

нансний и резонансний стаціонарні режими руху системи. Численне моделювання підтверджує хорошу точність аналітичного рішення.

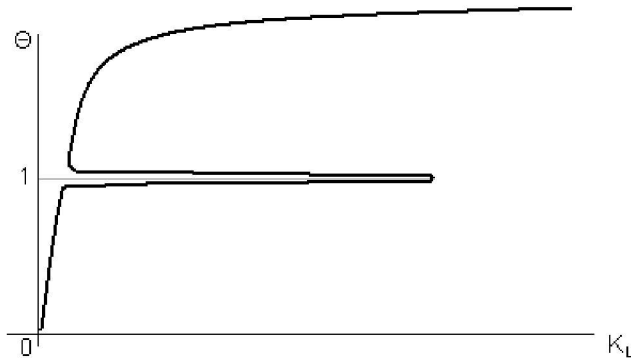


Рисунок 4 – Схематичне зображення залежності кутового швидкості ротора від параметра  $K_L$ , виходячи з рішення (31)

**Список литературы:** 1. Кононецко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. – М., Наука, 1985. 2. Алифов А.А., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М., Наука, 1985. 3. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М., Мир, 1984. – 536 с.

*Поступила в редколлегию 07.11.2007*

УДК 621.753.2

**А.П.ПЕРИН; А.Г.АНДРЕЕВ**, канд.техн. наук; НТУ «ХПИ»

### **РАСЧЕТ ПОСАДОК С НАТЯГОМ ПРИ ОВАЛЬНОСТИ И ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЕ СОЕДИНЯЕМЫХ ДЕТАЛЕЙ НА ОСНОВЕ ПК ANSYS**

У праці досліджується напружено-деформований стан втулки та валу, що з'єднані з натягом у різних варіантах сполучення: круглий вал та круглий отвір втулки; овальний вал та круглий отвір втулки; круглий вал та втулка що має ексцентриситет; овальний вал та втулка що має ексцентриситет у разі якщо кут між ексцентриситетом та овальністю становить 0, 45 та 90 градусів. Контактна задача вирішується за допомогою ПК ANSYS. Результати наведені у вигляді таблиць та малюнків.

In this paper the mode of deformations of interference fit of bush and shaft in various ways of fitting was analyzed, namely round shaft and round aperture of the bush, oval shaft and round aperture of the bush, round shaft and bush with eccentricity, oval shaft and bush with eccentricity and the angle 0, 45 or 90 degrees between out-of-roundness and eccentricity. Hertzian problem is solved by the program complex ANSYS. Results are given in the form of tables and drawings.

Посадка с натягом представляет одно из наиболее распространенных в технике напряженных соединений, в ряде случаев заменяющих болтовые и заклепочные соединения, частично шпоночные и шлицевые. Напряженное соединение вызывает дополнительные напряжения в соединяемых деталях. При этом компоненты нормального напряжения для охватывающей детали имеют как положительные, так и отрицательные значения, а для охватываемой детали только отрицательные значения [2,5].

Данная задача давно представляла интерес. Основные аналитические результаты для учета малой овальности соединяемых деталей при напряженной посадке (рис. 1,2) получил Муценник К. Я. [1].

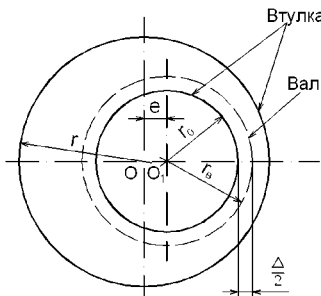


Рисунок 1 – Посадка круглого вала в круглое отверстие втулки

Сохраняя принятые в [1] обозначения, имеем при правильной форме соединяемых деталей  $r_b - r_0 = 0,5 \Delta$ , где  $\Delta$  – упругий натяг,  $r_b$  – радиус вала,  $r_0$  – радиус отверстия втулки.

Если вал имеет овальность, то  $0,5 \Delta_\theta = R - r_0 = 0,5 \Delta + K(\theta)$ , где  $\Delta_\theta$  – переменный натяг,  $R$  – переменный радиус вала, зависящий от полярного угла  $\theta$ ,  $K(\theta) = K \cos 2\theta$  – часть натяга, обусловленная отклонением контура вала от правильной формы. Обозначая овальность через  $m = |d_1 - d'_1|$ , имеем при малой овальности  $K = 0,25 m$ .

Вводятся обозначения:  $\alpha = r/r_b$ ,  $m/d_1 = m_1$  – относительная овальность.

Наибольший интерес представляют напряжения  $\sigma_\theta$  – для втулки и  $\sigma_r$  – на поверхности контакта при наличии овальности:

$$\sigma'_r = -\frac{(\alpha^2 - 1)^3}{8(1 - \mu)\alpha^2(\alpha^4/3 + 1)} m_1 G \cos 2\theta; \quad \sigma''_\theta = -\frac{(\alpha^2 - 1)(\alpha^4 + 6\alpha^2 + 1)}{8(1 - \mu)\alpha^2(\alpha^4/3 + 1)} m_1 G \cos 2\theta.$$

Материалы втулки и вала приняты одинаковыми:  $\mu$  – коэффициент Пуассона,  $G = 0,5 E/(1 + \mu)$  – модуль сдвига

Напряжения от постоянного натяга  $\Delta$ :

$$\sigma'_r = -\frac{(1 + \mu)(\alpha^2 - 1)}{\alpha^2} \frac{\Delta}{d_1} G; \quad \sigma'_\theta = -\frac{(1 + \mu)(\alpha^2 + 1)}{\alpha^2} \frac{\Delta}{d_1} G.$$

Суммарные напряжения

$$\sigma_r = \sigma''_r + \sigma'_r; \quad \sigma_\theta = \sigma''_\theta + \sigma'_\theta.$$

Эквивалентное напряжение по третьей теории прочности для втулки

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sigma_\theta - \sigma_r = G \left[ 2(1 + \mu) \frac{\Delta}{d_1} + \frac{(\alpha^2 - 1)}{(1 - \mu)(\alpha^4/3 + 1)} m_1 \right].$$

Геометрические размеры деталей:  $r_0 = 0,0925$  м;  $r = 0,17$  м;

$\Delta = 0,00012$  м;  $m = 0,00005$  м;  $K = 0,0000125$  м;  $e = 0,0275$  м;

Характеристики материала:  $\mu = 0,3$ ;  $G = 8,1 \cdot 10^{10}$  Па;

По результатам аналитического расчета были получены следующие значения:  $\sigma'_{\text{экр}} = 136,9$  МПа – от натяга;  $\sigma''_{\text{экр}} = 15,5$  МПа – от овальности;  $\sigma = \sigma'_{\text{экр}} + \sigma''_{\text{экр}} = 152,4$  МПа.

Целью данной работы является исследование напряженно-деформированного состояния посадок с натягом в таких соединениях:

- посадка круглого вала в круглое отверстие втулки (рис. 1);
- посадка овального вала в круглое отверстие втулки (рис. 2);
- посадка круглого вала во втулку с эксцентриситетом (рис. 3);
- посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом  $\alpha$  между овальностью и эксцентриситетом в 0, 45 и 90 градусов (рис. 4,5,6).

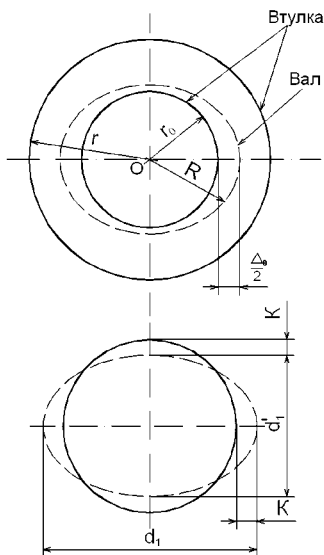


Рисунок 2 – Посадка овального вала в круглое отверстие втулки

С помощью программного комплекса ANSYS, в основе которого заложен МКЭ[3], решается задача посадки втулки на вал с натягом в различных вариантах геометрии, при этом предусмотрена возможность сопоставить результаты численного метода с аналитическим.

При решении задачи численным методом решалась контактная задача. Для моделирования твердого тела использовался плоский восьмиугольный прямоугольный элемент PLANE 82 [6], который может вырождаться в треугольный шестиугольный конечный эле-

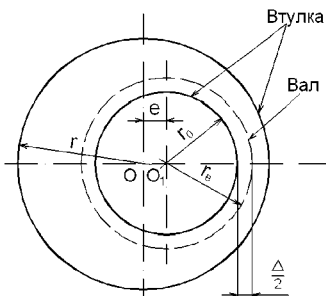


Рисунок 3 – Посадка круглого вала во втулку с эксцентриситетом

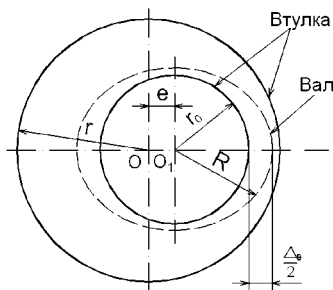


Рисунок 4 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом  $\alpha$  между овальностью и эксцентриситетом в 0 градусов

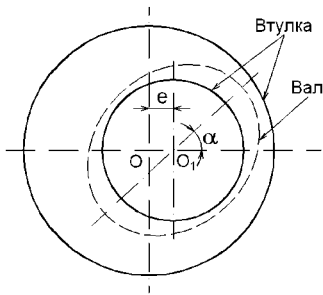


Рисунок 5 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом  $\alpha$  между овальностью и эксцентриситетом в 45 градусов

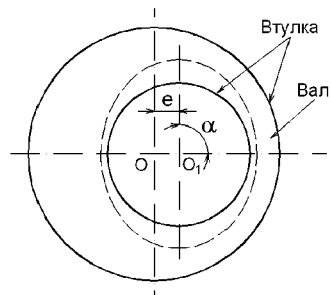


Рисунок 6 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом  $\alpha$  между овальностью и эксцентриситетом в 90 градусов

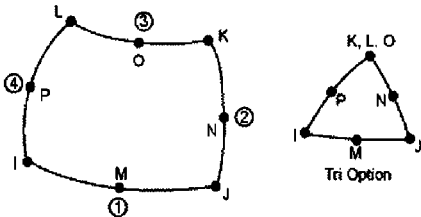


Рисунок 7 – Конечный элемент PLANE82



Рисунок 8 – Контактный элемент CONTA172

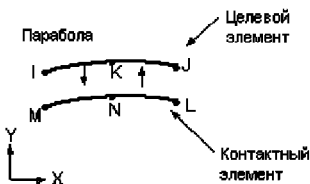


Рисунок 9 – Целевой элемент TARGE169

мент (рис. 7). Элемент имеет две степени свободы  $u$  и  $v$ . Для решения контактной задачи использовался соответствующий PLANE 82 контактный элемент CONTA172 и отвечающий ему целевой элемент TARGE169 (рис. 8, 9).

Натяг задавался при помощи изначального перекрытия поверхностей деталей с расположенными на них контактными элементами. В результате решения задачи происходит выталкивание изначально взаимно проникающих друг в друга поверхностей деталей до состояния, когда контактные элементы, расположенные на них, не войдут в непосредственный контакт. При решении был использован податливо-податливый контакт, то есть в результате взаимодействия деформируются обе детали.

Для решения контактной задачи комплексом ANSYS [7] использовался метод Лагранжа поскольку он по сравнению с методом «штрафов» обычно дает лучшие результаты и менее чувствителен к величине коэффициента контактной жесткости.

Результат взаимного проникновения двух поверхностей зависит от жесткости между контактными поверхностями. Слишком высокое значение жесткости приводит к плохому состоянию матрицы жесткости и к трудностям сходимости, но для обеспечения допустимого остаточного контактного проникновения нужно иметь достаточно высокую жесткость. ANSYS по умолчанию вычисляет контактную жесткость, базирясь на свойствах материалов подстилающих элементов. Для задания контактной жесткости используется постоянная FKN (Normal Penalty Stiffness). Этот скалярный коэффициент обычно находится в интервале от 0,01 до 12. Второе средство контроля проникновения – постоянная FTOLN, которая задает допустимое остаточное проникновение. Если остаточные силы и перемещения в ходе решения достигли критерия сходимости, а проникновение больше величины FTOLN, то глобальное решение считается не сошедшимся и решение продолжается пока не будет достигнуто значение FTOLN.

Определение хорошего значения жесткости, от которого зависит взаимное проникновение, потребовало некоторых экспериментов. В результате было установлено, что для данной задачи оптимальным является значение скалярного коэффициента FKN равное 10. При задании значения большего 12 появляется предупреждение о том, что полученное значение контактной жесткости слишком велико, что может привести к неточному решению. Напряжения по третьей теории прочности, полученные при значениях FKN 10 и 12 отличаются на 0,01 МПа, что позволяет отдать предпочтение значению 10. Оптимальным значением остаточного проникновения FTOLN была определена величина  $10^{-9}$ . При увеличении данного значения наблюдалось падение напряжений в рассматриваемом соединении, а при его уменьшении существенных изменений в решении не наблюдалось.

В результате для круглого вала и втулки было получено значение напряжений по третьей теории прочности равное 136,1 МПа (136,9 МПа – получено аналитическим путем). Это говорит о том, что данная задача корректно решена численным методом, а подобранные значения FKN и FTOLN можно в дальнейшем использовать в аналогичных задачах. Распределение напряжений по третьей теории прочности показаны на рис. 10<sup>1</sup>, а радиальные перемещения – на рис. 11. Контактное давление постоянно по всей линии контакта и составляет 105,5 МПа.

В базовой модели Кулонова трения две контактирующие поверхности могут содержать сдвиговые напряжения некоторой величины из-за их взаимодействия перед фазой скольжения одной относительно другой (состояние сцепления). Модель Кулонова трения определяет эквивалентное сдвигающее напряжение  $\tau$ , в котором скольжение по поверхности вначале представляет часть контактного давления  $P$  ( $\tau = f \cdot P + C$ , где  $f$  – коэффициент трения, а  $C$  – величина, определяющая сопротивление трения покоя). При превышении

---

<sup>1</sup>Рисунки 10-26 размещены на цветной вкладке между стр. 122-123

предельного сдвигающего напряжения две контактирующие поверхности скользят одна относительно другой. В случае, когда втулка и вал идеально круглые и нет эксцентриситета, коэффициент трения  $f$  можно не учитывать, поскольку напряжения  $\tau$  слишком малы, чтобы влиять на напряженно-деформированное состояние. Но когда вал имеет эллиптичность, пренебречь коэффициентом  $f$  нельзя.

Для эллиптического вала при отсутствии коэффициента трения было получено напряжение по третьей теории прочности 150,0 МПа, то есть напряжения от овальности  $150,0 - 136,1 = 13,9$  МПа. После введения коэффициент трения 0,3 было получено напряжение 155,6 МПа, то есть напряжения от овальности  $155,6 - 136,1 = 19,5$  МПа. Значение 15,5, полученное аналитически и не учитывающее трение, довольно близко к значению, полученному численным методом без трения. Но в данном случае пренебречь трением нельзя, поэтому значение, полученное с учетом трения, можно считать соответствующим действительности. Распределение напряжений по третьей теории прочности показаны на рис. 12. Радиальные перемещения и контактное давление – на рис. 13, 14.

Использованием полученного опыта были решены аналогичные задачи: с круглым валом и втулкой с эксцентриситетом; с эксцентриситетом втулки, овальным валом и углом  $\alpha$  между овальностью и эксцентриситетом в 0, 45, 90 градусов.

Полученные результаты для втулки и вала в виде максимальных величин для соответствующего варианта геометрии приведены в таблице: эквивалентные напряжения по третьей теории прочности ( $\sigma_{\text{эквIII}}$ ), по Мизесу ( $\sigma_{\text{Миз}}$ ), радиальные перемещения ( $U_r$ ), окружные ( $U_\theta$ ), контактное давление ( $P$ ).

Основные результаты расчетов

Вариант расчета	Втулка				Вал				Контактное давление, МПа
	$\sigma_{\text{эквIII}}$ , МПа	$\sigma_{\text{Миз}}$ , МПа	$U_r$ , мм	$U_\theta$ , мм	$\sigma_{\text{эквIII}}$ , МПа	$\sigma_{\text{Миз}}$ , МПа	$U_r$ , мм	$U_\theta$ , мм	
Круглый вал и втулка									
$f = 0$	136,1	123,7	0,027	0,032	105,5	105,5	0,032	0,027	105,5
$f = 0,3$	136,1	123,7	0,027	0,032	105,5	105,5	0,032	0,027	105,5
Овальный вал и круглая втулка									
$f = 0$	150,0	138,2	0,032	0,023	122,3	122,2	0,041	0,024	122,2
$f = 0,3$	155,6	142,2	0,032	0,0006	131,2	127,4	0,041	0,0038	123,3
Круглый вал и втулка с эксцентриситетом									
	139,7	126,0	0,034	0,0047	112,7	110,7	0,040	0,0068	108,6
Овальный вал и втулка с эксцентриситетом									
$\alpha = 0^\circ$	161,6	146,2	0,044	0,0088	152,8	144,9	0,057	0,0148	135,5
$\alpha = 45^\circ$	160,6	145,7	0,042	0,0089	145,2	139,2	0,054	0,016	132,6
$\alpha = 90^\circ$	157,6	144,6	0,036	0,0083	133,4	130,0	0,045	0,013	126,8

Рисунки 10-26 к статье А.П.Перина, А.Г.Андреева «Расчет посадок с натягом при овальности и эксцентриситете соединяемых деталей на основе ПК ANSYS»

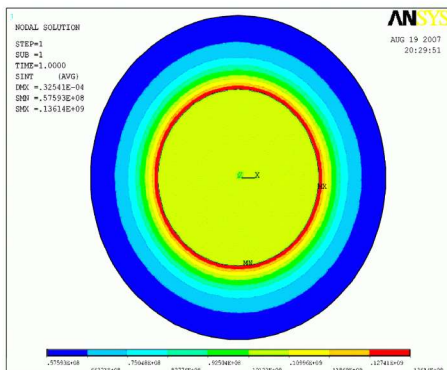


Рисунок 10 – Напряжения по третьей теории прочности (круглый вал и втулка)

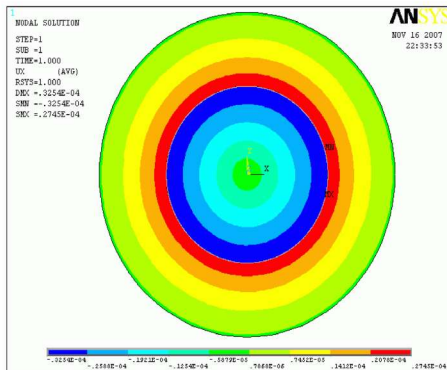


Рисунок 11 – Радиальные перемещения (круглый вал и втулка)

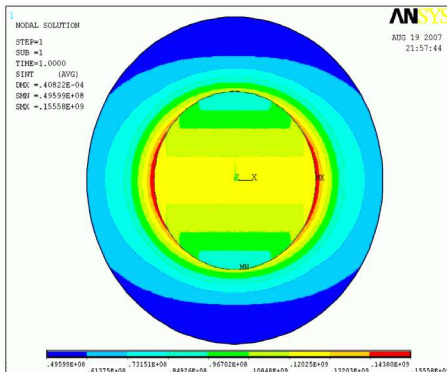


Рисунок 12– Напряжения по третьей теории прочности (круглая втулка и овальный вал)

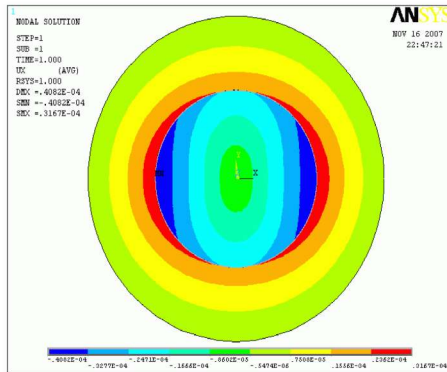


Рисунок 13 – Радиальные перемещения (круглая втулка и овальный вал)

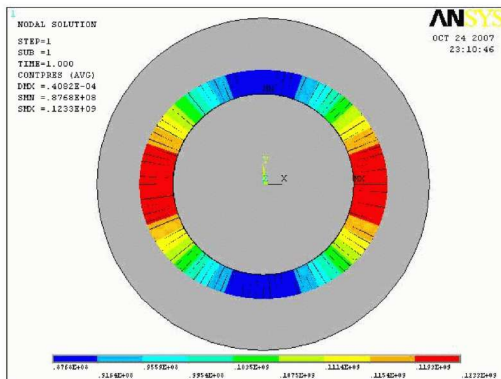


Рисунок 14 – Контактное давление (круглая втулка и овальный вал)

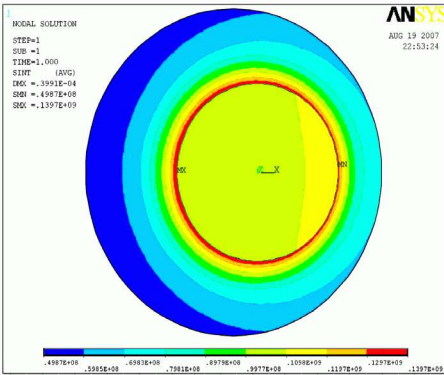


Рисунок 15 – Напряжения по третьей теории прочности (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

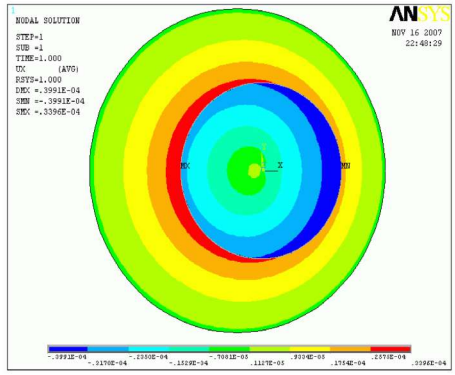


Рисунок 16 – Радиальные перемещения (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

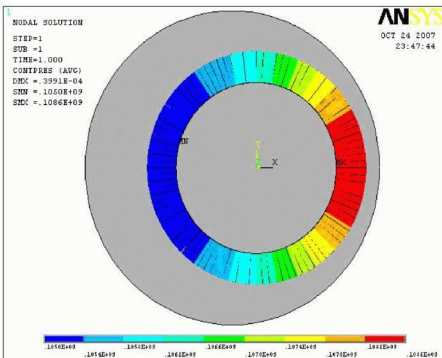


Рисунок 17 – Контактное давление (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

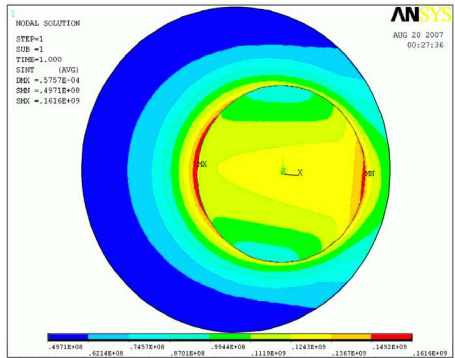


Рисунок 18 – Напряжения по третьей теории прочности (втулка с эксцентриситетом и овальный вал,  $\alpha = 0^\circ$ )

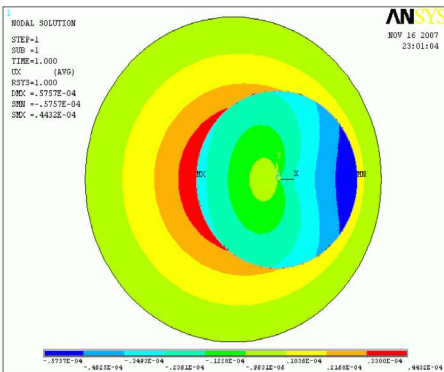


Рисунок 19 – Радиальные перемещения (втулка с эксцентриситетом и овальный вал,  $\alpha = 0^\circ$ )

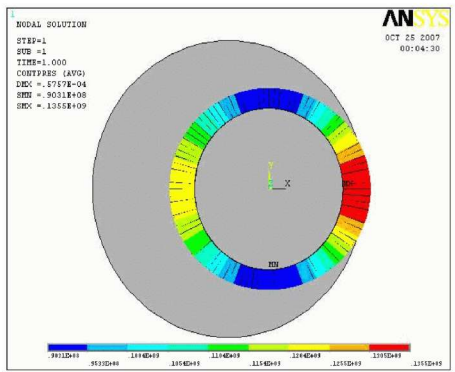


Рисунок 20 – Контактное давление (втулка с эксцентриситетом и овальный вал,  $\alpha = 0^\circ$ )



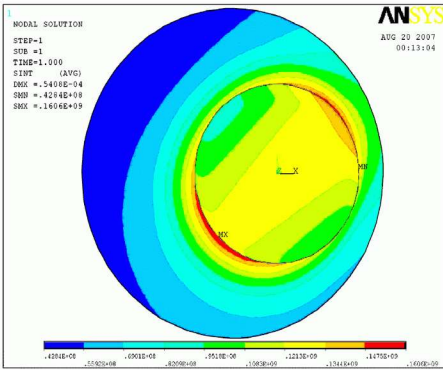


Рисунок 21 – Напряжения по третьей теории прочности (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 45^\circ$ )

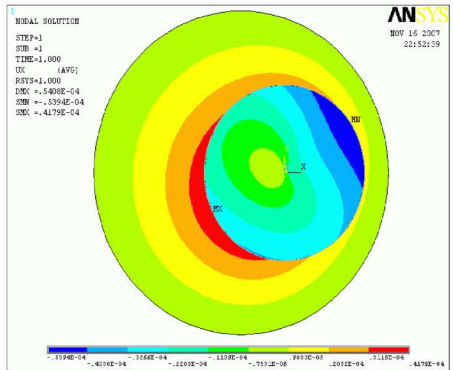


Рисунок 22 – Радиальные перемещения (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 45^\circ$ )

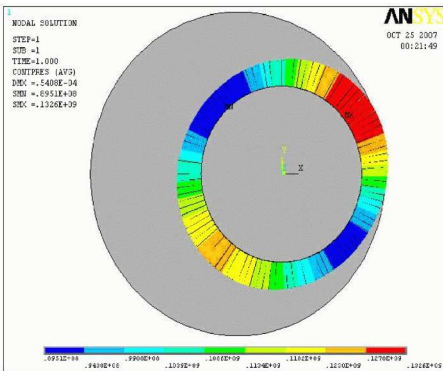


Рисунок 23 – Контактное давление (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 45^\circ$ )

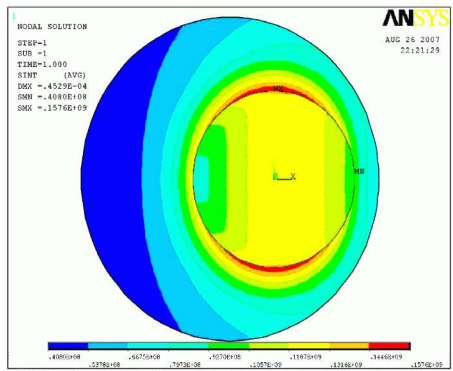


Рисунок 24 – Напряжения по третьей теории прочности (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 90^\circ$ )

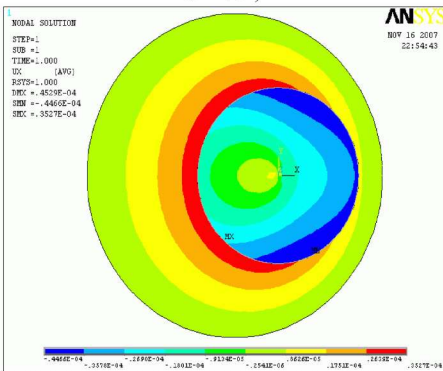


Рисунок 25 – Радиальные перемещения (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 90^\circ$ )

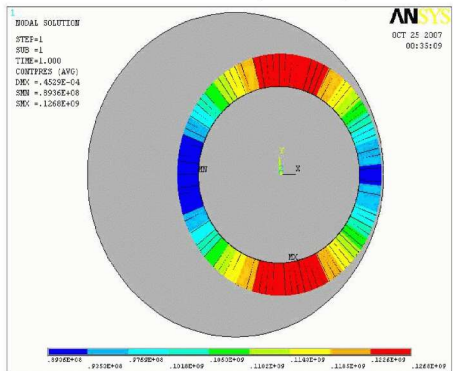


Рисунок 26 – Контактное давление (втупка с эксцентриситетом и овалный вал,  $\alpha = 90^\circ$ )

Расчеты показали, что напряжения на втулке всегда больше, чем напряжения на вале, а радиальные перемещения меньше. При введении трения резко падают угловые перемещения. Это обусловлено тем, что исчезает проскальзывание деталей. У круглого вала и круглой втулки этого проскальзывания нет, поэтому напряженно-деформированное состояние при наличии и отсутствии трения одинаково. Но когда конструкция становится неосесимметричной, учет коэффициента трения влияет на напряженно-деформированное состояние. Для овального вала и круглой втулки разница между напряжениями по третьей теории прочности для решения с трением и без трения составляет 3,7 %. При варианте посадки круглый вал и втулка с эксцентриситетом напряжения на 2,7 % больше чем при круглом вале и втулке без эксцентриситета, и на 10,2 % меньше чем при овальном вале и круглой втулке.

При посадке овального вала во втулку с эксцентриситетом наблюдаются наибольшие напряжения из всех рассмотренных вариантов посадок. Самой напряженной из трех посадок с разными углами  $\alpha$  является посадка с углом  $\alpha = 0^\circ$ , и наименее напряженной с  $\alpha = 90^\circ$ . Посадка с углом  $\alpha = 0^\circ$  обеспечивает наибольшее контактное давление.

Для бесфрикционного, грубого (шероховатого) и связанного (жесткого) контакта, матрицы жесткости контактных элементов являются симметричными. Контактные задачи, включающие трение, порождают несимметричную жесткость. Использование несимметричного решателя вычислительно более дорого, чем симметричного решателя на каждой итерации. Поэтому ANSYS использует алгоритм симметризации, при помощи которого многие задачи с контактным трением могут быть решены с использованием решателей для симметричных систем. Если напряжения трения оказывают значительное влияние на поле перемещений и величина напряжений трения сильно зависит от решения, то всякая симметричная аппроксимация матрицы жесткости может привести к низкой скорости сходимости. В таких случаях следует выбрать опцию несимметричного решения (NROP, UNSYM) для улучшения сходимости.

Все решенные задачи не имели проблем со сходимостью. Они сходились после 6-12 итераций, и поэтому необходимости перехода к несимметричному решателю не было.

**Список литературы:** 1. Муценiek К. Я. Учет овальности в расчетах соединений с натягом // Изв. АН Латв. ССРСР. – № 12 (88). – 1954. 2. Тарабасов Н. Д. Расчеты напряженных посадок в машиностроении. – М.: Москва, 1961. 3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. 4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М., Физматгиз, 1963. 5. Берникер Е.И. Посадки с натягом в машиностроении. – М.: Москва, 1966. 6. Справочная система ПК Ansys. 7. Решение контактных задач в Ansys 6.1. – Москва, 2003.

*Поступила в редакцию 14.11.2007*