

жениям, параметрам состояния и температуре.

Следует заметить, что в современной литературе практически отсутствуют, необходимые для построения определяющих соотношений теории ползучести, экспериментальные данные о реологических свойствах материалов при больших деформациях. Поэтому проблема построения определяющих соотношений теории ползучести при больших деформациях требует дополнительного рассмотрения.

Список литературы: 1. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды – М: Наука, 1983. – 448 с. 2. Васильев К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности.– М.: Мир, 1987.– 542 с. 3. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 4. Коутер В.Т. Общие теоремы теории упругопластических сред. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 80 с. 5. Одэн Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с. 6. Kleiber M. Lagrangian and eulerian finite element formulation for large strain elasto-plasticity // Bull. Acad. pol. sci. Ser. sci. techn. 1975. – Vol. 23. № 3. – P. 109-126. 7. Bathe K-J, Ozdemir H. Elastic-plastic large deformation. Static and dynamic analysis // Computers & Structures. 1976. – Vol. 6. – P. 81-92. 8. Christman T, Needleman A., Suresh S. An experimental and numerical study of deformation in metal-ceramic composites // Acta metall. 1989. – Vol. 37. № 11. – P. 2029-3050. 9. Sorensen N. A planar model study of creep in metal matrix composites with misaligned short fibres // The Danish Center for Applied Mathematics and Mechanics (DCAMM). Report No. 449. October 1992. – 18 p. 10. Brüning M. Numerical analysis and large strain elastic-viscoplastic behavior of hydrostatic stress-sensitive metals // Int. Journal of Solids and Structures. 2001. – 38. – P. 635-656. 11. Voyiadis G.Z., Kim D. Finite element analysis of the piezocone test in cohesive soils using an elastoplastic-viscoplastic model and updated Lagrangian formulation // Int. Journal of Plasticity. 2003. – 19. – P. 253-280. 12. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с. 13. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упруго-пластические деформации. – М.: Наука, 1986. – 232 с. 14. Prager, W. An elementary discussion of definitions of stress rate // Quarterly of Applied Mathematics. 1960. Vol. XVIII. P. 403-407. 15. Hibbitt, H.D., Marcal, P.V., Rice, J.R. A finite element formulation of large strain and large displacement // Int. J. Solids Structures. 1970. – Vol.6. – P. 1069-1086. 16. Gadala, M.S., Dokanish, M.A., Oravas, G.A. Formulation methods of geometric and material nonlinearity problems // Int. J. for Num. Meth. in Engineering, 1984. – Vol.20. – P. 887-914.

Поступила в редакцию 28.05.04

УДК 621. 833.01

А.Ф.КИРИЧЕНКО, докт. техн. наук, **В.А.БЕРЕЖНОЙ**; НТУ «ХПИ»

ПЕРСПЕКТИВЫ УЛУЧШЕНИЯ РАБОТЫ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ

Розглядається пружно-деформований стан прямозубих коліс. Виконується розрахунок об'ємного пружно-деформованого стану методом скінченних елементів. Приведені результати розрахунків модифікованих прямозубих коліс з отвором уздовж осьової лінії зуба.

Stress strain states of spur gears are studied. Gear tooth calculation of volumetric stress strain state by method of finite element is performed. The calculation results of modification spur gears with by orifice along tooth axis.

Введение.

Исключительно важное значение в машиностроении имеют зубчатые передачи, представляющие собой неотъемлемую часть подавляющего большинства современных машин и механизмов и зачастую определяющие эксплуатационные показатели всей машины. В связи с постоянным повышением в современной технике нагрузок и скоростей при одновременном снижении допустимых веса и габаритов, возрастают требования к методам расчета зубчатых передач. Цилиндрические прямозубые передачи эвольвентного зацепления, имеющие широкое распространение в машиностроении, требуют уточненного расчета на прочность, а также тщательного изучения протекающих в зацеплении динамических процессов, вызывающих шум и вибрации передачи и всей машины.

В общем комплексе проблем, связанных с расчетом зубчатых передач, большое место занимает проблема исследования напряженно-деформированного состояния зубчатых колес, и, в частности, самих зубьев как элементов, непосредственно передающих нагрузку. Наличие высоконапряженных зон в окрестности полоски контакта и у основания зуба вызывает необходимость расчета рабочих поверхностей на прочность по контактным напряжениям и расчета зуба на прочность по изгибу [1]. Широко распространенный в настоящее время метод расчета эвольвентных прямозубых передач на изгибную прочность основан на применении теории комплексного переменного [2]. Однако основным недостатком этого метода остается неоправданной идеализации описания геометрии расчетной модели, а также сведение объемного напряженно-деформированного состояния, в котором находятся зубья прямозубых колес, к плоскому двумерному их рассмотрению.

Поэтому для получения наиболее исчерпывающих результатов по напряженно-деформированному состоянию прямозубых зубчатых колес необходимо выполнить решение трехмерной задачи теории упругости применительно к телу конечных размеров с границей сложной формы.

1. Постановка задачи.

В настоящей работе рассматривается задача об объемном напряженно-деформированном состоянии эвольвентных зубьев цилиндрических прямозубых передач (см рис.1). Делается попытка повлиять на НДС зубьев, путем применения модифицированной формы зубчатого колеса [5]. Модификация выполняется в виде отверстия в форме окружности вдоль оси зуба на незначительном расстоянии от корня зуба. И в зависимости от местоположения и диаметра отверстия строится картина напряженного состояния зуба, что дает возможность рассмотреть ряд вопросов, связанных с расчетом на прочность зубчатых колес.

2. Метод решения задачи.

Одним из наиболее эффективных численных методов решения краевых задач и исследования проблем прочности является метод конечных элементов. На современном этапе развития вычислительной техники и вариацион-

ных методов стало возможным применить, с достаточно высокой точностью, метод конечных элементов для расчета объемного напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных колес [3].

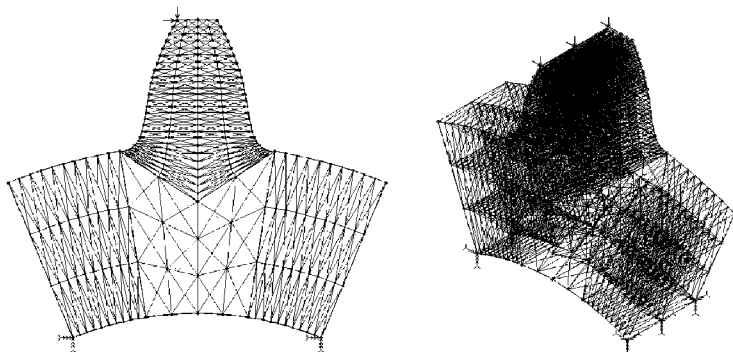


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель эвольвентного прямозубого колеса в плоском и объемном виде без отверстия.

Поскольку при решении поставленной задачи методом МКЭ информация о геометрии модели, ее физических свойствах, граничных условиях задается численно в виде входных данных, то такой подход позволил создать универсальный алгоритм расчета, допускающий моделирование различных вариантов конструкций, нагружения, решать выше сформулированные вопросы.

Таким образом, предложенный метод позволил свести задачу о напряженно-деформированном состоянии зуба зубчатого колеса к определению вектора упругих перемещений, удовлетворяющего в рассматриваемой области системе уравнений Ламе и соответствующим граничным условиям, которые для данной задачи носят естественный характер. В этой связи предполагается, что зубчатое колесо жестко заделано по цилиндрической поверхности отверстия под вал:

$$R_x = R_y = R_z = U_x = U_y = U_z = 0, \quad (1)$$

где $R_x, R_y, R_z, U_x, U_y, U_z$ – компоненты вектора упругих перемещений любой точки поверхности цилиндрического отверстия.

Далее предполагается, что нормальные напряжения на поверхности колеса возникают только в точках поверхности зубьев, через которые передается нагрузка. На остальной поверхности зубчатого колеса нормальные напряжения отсутствуют. Следует особо подчеркнуть, что с целью универсализации полученных результатов, модуль m принят равный 1 мм, а величина прилагаемой нагрузки F_H равная 1 кг/мм [2].

Таким образом, поставленная задача является пространственной смешанной краевой задачей теории упругости для расчетной модели зубчатого колеса, которая представлена на рис. 1.

Решение дифференциальных уравнений Ламе эквивалентно задане ва-

риационного исчисления о минимуме интеграла, которым выражается полная потенциальная энергия деформации упругой области (Э):

$$\delta \mathcal{E} = 0. \quad (2)$$

В результате удовлетворения граничным условиям (1) на основании теоремы Эйлера, формул Грина и Кастельяно, получено выражение для потенциальной энергии в виде:

$$\mathcal{E}(U) = \frac{1}{2} \iiint_V E^T \sigma * dV - \left(\iiint_V U^T F * dV + \iint_{S_F} U^T P * dS \right), \quad (3)$$

где U – вектор упругих перемещений, E – тензор деформации, σ – тензор напряжений, V – исследуемая упругая область, S_F – площадь приложения нагрузки, P – интенсивность распределения нагрузки на зуб, « T » – индекс обозначает операцию транспонирования.

Для дискретизации модели зубчатого колеса выбран трехмерный тетраэдральный элемент с десятью узлами (см рис. 2), поскольку он наиболее точно может описывать сложную геометрию зубьев эвольвентных колес, и при простоте задания, как показали предварительные исследования, имеет хорошую точность получаемых результатов.

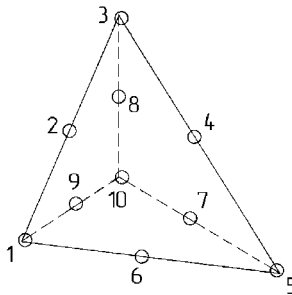


Рисунок 2 – Тетраэдральный 10-ти узловой конечный элемент.

В пределах данного элемента линейное поле перемещений зададим в виде полинома 2-й степени:

$$U_i(x, y, z) = a_{1i} + a_{2i}x + a_{3i}y + a_{4i}z + a_{5i}xy + a_{6i}yz + a_{7i}xz + a_{8i}x^2 + a_{9i}y^2 + a_{10i}z^2, \quad (4)$$

где $U_i(x, y, z)$ – вектор перемещений, и где $a_{1i} \dots a_{10i}$ – произвольные постоянные.

Разрешающее уравнение статического анализа (3), из которого определяют напряженно-деформированное состояние системы перемещений, записывается в матричном виде следующим образом:

$$[K] \cdot U = F, \quad (5)$$

где $[K]$ – матрица жесткости, U – вектор перемещений, F – вектор сосредоточенных сил.

За основу приняты следующие физические параметры: модуль упругости

$E = 2,06 \cdot 10^{11}$ Па, модуль упругости второго рода $G = 7,92 \cdot 10^{10}$ Па, удельный вес $\rho = 7,75$ кг/м³, коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$, как наиболее полно отвечающие истинному состоянию зубчатого колеса.

3. Исследование НДС зубьев прямозубых колес без отверстия.

В данной работе успешно используется конечно–элементный программный комплекс COSMOS, который вместе с пакетом адаптированных к нему программ успешно решает задачи: определения параметров зубчатого зацепления и характеристик нагружения; построения геометрии зубчатого колеса по методике, изложенной в работе [4]; дискретизации полученной геометрической модели; объединения групп узлов в конечные элементы с наиболее удачными аппроксимирующими свойствами; построение матрицы жесткости и вектора компонент прилагаемой нагрузки с жестким соблюдением физических свойств реального зубчатого колеса; реализация граничных условий, построение разрешающих систем уравнений; наглядное графическое и табличное отображение получаемых результатов с возможностью их последующего уточнения в автоматическом режиме.

На базе изложенной выше методики были проведены контрольные расчеты по определению напряженно-деформированного состояния зубьев прямозубых колес без отверстия при приложении нагрузки в вершине зуба (см рис. 1). В качестве примера приведены результаты для следующих параметров: число зубьев $z = 20$, угол исходного контура $\alpha = 20^\circ$, коэффициент смещения инструментальной рейки $\xi = 0$. Расчеты выполнены для различной ширины венца (рис. 3), меняющейся от $b = 1$ м до $b = 6$ м [6].

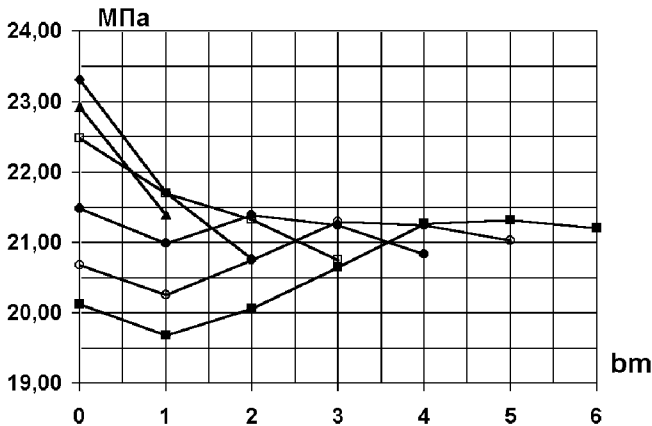


Рисунок 3 – Максимальные напряжения на растянутой стороне зубьев прямозубых колес $z = 20$; $\alpha = 20^\circ$, $\xi = 0$

Проведенный анализ показал, что максимальные напряжения от распределенной нагрузки в зависимости от ширины зубчатого венца уменьшаются

пропорционально увеличению ширины b (см рис. 3).

4. Исследование НДС зубьев прямозубых колес отверстием.

Рассмотрим влияния отверстия в форме окружности в теле зубчатого колеса на объемное напряженно-деформированное состояние зубьев прямозубых колес. Конечно-элементные модели изображены на рис. 4 и рис. 5. Расчеты выполнены при двух различных диаметрах отверстия: для $d_{\text{отв}} = 0,5m$, и для $d_{\text{отв}} = m$, а также варьируется высота центра отверстия. Изначально центр окружности располагается на диаметре впадин равном $d_{\text{вп}} = H = 0,0175 m$, а затем перемещается вдоль оси зуба на заданную величину. В данном случае это $H = d_{\text{вп}} + 0,25m$, а также $H = d_{\text{вп}} - 0,25m$ и $H = d_{\text{вп}} - 0,4m$.

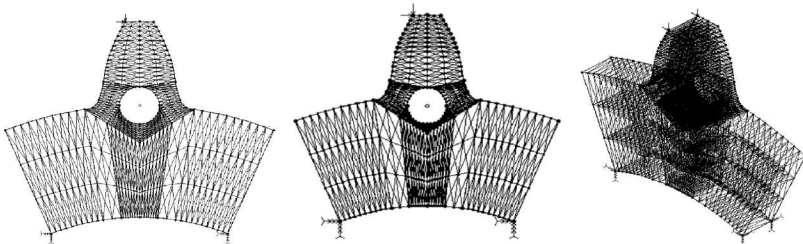


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель прямозубого колеса в плоском и объемном виде с отверстием $d_{\text{отв}} = m$, и с центром на $H = d_{\text{вп}} = 0,0175 m$, и $H = d_{\text{вп}} - 0,25m$, при $z = 20$; $\alpha = 20^\circ$; $\xi = 0$

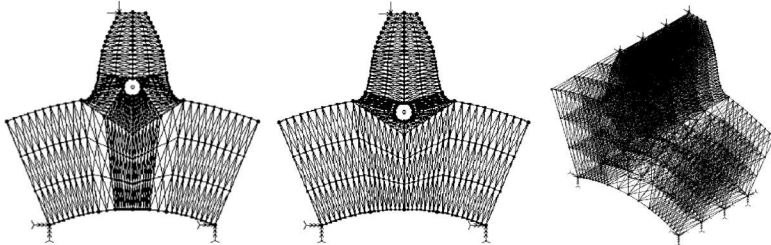


Рисунок 5 – Конечно-элементная модель прямозубого колеса в плоском и объемном виде с отверстием $d_{\text{отв}} = 0,5m$, и с центром на $H = d_{\text{вп}} = 0,25m$, и $H = d_{\text{вп}} - 0,4m$, при $z = 20$; $\alpha = 20^\circ$; $\xi = 0$

Оценка изменений величины напряжений для эвольвентного зубчатого колеса с отверстиями в графическом виде приведена на рис. 6 и рис. 7). Из анализа представленных рисунков нетрудно установить тот факт, что отверстие в большинстве случаев негативно сказывается на НДС зуба. Существенным для величины максимальных напряжений оказывается величина диаметра отверстия. Однако, возможно и такое место расположения отверстия, при котором напряжения не ухудшаются, а могут даже улучшаться. Обусловлено это в первую очередь удалением центра окруж-

ности от опасного контура и как следствие уменьшением влияния на максимальные напряжения.

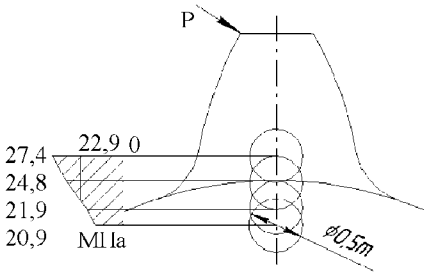


Рисунок 6 – Распределение напряжений на контуре зуба в зависимости от места расположения центра отверстия при $d_{\text{отв}} = 0,5m$; $z = 20$; $\alpha = 20^{\circ}$; $\zeta = 0$

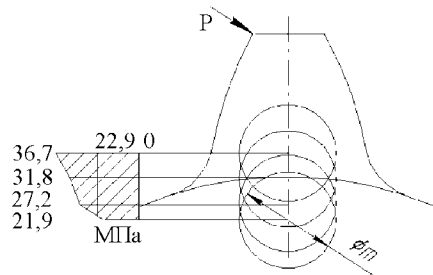


Рисунок 7 – Распределение напряжений на контуре зуба в зависимости от места расположения центра отверстия при $d_{\text{отв}} = m$; $z = 20$; $\alpha = 20^{\circ}$; $\zeta = 0$

Выводы.

Изложенные выше результаты наглядно иллюстрируют, что кроме известных модификаций прямозубых колес могут иметь место еще и другие, все зависит от того какая ставиться задача, какой желательно получить результат. В нашем случае показано, что при выполнении эвольвентного прямозубого колеса с отверстием вдоль зуба, напряжения изгиба у корня изменяют напряженное состояние в сторону ухудшения. Однако при распределении нагрузки вдоль зубьев и изучении динамического состояния зубчатой системы жесткость начинает играть решающую роль, поэтому наши исследования показывают, что в некоторых случаях можно поступившись напряженным состоянием довести жесткость до нужной величины.

Список литературы: 1. *Заблонский К.И.* Зубчатые передачи. – Киев, Техника, 1977. – 208 с. 2. *Устиненко В.Л.* Напряженное состояние зубьев цилиндрических прямозубых колес. М.: Машиностроение, 1972. – 91 с. 3. *Еременко С.Ю.* Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. – Харьков, Основа, 1991. – 272 с. 4. *Александров А.И., Артеменко Н.П., Костюк Д.И.* Цилиндрические зубчатые колеса. Харьков, Изд-во ХГУ, 1956. – 318 с. 5. *Сухорукнов Ю.Н.* Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. – Киев, Техника, 1992. – 200 с. 6. *Кириченко А.Ф., Шевченко Р.И.* Разработка уточненной методики и некоторые результаты исследований напряженно-деформированного состояния зубьев эвольвентных цилиндрических колес // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов / Труды международной научно-технической конференции. – Харьков, 1997. – С.89-94.

Поступила в редколлегию 29.03.04