

В.А.ЖОВДАК, докт.техн.наук., проф., НТУ «ХПИ»;
Л.Ф.ТАРАСОВА, науч.сотр., НТУ «ХПИ»

ПРИМЕНЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ ПРИ УСТАЛОСТНЫХ ОТКАЗАХ

Запропоновано методику прогнозування надійності елементів конструкцій на основі використання кінетичних рівнянь для опису міри пошкодження і математичного апарату теорії марковських процесів. У результаті визначаються найбільш інформаційні показники надійності – ймовірність безвідмовної роботи й щільність імовірності відмовлень.

The approach of the construction element's reliability prediction, based on the use of kinetic equations for description of the measure of damage and the mathematical tool for Markoff's process theory is proposed. As the result, the most informative reliability characteristics, such as no-failure operation probability and probability density of failures, are determined.

В данной работе предлагается подход к прогнозированию надежности элементов конструкций при случайном нагружении и постепенных отказах на основе применения кинетических уравнений для описания мер повреждений и математического аппарата теории марковских процессов.

Постановка задачи. Предполагается, что процесс нагружения $y(t)$ является узкополосным случайным процессом с огибающей $\lambda(t)$ и несущей частотой ω . Введем меру накопления повреждений $z(t)$ в элементах конструкций при случайном воздействии и постепенных отказах, происходящих в результате накопления различного рода повреждений. Для нахождения текущего значения $z(t)$ используется кинетическое уравнение повреждаемости в виде [1, 2]

$$\frac{dz(t)}{dt} = F[z(t), \lambda(t), y_m, R(t)], \quad (1)$$

здесь $z(t)$ – мера повреждений ($z_0 \leq z(t) \leq z_{np}$, равенство $z(t) = z_{np}$ является условием разрушения, z_0 – начальное повреждение), $F[\dots]$ – детерминированная неотрицательная для кумулятивных моделей отказов скалярная линейная или нелинейная функция, $\lambda(t)$ – амплитудное значение параметров напряженно-деформированного состояния при гармоническом нагружении, y_m – среднее значение, $R(t)$ – вектор характеристик конструкционной прочности.

Для элементов машиностроительных конструкций, в которых имеет место случайное нагружение и постепенные отказы различной физической природы, можно записать кинетические уравнения соответственно для меры повреждений $z(t)$ и уравнения фильтра для определяющего эти уравнения параметра $\lambda(t)$

$$\begin{cases} dz(t)/dt = F[z(t), \lambda(t), R(t)] \\ d\lambda(t)/dt = \Phi_1(\lambda) + \Phi_2(\lambda)n(t) \end{cases}, \quad (2)$$

где $n(t)$ – нормальный белый шум; $\Phi_1(\lambda)$ и $\Phi_2(\lambda)$ – детерминированные функции, удовлетворяющие условию Липшица.

Рассматривая совместно уравнения (2), можно утверждать, что $[z(t), \lambda(t)]$ будет представлять двумерный марковский процесс, одномерная плотность вероятности которого $f(z, \lambda, t)$ удовлетворяет уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова

$$\frac{\partial f(\lambda, z, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1(\lambda) f(\lambda, z, t)] - \frac{\partial}{\partial z} [A_2(\lambda, z) f(\lambda, z, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [B(\lambda) f(\lambda, z, t)]. \quad (3)$$

Граничные и начальные условия для уравнения (3) формулируются исходя из физической сущности задачи и общих свойств плотности вероятности [8]:

– граничные условия:

$$\lim_{z, \lambda \rightarrow 0, \infty} f(z, \lambda, t) = 0; \quad (4)$$

– начальные условия:

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(z, \lambda, t) = f(z) f_0(\lambda), \quad (5)$$

здесь $f_0(z), f_0(\lambda)$ – соответственно начальное значение плотности меры повреждений и плотность вероятности огибающей. Таким образом, предполагается, что $\lambda(t)$ и $z(t)$ в начальный момент времени $t = 0$ стохастически независимы.

В соответствии с общей теорией марковских процессов существует взаимнооднозначное соответствие между коэффициентами уравнения (3) и коэффициентами стохастических дифференциальных уравнений (2) [5, 7]

$$\begin{aligned} A_1(\lambda) &= \Phi_1(\lambda) + \frac{N_0}{4} \Phi_2(\lambda) \cdot d\Phi_2(\lambda) / d\lambda; \\ A_2(\lambda, z) &= F[\lambda, z, y_m, R]; \\ B(\lambda) &= \frac{N_0}{2} \Phi^2(\lambda). \end{aligned} \quad (6)$$

Для конкретизации соотношений (6) синтезируется стохастическое дифференциальное уравнение (уравнение фильтра) первого порядка для огибающей, описывающее одномерный марковский процесс. Синтез формирующих фильтров осуществляется на основе системы распределений Пирсона [3], согласно которой плотность вероятности $f(\lambda)$ аппроксимируется системой стационарных плотностей вероятности, удовлетворяющей дифференциальному уравнению

$$\frac{df(\lambda)}{d\lambda} = \frac{\lambda - a}{b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2} f(\lambda). \quad (7)$$

Коэффициенты a и b в уравнении полностью задают систему распределений Пирсона, в зависимости от их значений в качестве решения (7) получаются 12 типов кривых. От характера корней λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 < \lambda_2$) характеристического уравнения $b_0 + b_1\lambda + b_2\lambda^2 = 0$ зависит интервал на оси $\lambda \geq 0$, на котором задано распределение, и вне которого оно принимает нулевые значения.

Проведенные исследования показали, что корни уравнения λ_1 и λ_2 являются вещественными и различными по знаку. По классификации Пирсона это отвечает 1-му типу распределения или β -распределению [7] и уравнения соот-

ветствия для коэффициентов $A_1(\lambda)$ и $B(\lambda)$ имеют вид [3]

$$A_1(\lambda) = -\frac{\beta}{2(p-1)}[q - (p+1)\lambda];$$

$$B(\lambda) = \beta(\lambda^2 - \lambda)/(p-1). \quad (8)$$

где β, q, p – параметры β – распределения.

Таким образом, получены коэффициенты уравнения (3) – $A_1(\lambda)$ и $B(\lambda)$, конкретный вид коэффициента $A_2(\lambda, z)$ определяется принятой гипотезой накопления повреждений.

Из решения уравнения (3) можно определить одномерную плотность вероятности меры повреждений, по которой определяются все основные показатели надежности для кумулятивных моделей накопления повреждений:

– вероятность безотказной работы (ВБР)

$$P(t) = \int_0^{z_{np}} f(z, t) dz, \quad (9)$$

– плотность вероятности отказов (ПВО)

$$q(t) = -\frac{dP(t)}{dt}, \quad (10)$$

– среднее и дисперсия времени до разрушения

$$m_T = \int_0^{\infty} tq(t)dt, \quad \sigma_T^2 = \int_0^{\infty} t^2 q(t)dt - m_T^2. \quad (11)$$

Метод решения. Решение уравнения (3) представляется в виде [6], позволяющем добиться совпадения одномерных плотностей $\lambda(t)$ и $z(t)$, корреляционного момента, а также математических ожиданий и дисперсий

$$f(\lambda, z, t) = f(\lambda)f(z, t)[1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)], \quad (12)$$

где $f(\lambda), f(z, t)$ – одномерные плотности вероятности соответственно λ, z ; $R(t) = \mu_{\lambda z} / \sigma_\lambda \sigma_z$ – коэффициент корреляции, $\mu_{\lambda z}$ – смешанный момент; m_z, σ_z^2 – соответственно математическое ожидание и дисперсия меры повреждений; $m_\lambda, \sigma_\lambda^2$ – соответственно математическое ожидание и дисперсия огибающей.

Получим уравнение для одномерной плотности вероятности меры повреждений $f(z, t)$. Для этого проинтегрируем уравнение (3) по λ в пределах $[0, \infty]$, в результате получим

$$\frac{\partial f(z, t)}{\partial t} = -A_1 f(\lambda, z, t)|_0^\infty - \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^\infty A_2 f(\lambda, z, t) d\lambda \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \lambda} [Bf(\lambda, z, t)]|_0^\infty. \quad (13)$$

При удовлетворении граничных условий (4) первое и третье слагаемые полученного соотношения обращаются в нуль, тогда

$$\frac{\partial f(z, t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^\infty A_2(\lambda, z) f(\lambda, z, t) d\lambda \right]. \quad (14)$$

Подставляя решение (12) в полученное соотношение (14), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(z,t)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{\infty} A_2 f(\lambda) f(z,t) [1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)] d\lambda = \\ &= -\frac{\partial}{\partial z} f(z,t) \left[\int_0^{\infty} A_2 f(\lambda) d\lambda + R(t)(z - m_z) \int_0^{\infty} A_2 f(\lambda)(\lambda - m_\lambda) d\lambda \right], \end{aligned} \quad (15)$$

или

$$\frac{\partial f(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ f(z,t) [\alpha_1(z) + R(t)(z - m_z)(\alpha_2(z) - m_\lambda \alpha_1(z))] \right\}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_1(z) &= \int_0^{\infty} A_2(\lambda, z) f(\lambda) d\lambda; \\ \alpha_2(z) &= \int_0^{\infty} \lambda A_2(\lambda, z) f(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (17)$$

Вводя обозначение

$$a^*(z,t) = \alpha_1(z) + R(t)(z - m_z)(\alpha_2(z) - m_\lambda \alpha_1(z)), \quad (18)$$

уравнение (14) можно представить следующим образом

$$\frac{\partial f(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \{ a^*(z,t) f(z,t) \}. \quad (19)$$

Для решения уравнения (19) применяется метод характеристических функций [8], который сводится к определению характеристической функции $\Theta(\omega, t)$, связанной с одномерной плотностью вероятности соотношением

$$\Theta(i\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega z} f(z,t) dz. \quad (20)$$

В соответствии с используемым методом умножим соотношение (19) на $e^{i\omega z}$ и проинтегрируем по z в пределах $[0, \infty)$.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} f(z,t) e^{i\omega z} dz = -\int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial z} \{ f(z,t) a^*(z,t) \} e^{i\omega z} dz. \quad (21)$$

Учитывая определение характеристической функции (20) и произведя интегрирование по частям в правой части полученного уравнения, получим

$$\frac{\partial \Theta(\omega, t)}{\partial t} = -e^{i\omega z} f(z,t) a^*(z,t) \Big|_0^{\infty} + i\omega \int_0^{\infty} f(z,t) a^*(z,t) e^{i\omega z} dz. \quad (22)$$

При удовлетворении граничных условий (4) первое слагаемое соотношения (22) обращается в нуль. Учитывая, что плотность вероятности отлична от 0 на конечном интервале $[0, \Delta]$, в уравнении (22) верхний предел можно заменить на Δ и воспользоваться представлением плотности вероятности через значения характеристической функции в дискретных точках для конечного интервала Δ [4]

$$f(z,t) = \frac{1}{\Delta} \sum_{n=-N}^N \Theta(\omega_n, t) \exp(iz\omega_n), \quad \omega_n = 2\pi n / \Delta. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (22), получим

$$\frac{\partial \Theta(\omega, t)}{\partial t} = i\omega \frac{1}{\Delta} \sum_{n=-N}^N \Theta(\omega_n, t) \int_0^{\Lambda} a^*(z, t) e^{iz(\omega - \omega_n)} dz \quad (24)$$

или

$$\frac{\partial \Theta(\omega, t)}{\partial t} = i\omega \frac{1}{\Delta} \sum_{n=-N}^N d_n(\omega, t) \Theta(\omega_n, t), \quad (25)$$

где

$$d_n(\omega, t) = \int_0^{\infty} a^*(z, t) e^{iz(\omega - \omega_n)} dz. \quad (26)$$

Для любого конкретного значения ω_k $k = (\overline{-N, N})$ можно записать уравнение (25), то есть

$$\frac{\partial \Theta(\omega_k, t)}{\partial t} = i\omega_k \frac{1}{\Delta} \sum_{n=-N}^N d_n(\omega_k, t) \Theta(\omega_n, t). \quad (27)$$

При варьировании $k = \overline{-N, N}$, получим $2N + 1$ дифференциальных уравнений с $2N + 1 + 3$ неизвестными.

Помимо $2N + 1$ неизвестных значений характеристической функции $\Theta(\omega_n, t)$ в дискретных точках ω_n , ($n = \overline{-N, N}$), неизвестными также являются: смешанный момент $\mu_{\lambda z}$, математическое ожидание m_z и дисперсия σ_z^2 . Для полноты системы уравнений получим дополнительно три уравнения для указанных моментов.

Для получения уравнения для смешанного момента умножим исходное уравнение (3) на $(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)$ и проинтегрируем по λ и по z в пределах $[0, \infty)$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial f}{\partial t} d\lambda dz &= - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1 f] d\lambda dz - \\ &- \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial}{\partial z} [A_2 f] d\lambda dz + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} [Bf] d\lambda dz. \end{aligned} \quad (28)$$

Рассмотрим отдельно каждое слагаемое полученного уравнения. В левой части имеем производную от смешанного момента

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial f}{\partial t} d\lambda dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) f d\lambda dz = \frac{d\mu_{\lambda z}}{dt}. \quad (29)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения после интегрирования по частям с учетом граничных условий (4), примет следующий вид

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial}{\partial \lambda} [A_1(\lambda) f] d\lambda dz = - \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (z - m_z) A_1(\lambda) f d\lambda dz. \quad (30)$$

Второе слагаемое правой части после аналогичных выкладок будет следующим

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda)(z - m_z) \frac{\partial}{\partial z} [A_2(\lambda, z) f] d\lambda dz = - \int_0^{\infty} (\lambda - m_\lambda) \int_0^{\infty} A_2(\lambda, z) f dz d\lambda. \quad (31)$$

Третье слагаемое правой части после интегрирования по частям с учетом

граничных условий (4) и общих свойств плотности вероятности обращается в ноль.

В результате имеем следующее дифференциальное уравнение для смешанного момента $\mu_{\lambda z}$ [6]

$$\frac{d\mu_{\lambda z}}{dt} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (z - m_z) A_1(\lambda) f(\lambda, z, t) dz d\lambda + \int_0^{\infty} (\lambda - m_{\lambda}) \int_0^{\infty} A_2(\lambda, z) f(\lambda, z, t) dz d\lambda. \quad (32)$$

Аналогичные выкладки можно проделать для получения дифференциальных уравнений для математического ожидания m_z и дисперсии σ_z^2 . Однако в рамках метода характеристических функций можно воспользоваться соотношениями, для определения первых начальных моментов через значения характеристической функции в дискретном ряде точек [4]. Используя вышеупомянутые соотношения, запишем

$$m_z(t) = \Delta \left[\frac{1}{2} + \sum_{\substack{k=-N \\ (k \neq 0)}}^N \frac{1}{\alpha_k} \Theta(\omega_k, t) \right], \quad (33)$$

$$\sigma_z^2(t) = \Delta^2 \left[\frac{1}{3} + \sum_{\substack{k=-N \\ (k \neq 0)}}^N \frac{\alpha_k - 2}{\alpha_k^2} \Theta(\omega_k, t) \right] - m_z^2(t). \quad (34)$$

здесь $\alpha_k = -i\Delta\omega_k = -i2\pi k$.

Таким образом, получена замкнутая система уравнений (27), (32), (33), (34) для определения характеристической функции в дискретном ряде точек. Далее на основе соотношения (23) получаем плотность вероятности меры повреждений $f(z, t)$ и соответственно основные показатели надежности.

Численные исследования. Для конкретизации рассмотрим линейную модель накопления повреждений, описывающую отказы в результате многоциклового усталости

$$\frac{dz(t)}{dt} = F[\lambda] = C\lambda^r, \quad \lambda \geq \sigma_{-1}, \quad (35)$$

где $C = \frac{\omega}{2\pi N_0 \sigma_{-1}^r}$; N_0 , σ_{-1} , r – константы, определяемые по кривой Веллера.

Соответственно в этом случае A_2 не зависит от меры повреждений и определяется следующим соотношением

$$A_2 = C\lambda^r. \quad (36)$$

Получим соотношения для коэффициентов $d_n(\omega, t)$ разрешающей системы дифференциальных уравнения (25) в случае линейной модели накопления повреждений. Подставляя (36) в (17), получим коэффициенты α_1 , α_2 не зависящие от z

$$\alpha_1 = \int_0^{\infty} C\lambda^r f(\lambda) d\lambda = Cm_{\lambda}^r, \quad \alpha_2 = \int_0^{\infty} C\lambda^{r+1} f(\lambda) d\lambda = Cm_{\lambda}^{r+1}, \quad (37)$$

здесь m_λ^r , m_λ^{r+1} – начальные моменты λ r -го и $(r+1)$ -го порядков соответственно.

Соотношения (26) с учетом (18), (37) примут следующий вид

$$d_n(\omega, t) = \int_0^\infty [Cm_\lambda^r + R(z - m_z)(Cm_\lambda^{r+1} - m_\lambda^r Cm_\lambda^r)] e^{iz(\omega - \omega_n)} dz. \quad (38)$$

Произведя интегрирование по частям, получим

$$d_n(\omega, t) = \frac{e^{iz(\omega - \omega_n)}}{i(\omega - \omega_n)} \left[Cm_\lambda^r + R(Cm_\lambda^{r+1} - Cm_z m_\lambda^r) \left(z - \frac{1}{i(\omega - \omega_n)} - m_z \right) \right]_0^\Delta, \quad \omega \neq \omega_n; \quad (39)$$

$$d_n(\omega, t) = \Delta [Cm_\lambda^r + R(Cm_\lambda^{r+1} - Cm_z m_\lambda^r)(\Delta/2 - m_z)], \quad \omega = \omega_n. \quad (40)$$

Далее получим конкретный вид уравнения для смешанного момента $\mu_{z\lambda}$ в случае линейной модели накопления повреждений. Рассмотрим первое слагаемое в правой части уравнения (32). Подставляя соотношения (8) и (12), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \int_0^\infty (z - m_z) A_1(\lambda) f(\lambda, z, t) dz d\lambda = \\ & = - \int_0^\infty \int_0^\infty (z - m_z) \frac{\beta}{2(p-1)} [q - (p+1)\lambda] f(\lambda) f(z, t) [1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)] dz d\lambda. \end{aligned} \quad (41)$$

Разделяя переменные и производя интегрирование по переменной z с учетом определения начального момента второго порядка m_z^2 , имеем

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \int_0^\infty (z - m_z) \frac{\beta}{2(p-1)} [q - (p+1)\lambda] f(\lambda) f(z, t) [1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)] dz d\lambda = \\ & = \frac{\beta}{2(p-1)} \int_0^\infty [q - (p+1)\lambda] R(t)(\lambda - m_\lambda) m_z^2 f(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (42)$$

Производя интегрирование по переменной λ с учетом определения начального момента второго порядка m_λ^2 после преобразований, получим

$$\frac{\beta}{2(p-1)} \int_0^\infty [q - (p+1)\lambda] R(t)(\lambda - m_\lambda) m_z^2 f(\lambda) d\lambda = -\frac{\beta}{2} R(t) m_\lambda^2 m_z^2. \quad (43)$$

Рассмотрим второе слагаемое в правой части уравнения (32). Подставляя соотношения (36) и (12), получим

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty (\lambda - m_\lambda) \int_0^\infty A_2(\lambda, z) f(\lambda, z, t) dz d\lambda = \\ & = C \int_0^\infty \lambda^r (\lambda - m_\lambda) f(\lambda) \int_0^\infty f(z, t) [1 + R(t)(\lambda - m_\lambda)(z - m_z)] dz d\lambda. \end{aligned} \quad (44)$$

Интеграл по переменной z с учетом определения математического ожидания превращается в единицу и тогда учитывая определения начальных моментов r -го и $(r+1)$ -го порядков – m_λ^r , m_λ^{r+1} , получим

$$C \int_0^{\infty} (\lambda - m_{\lambda}) \lambda^r f(\lambda) \int_0^{\infty} f(z, t) [1 + R(t)(\lambda - m_{\lambda})(z - m_z)] dz d\lambda =$$

$$C \int_0^{\infty} (\lambda - m_{\lambda}) \lambda^r f(\lambda) d\lambda = C(m_{\lambda}^{r+1} - m_{\lambda} m_{\lambda}^r). \quad (45)$$

В итоге имеем окончательный вид уравнения для смешанного момента в случае линейной модели накопления повреждений

$$\frac{d\mu_{\lambda z}}{dt} = \frac{\beta}{2} R(t) M_{\lambda}^2 M_z^2 + C(m_{\lambda}^{r+1} - m_{\lambda} m_{\lambda}^r). \quad (46)$$

Таким образом, для случая линейной модели накопления повреждений имеем систему $2N + 1$ дифференциальных уравнений (25), коэффициенты которой задаются соотношениями (39), (40), дифференциальное уравнение (32), и уравнения (33), (34) для определения характеристической функции в дискретном ряде точек. Далее на основе соотношений (23), (9), (10) получаем плотность вероятности меры повреждений и соответственно основные показатели надежности.

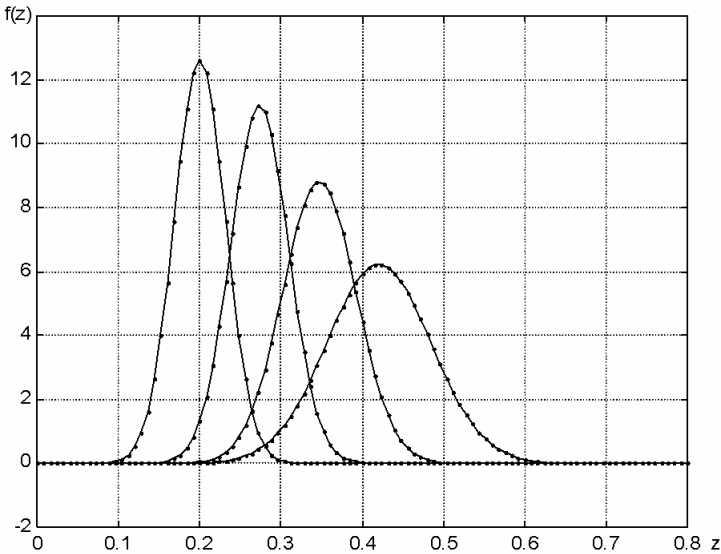


Рисунок 1 – Плотности вероятности меры повреждений в различные моменты времени

Дальнейший алгоритм реализован численно в системе MATLAB 5.2. Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений осуществлялось методом Рунге-Кутты. В результате получены плотности вероятности меры повреждений при различных значениях времени, ВБР и ПВО. На рис. 1-3 приведены результаты решения задачи в случае линейной модели накопления повреждений. На рис. 1 приведены плотности вероятности меры повреждений полученные методом характеристических функций (сплошная линия) и точное

решение (точки) представляющие нормальный закон распределения в различные моменты времени. ВБР и ПВО, построенные по известным значениям плотности вероятности меры повреждений приведены на рис. 2, 3.

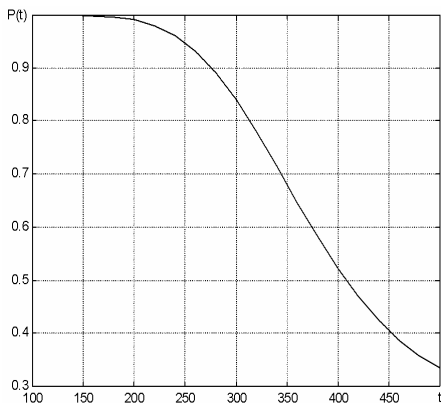


Рисунок 2 – ВБР

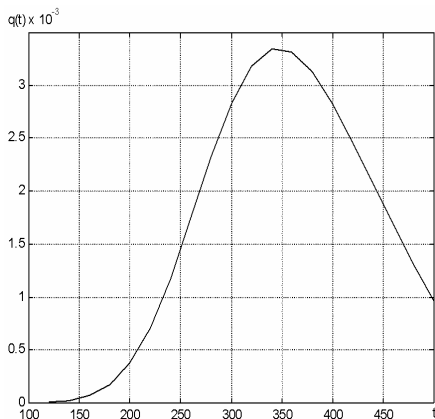


Рисунок 3 – ПВО

Выводы. Решена задача прогнозирования надежности при случайном нагружении и постепенных отказах на основе применения кинетических уравнений для описания мер повреждений и математического аппарата теории марковских процессов. Предложенная методика позволяет получить наиболее информативные показатели надежности – вероятность безотказной работы и плотность вероятности отказов.

Список литературы: 1. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М., Машиностроение, 1984. – 312 с. 2. Гусев А.С. Сопrotивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М., Машиностроение, 1989. – 248 с. 3. Жовдак В.А., Мищенко И.В. Прогнозирование надежности элементов конструкции с учетом технологических и эксплуатационных факторов. – Харьков: ХГПУ, 1999. – 120 с. 4. Жовдак В.А., Тарасова Л.Ф. Прогнозирование надежности механических систем. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2007. – 107 с. 5. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. – М.: Наука, 1985. – 560 с. 6. Росин М.Ф., Бульгин В.С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. – М.: Машиностроение, 1981. – 312 с. 7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М., Радио и связь, 1982. – 624 с. 8. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. – М., Сов. радио, 1977. – 488 с.

Поступила в редколлегию 19.11.09.