовой передачи / Андриенко С. В., Устиненко А. В., Протасов Р. В. // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ", 2014. – № 31 (1074). – С. 11–15.
4. Протасов Р. В. Формирование конечно-элементной модели и анализ напряженно-деформированного состояния эволютной

- передачі / **Протасов Р. В., Устиненко А. В., Сериков В. И.** // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2014. – № 31 (1074). – С.140–144.
- Иванов М. Н.** Детали машин. Учеб. для студентов вузов / **Иванов М. Н.** Под ред. **В. А. Финогонова.** – М.: Высш. шк., 2000. – 383с.
  - Чернявский И. С.** Оценка напряженности и долговечности зубчатых передач трансмиссии трактора Т-150К / **Чернявский И. С., Устиненко А. В.** // Вестник СевНТУ: Зб. научных праць. Вип. 133/2012. Сер.: Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2012. – С. 44–48.
  - lochno-rolikovej peredachi / Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Protasov R. V.** // Visnik NTU "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. – No. 31 (1074). – P. 10–15.
  - Protasov R. V.** Formirovanie konechno-elementnoj modeli i analiz napryagenno-deformirovannogo sostoyaniya evolutnoj peredachi / **Protasov R. V., Ustinenko A. V., Serikov V. I.** // Visnik NTU "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. – No. 31 (1074). – P. 140–144.
  - Ivanov M. N.** Detali mashin. Uchebnik dlya vuzov / **Ivanov M. N.** Pod red. **V. A. Fiogenova.** – Moscow: Vysh. shk., 2000. – 383 p.
  - Chernyavskij I. S.** Ocenka napryagennosti i dolgovechnosti zubchatikh peredach traktora T-150K / **Chernyavskij I. S., Ustinenko A. V.** // Vestnik SevNTU. Zb. nauk prac. Serija: Mekhanika, energetika, ekologiya. – Sevastopol. – 2012. – P. 44–48.

## References (transliterated)

- Pavlov A. I.** Sovremennaya teoriya zubchatikh zaceplenij Kharkov, KhNADU, 2005, 100 p.
- Protasov R. V.** Postroenie rabochikh profilej zub'ev evolutnykh peredach. / **Protasov R. V., Ustinenko A. V.** // Vestnik NTU KhPI. – Kharkov, 2010, No. 10. – P. 124–128.
- Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Protasov R. V.** Chislennoe reshenie zadachi sinteza profilja zuba zvezdochki cepnoj vtu-

Поступила (received) 01.02.2017

## Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Комп'ютерне моделювання еволютного зачеплення в CAD-системі Autodesk Inventor і аналіз його НДС в САЕ-модулі Nastran In-CAD / Р. В. Протасов, О. В. Устиненко, С. В. Андриєнко, О. Є. Коноваленко** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 81–85. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2079-0775.

**Компьютерное моделирование эволютного зацепления в CAD-системе Autodesk Inventor и анализ его НДС в САЕ-модуле Nastran In-CAD / Р. В. Протасов, А. В. Устиненко, С. В. Андриенко О. Е. Коноваленко** // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 81–85. – Библиогр.: 6 назв. – ISSN 2079-0775.

**Computer modeling of evolutive gear in the CAD-system Autodesk Inventor and analysis of its stress-strain state in the CAE-module Nastran In-CAD / R. V. Protasov, A. V. Ustinenko, S. V. Andrienko, O. E. Konovalenko** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No. 12 (1234). – P. 81–85. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2079-0775.

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Протасов Роман Васильович** – НТУ "ХПІ", старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Протасов Роман Васильевич** – НТУ "ХПИ", старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Protasov Roman Vasylovich** – NTU "KhPI", Senior Lecturer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Устиненко Олександр Віталійович** – кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Устиненко Александр Витальевич** – кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", профессор кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Ustinenko Aleksandr Vital'evich** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, SRF, NTU "KhPI", Professor at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Андриєнко Сергій Володимирович** – Харківський національний автомобільно-дорожній університет, викладач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Андриенко Сергей Владимирович** – Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, преподаватель кафедры инженерной и компьютерной графики; тел.: (057) 707-37-24

**Andrienko Sergej Vladimirovich** – Kharkov National Automobile and Highway University, Lecturer at the Department of engineering and computer graphics; tel.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Коноваленко Ольга Євгенівна** – НТУ "ХПІ", старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: koe2010@ukr.net.

**Коноваленко Ольга Евгеньевна** – НТУ "ХПИ", старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: koe2010@ukr.net.

**Konovalenko Ol'ga Evgen'evna** – NTU "KhPI", Senior Lecturer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: koe2010@ukr.net.