

теоретическое издательство. – Москва-Ленинград, 1934. – 574 с. 2. *Коровчинский М.В.* Теоретические основы работы подшипников скольжения. – М.: Машиностроение, 1969. – 403 с. 3. *М.А.Лаурентьев, Б.В.Шабат* Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1977.

Поступила в редколлегию 12.09.2007

УДК 620.171.3 : 53.072.11

А.А.ТЕСЛЕНКО, канд.физ.-мат.наук, НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДА ФОТОУПРУГОСТИ

У роботі розглядається новий метод визначення точності методу фотопружності. Суть методу полягає у використанні модельного засобу визначення точності. Точність визначається у порівнянні початкових (модельних) напружень та визначених у змодельованому засобі вимірювання. У якості початкового (модельного) напруження запропоновано використовувати визначені у реальному експерименті напруження. Досліджена коректність цього засобу дослідження точності.

New method of accuracy definition for the method of photoelasticity is considered in the paper. Essence of a method consists in the modelling way of accuracy determination. Accuracy is determined in comparison of initial (modelling) stresses and stresses determined in the simulated way of measurement. The stresses determined in real experiment are used as initial (modelling) stresses. The correctness of this method is investigated.

1. Введение. В работах [1-4] указывалось на тенденцию к сравнительно интенсивному использованию метода фотоупругости в последние годы по сравнению с 1980-90-ми годами, когда наблюдался глубокий спад в использовании этого метода. В этих же работах проводились модельные исследования метода фотоупругости. В этих исследованиях, среди прочего, определялась погрешность метода фотоупругости.

2. Актуальность рассматриваемой проблемы. Сложность определения погрешности в результирующих напряжениях связана с многоэтапностью алгоритма и с тем фактом, что задача фотоупругости является, так называемой, обратной задачей, в которой погрешность может стремиться к бесконечности. Особенно большую трудность вызывает зависимость погрешности от величины самих определяемых напряжений. На практике это проявляется в том, что попытки получить аналитические оценки верхних границ, которые не могут превышать погрешности в напряжениях, для многих алгоритмов приводят к невероятно большим величинам. Например, очень большие величины погрешности получаются, если в части алгоритма относящейся к решению системы линейных уравнений, использовать для оценки верхних границ погрешности соответствующие выражения с числом обусловленности [5,6].

Оценки относятся к верхним пределам и не характеризуют реальную погрешность. Так в модельных исследованиях [1-4,5,6] показана устойчивость многих алгоритмов фотоупругости.

3. Постановка задачи. В настоящей работе предлагается корректный способ определения погрешности в напряжениях. В численных экспериментах [1-4] погрешность в напряжениях определялась относительно напряжений, заданных в модели. На основе заданного распределения напряжений имитировались тело, измерительный процесс, вычислялось поле напряжений. Погрешность определялась разностью с исходными напряжениями, которые в идеальном измерительном и вычислительном процессе должны совпадать с исходными. В реальном эксперименте напряжения в теле нам не известны и казалось такой метод применить невозможно. Однако, если использовать определенные методом фотоупругости напряжения как модельные, то возникает оригинальная возможность определения погрешности напряжений. А именно, мы повторно определим напряжения, но используя модельную технологию, описанную в [1-4], используя найденные в экспериментах напряжения как модельные. Если такой метод окажется корректным, это будет метод учитывающий вид напряжений (соотношение между нормальными и сдвиговыми компонентами). Из работ [1-4] следует существенная зависимость погрешности от вида и величины напряжений.

4. Метод определения напряжений. Методика определения напряжений и математическая постановка идентична методикам в [1,2,4]. Для простоты сравнения использовался то же вещество (LiF). Здесь математическую модель опишем кратко. Условия равновесия учтем выполнением интегральных уравнений для любой области тела:

$$\iiint_V \operatorname{div}(\vec{\sigma}_{is}) dV = 0, \quad (1)$$

где $\vec{\sigma}_{is}$ – вектор силы с координатами $(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3})$; σ_{ij} – тензор напряжений. Решим задачу поиска напряжений в конечно элементном виде. Узловые напряжения σ_{ij}^ℓ для всех узлов могут определяться совместным решением уравнений равновесия (1), записанных для всех элементов и уравнений фотоупругости

$$A_{ij}^n \sigma_{ij}^\ell = \delta^n \cos(2\varphi^n), \quad (2)$$

определенных для направлений \vec{n} в узлах ℓ . Уравнения (2) представляют собой уравнения, связывающие напряжения и измеряемые параметры описанные, например, в [1-4]. В формуле (2): δ^n – оптическая разность хода; φ^n – оптический параметр угла изоклины; A_{ij}^n – коэффициенты, являющиеся функцией пьезооптических коэффициентов, показателя преломления, толщи-

ны просвечиваемого слоя, ориентации направления просвечивания и ориентации системы координат, в которой определяются напряжения. Решением систем линейных уравнений (1,2) получаются искомые узловые напряжения σ_{ij}^{ℓ} в работах [1-4].

5. Численный эксперимент. Почти полностью аналогичен [1], за исключением того факта, что модельные напряжения сами получены из исходной аналитически заданной модели приближенно. Имитируется ситуация, когда мы имеем приближенно полученные экспериментальные результаты. Используя их по алгоритму [1] оцениваем распределение погрешности.

6. Обсуждение результатов. Показывать здесь распределение напряжений и ошибку в них смысла нет. Эти распределения аналогичны показанным в [1,2]. При применении метода регуляризации с коэффициентом регуляризации 0,01, разница в оценках погрешности на порядок меньше самой погрешности. Уменьшение коэффициента регуляризации приводит к неустойчивости как самого решения так и оценок погрешности. Но и в этом случае можно определить момент наступления неустойчивости при уменьшении коэффициента регуляризации.

7. Выводы. Погрешность в напряжениях имеет существенную зависимость от величины и вида напряжений. Предложенный метод дает возможность определить погрешность в напряжениях в связи с их величиной и распределением по компонентам σ_{ij} . Также, предложенный метод дает возможность оптимизации параметров алгоритма (в данном выше примере коэффициента регуляризации).

Список литературы: 1. *Тесленко А.А.* Методы конечных элементов и фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 22. – С. 143-148. 2. *Тесленко А.А.* Некоторые подробности применения метода конечных элементов в фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 21. – С. 183-186. 3. *Тесленко А.А.* Автоматизация пьезооптических измерений // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 32. – С. 153-156. 4. *Тесленко А.А.* Фильтрация пьезооптических измерений в методе фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 22. – С.169-171. 5. *Тесленко А.А., Каплан М.С., Тиман Б.Л., Тихонова Е.В.* Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть I. // Препринт-ИМК-91-4, Харьков. – 1991. – С. 67. 6. *Тесленко А.А., Каплан М.С., Тиман Б.Л., Тихонова Е.В.* Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть II // Препринт-ИМК-91-5, Харьков. – 1991. – С. 78.

Поступила в редколлегию 25.10.2007