

УДК 62-752.8(088.8)

В.С. ГАПОНОВ, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
А.И. НАУМОВ, инженер НТУ «ХПИ»;
Ю.А. ОСТАПЧУК, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»

ОЦЕНКА НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ ОПОРЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ КРИТИЧЕСКОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ЖЕСТКОГО РОТОРА

Рассматривается оценка настройки параметров опоры с управляемым изменением квазинулевой жесткости на величину критической угловой скорости жесткого ротора.

Ключевые слова: квазинулевая жесткость, опора, ротор, настройка, параметр, уравнение движения, деформация.

Введение. Использование пассивных упругих опор с управляемой квазинулевой жесткостью для высокоскоростных роторов с заданной функцией жесткости в рабочем пространстве кинематико-силовых характеристик может устранить противоречие между статической и динамической жесткостями, если система будет иметь следящие свойства по низкочастотной составляющей реакции в опорах ротора [1] и настройку её параметров на величину критической угловой скорости жесткого ротора.

Анализ последних публикаций. Вопросы эффективности применения упругих опор подшипников с управляемой квазинулевой жесткостью для высокоскоростных роторов рассмотрены в [1–3].

Цель и постановка задачи. Целью настоящей работы является обоснование возможности оценки настройки параметров динамической системы упругих опор с управляемой квазинулевой жесткостью на величину критической угловой скорости высокоскоростных роторов.

Основная часть. Рассмотрим уравнение движения системы [2] с учётом предварительной деформации упругого элемента C_{20} , которая может быть использована для получения необходимой конфигурации элементов опоры, соответствующей квазинулевой жесткости. В этом случае сила корректора (рис. 1) по линии A_1B_1 будет находиться в конусе трения, следовательно, массой m_2 не управляет. Управление осуществляется силовым потоком, проходящим по C_{12} .

Жесткость системы опоры изменяемой жесткости (рис. 1) [2]

$$(b \cdot c_{10})^{-1} \frac{dF}{dZ} = 1 + c_{12} \cdot \pi_c + c_{\Pi} \left[\frac{\bar{h}_0(1-\bar{Z})}{\bar{h}_3} \left(\pi_c - (1-\bar{Z}) - \pi_f \frac{2}{c_{10}} \right) - \left(\frac{\bar{h}_0}{\bar{h}} - 1 \right) \pi_c \right],$$

где
$$\pi_c = \frac{c_{10} + 2c_{20}}{c_{10}c_{20}}; \quad \pi_f = \frac{f}{c_{10} \operatorname{tg} \alpha_0}; \quad Z = x_1 - x_2; \quad \bar{Z} = \frac{Z}{b}.$$

Квазинулевому участку упругой характеристике опоры (рис. 2) соответствует

$$2 \frac{c_{\Pi}}{c_{10}} \geq K_{\Pi},$$

где
$$2 \frac{c_{\Pi}}{c_{10}} \geq \left(\frac{\bar{h}_0}{\sqrt{\bar{h}_0^2 - 1}} - 1 \right)^{-1} \stackrel{\text{def}}{=} K_{\Pi}.$$

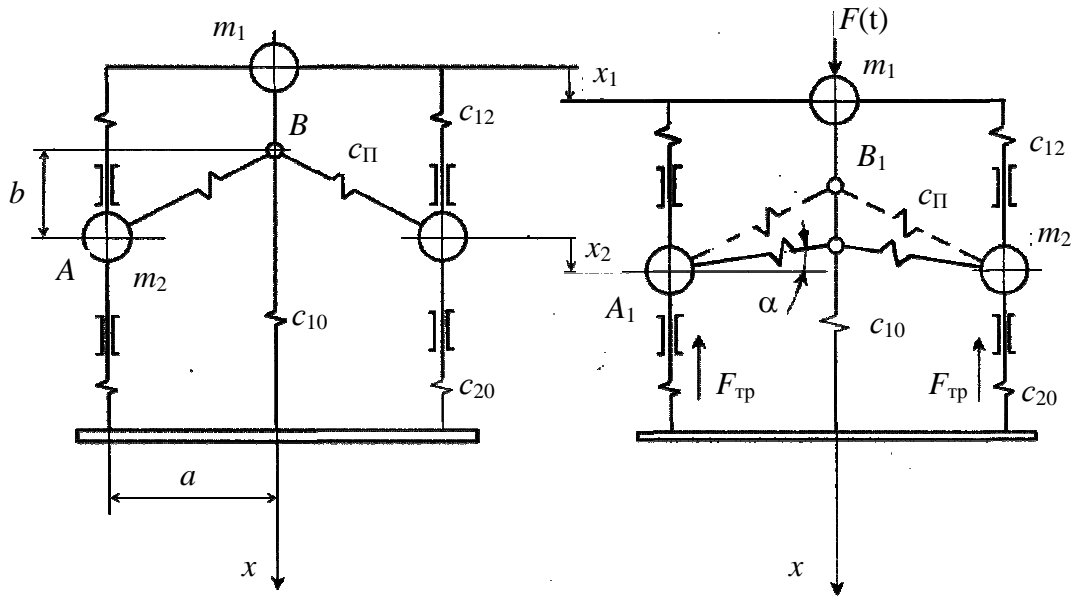


Рис. 1 – Схема системи змінюваної жорсткості

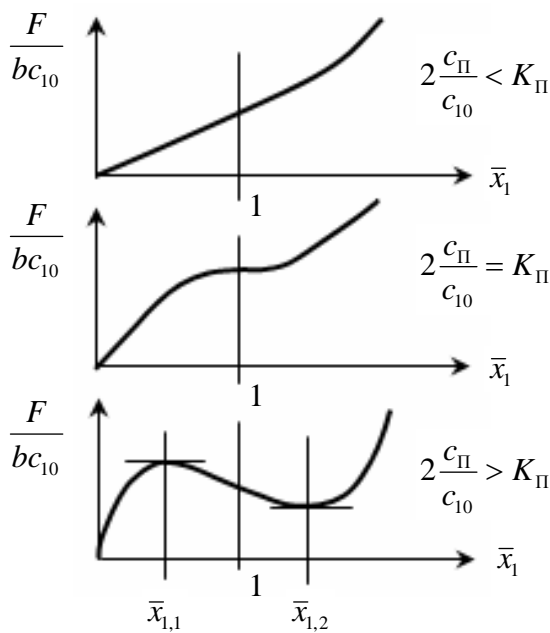


Рис. 2 – Еластична характеристика опори

Существенной особенностью роторных систем с опорами квазиулево́й жесткости является уменьшение изгибных колебаний (рис. 2) ротора во всём диапазоне скоростей. При достаточно податливых опорах (в сравнении с валом) вал проходит первую и вторую критические скорости как жесткий, образуя цилиндрическую и коническую прецессии [4].

Рассмотрим движение жесткого ротора в упругих опорах квазиулево́й жесткости. Для построения расчётной схемы предполагаем, что абсолютно жесткий ротор (рис. 3), вращается в идеальных, беззазорных подшипниках, наружные кольца которого установлены в опоры управляемой квазиулево́й жесткости, обладающие равномерным упругим полем в радиальном направлении. Ротор имеет весовую и моментную неуравновешенности.

Принятые обозначения: ω – частота вращения ротора относительно оси симметрии; I_1 – момент инерции ротора относительно оси симметрии; I_2 – момент инерции ротора относительно оси перпендикулярной оси вращения и проходящей через центр тяжести A_0 ; c_1, c_2 – коэффициенты жесткости опор соответственно A_1 и A_2 .

Рассмотрим малые колебания оси ротора относительно положения равновесия. Сообщим ротору произвольное перемещение (рис. 3). Изменением координат x_0, x_1, x_2 как величинами высокого порядка малости пренебрегаем.

Выразим координаты центра тяжести и углы β, γ_1 через независимые координаты y_1, z_1, y_2, z_2 , однозначно определяющие положение оси ротора.

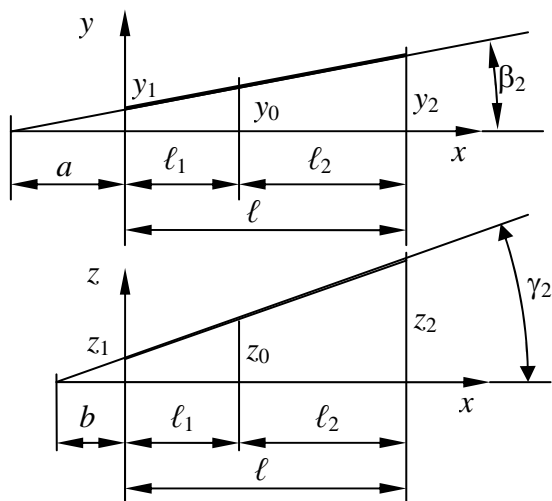
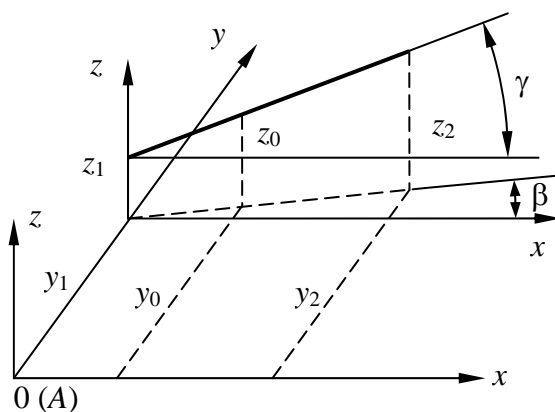
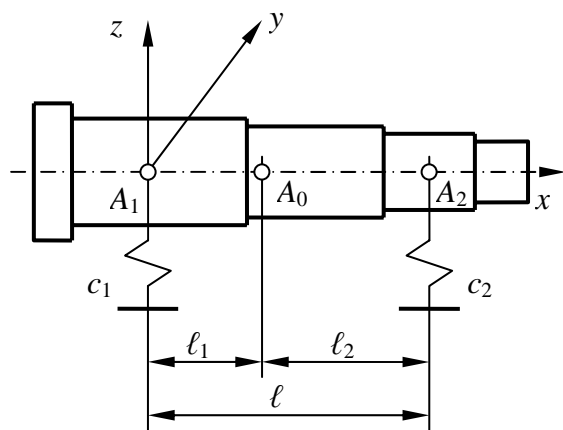


Рис. 3 – Схема ротора

$$y_0 = y_1 \frac{l_2}{l} \pm y_2 \frac{l_1}{l}; \quad (1)$$

$$z_0 = z_1 \frac{l_2}{l} \pm z_2 \frac{l_1}{l}. \quad (2)$$

Здесь верхний знак перед l_1 соответствует расположению центра тяжести между опорами, нижний знак – вне опор.

$$\beta_2 = \frac{y_2 - y_1}{l}; \quad (3)$$

$$\gamma_1 = \frac{z_2 - z_1}{l}. \quad (4)$$

Уравнения движения центра инерции имеют вид:

$$M\ddot{y}_0 = -c_1 y_1 - c_2 y_2; \quad (5)$$

$$M\ddot{z}_0 = -c_1 z_1 - c_2 z_2, \quad (6)$$

где M – масса ротора.

Составим уравнения малых колебаний ротора относительно осей параллельных y и z и проведенных через центр инерции системы «ротор-опоры».

Главные моменты внешних сил относительно осей, проведенных через центр инерции:

$$\begin{aligned} \sum m_{cx} \cdot (F_K^e) &= 0; \\ \sum m_{cy} \cdot (F_K^e) &= z_2 \cdot c_2 \cdot l_2 - z_1 \cdot c_1 \cdot l_1; \\ \sum m_{cz} \cdot (F_K^e) &= -y_2 \cdot c_2 \cdot l_2 + y_1 \cdot c_1 \cdot l_1. \end{aligned}$$

Главные моменты количеств движения системы с точностью до малых величин первого порядка малости:

$$L_x = I_1 \cdot \omega;$$

$$L_y = I_1 \cdot \omega \cdot \beta - I_2 \cdot \dot{\gamma};$$

$$L_z = I_1 \cdot \omega \cdot \gamma + I_2 \cdot \dot{\beta}.$$

Изменение главного момента количеств движения в относительном движении относительно центра инерции.

$$I_1 \cdot \omega \cdot \dot{\beta} - I_2 \cdot \ddot{\gamma} = z_2 \cdot c_2 \cdot l_2 - z_1 \cdot c_1 \cdot l_1; \quad (7)$$

$$I_1 \cdot \omega \cdot \dot{\gamma} + I_2 \cdot \ddot{\beta} = -y_2 \cdot c_2 \cdot l_2 + y_1 \cdot c_1 \cdot l_1. \quad (8)$$

Определим вынужденные колебания ротора, вызванные его статической и динамической неуравновешенностью, если: e – расстояние между центром тяжести ротора A_0 и его геометрической осью; δ – угол между главной осью инерции ротора и его геометрической осью; ε – двухгранный угол между плоскостью, проведенной через

геометрическую ось и центр тяжести и плоскостью проведенной через геометрическую ось и главную ось инерции.

Исходим из уравнений движения ротора (5)–(8). Обозначим (y, z) – координаты точки геометрической оси ротора, принадлежащей пересечению этой оси с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения и проходящей через центр тяжести ротора. Тогда координаты центра тяжести будут:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= y + e \cdot \cos(\omega t); \\ z_0 &= z + e \cdot \sin(\omega t). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Обозначим β – угол между проекцией главной центральной оси на плоскость XU и осью X . Угол между проекцией геометрической оси на плоскость XU и осью X обозначим β_2 . Тогда

$$\beta = \beta_2 + \delta \cdot \cos(\omega t - \varepsilon), \quad (10)$$

где $(\omega t - \varepsilon)$ – угол между плоскостью, в которой лежит угол δ и плоскостью XU .

Обозначив γ – угол между проекцией главной центральной оси инерции на плоскость XZ и осью X , и γ_2 – угол между проекцией геометрической оси на плоскость XZ и осью X , находим:

$$\gamma = \gamma_2 + \delta \cdot \sin(\omega t - \varepsilon). \quad (11)$$

Подставив (1)–(4), (9)–(11) в равенства (5)–(8) получим:

$$\left. \begin{aligned} M(\ell_1 \ddot{y}_2 + \ell_2 \ddot{y}_1) + c_1 \ell y_1 + c_2 \ell y_2 &= Mel\omega^2 \cos(\omega t); \\ M(\ell_1 \ddot{z}_2 + \ell_2 \ddot{z}_1) + c_1 \ell z_1 + c_2 \ell z_2 &= Mel\omega^2 \sin(\omega t); \\ I_1 \omega (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - I_2 (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) - c_2 \ell_2 \ell z_2 + c_1 \ell_1 \ell z_1 &= \\ &= -(I_2 - I_1) \omega^2 \ell \delta \sin(\omega t - \varepsilon); \\ I_1 \omega (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + I_2 (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + c_2 \ell_2 \ell y_2 - c_1 \ell_1 \ell y_1 &= \\ &= (I_2 - I_1) \omega^2 \ell \delta \cos(\omega t - \varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Правые части (12) – возмущающие факторы, вызванные статической и динамической неуравновешенностью ротора.

Вынужденные колебания – частное решение ищем в виде:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t); & y_2 &= a_3 \cdot \cos(\omega t) + b_3 \cdot \sin(\omega t); \\ z_1 &= a_2 \cdot \sin(\omega t) + b_2 \cdot \cos(\omega t); & z_2 &= a_4 \cdot \sin(\omega t) + b_4 \cdot \cos(\omega t). \end{aligned} \right\}$$

После соответствующих преобразований получим расчётные зависимости для различных схем приложения внешней силы к ротору.

1) Центр тяжести ротора (точка A_0) расположен вне участка между его опорами

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t); & y_2 &= a_3 \cdot \cos(\omega t) + b_3 \cdot \sin(\omega t); \\ z_1 &= a_1 \cdot \sin(\omega t) - b_1 \cdot \cos(\omega t); & z_2 &= a_3 \cdot \sin(\omega t) - b_3 \cdot \cos(\omega t). \end{aligned} \right\}$$

$$a_1 = \frac{1}{f_2(\omega)} [Mel\omega^2 [(I_2 - I_1)\omega^2 + c_2 \ell_2 \ell] - (M\ell_1 \omega^2 - c_2 \ell)(I_2 - I_1)\ell \delta \omega^2 \cos \varepsilon];$$

$$a_3 = \frac{1}{f_2(\omega)} [Mel\omega^2 [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1 \ell_1 \ell] - (M\ell_2 \omega^2 + c_1 \ell)(I_2 - I_1)\ell \delta \omega^2 \cos \varepsilon];$$

$$b_1 = \frac{-1}{f_2(\omega)} (M\ell_1 \omega^2 - c_2 \ell)(I_2 - I_1)\ell \delta \omega^2 \sin \varepsilon;$$

$$b_3 = \frac{-1}{f_2(\omega)} (M\ell_2\omega^2 + c_1\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2 \sin \varepsilon;$$

$$f_2(\omega) = [(I_2 - I_1)\omega^2 + c_2\ell_2\ell](-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell) - [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell](M\ell_1\omega^2 - c_2\ell).$$

2) Центр тяжести ротора (точка A_0) расположен между опорами

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t); \\ z_1 &= a_1 \cdot \sin(\omega t) - b_1 \cdot \cos(\omega t); \\ y_2 &= a_3 \cdot \cos(\omega t) + b_3 \cdot \sin(\omega t); \\ z_2 &= a_3 \cdot \sin(\omega t) - b_3 \cdot \cos(\omega t). \end{aligned} \right\}$$

$$a_1 = \frac{1}{f_2(\omega)} [Mel\omega^2 [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_2\ell_2\ell] - (M\ell_1\omega^2 - c_2\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2 \cos \varepsilon];$$

$$a_3 = \frac{1}{f_2(\omega)} [Mel\omega^2 [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell] - (-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2 \cos \varepsilon];$$

$$b_1 = \frac{-1}{f_2(\omega)} (M\ell_1\omega^2 - c_2\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2 \sin \varepsilon;$$

$$b_3 = \frac{-1}{f_2(\omega)} (-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2 \sin \varepsilon;$$

$$f_2(\omega) = [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_2\ell_2\ell](M\ell_2\omega^2 + c_1\ell) - [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell](M\ell_1\omega^2 - c_2\ell).$$

Критические угловые скорости ротора (рис. 4).

$$F = F_0 \cdot \cos(\omega t).$$

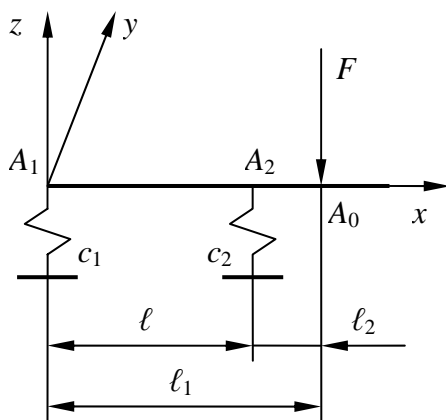


Рис. 4 – Критические угловые скорости ротора

Уравнения движения точек ротора

$A_1(y_1, z_1)$ и $A_2(y_2, z_2)$

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= a_1 \cos(\omega t); \\ z_1 &= -a_1 \sin(\omega t); \\ y_2 &= a_3 \cos(\omega t); \\ z_2 &= -a_3 \sin(\omega t). \end{aligned} \right\}$$

$$a_1 = \frac{F_0 \ell [(I_2 - I_1)\omega^2 + c_2\ell_2\ell]}{2f_2(\omega)} + \frac{F_0 \ell [(I_2 + I_1)\omega^2 + c_2\ell_2\ell]}{2f_1(\omega)};$$

$$a_3 = \frac{F_0 \ell [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell]}{2f_2(\omega)} + \frac{F_0 \ell [(I_2 + I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell]}{2f_1(\omega)};$$

$$f_1(\omega) = [(I_2 + I_1)\omega^2 - c_2\ell_2\ell](-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell) - [(I_2 + I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell](M\ell_1\omega^2 - c_2\ell);$$

$$f_2(\omega) = [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_2\ell_2\ell](M\ell_2\omega^2 + c_1\ell) - [(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell](M\ell_1\omega^2 - c_2\ell).$$

Выводы. Оценка настройки параметров опоры подшипников ротора представлена в виде критических угловых скоростей жесткого ротора в двух упругих опорах

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{R_1 \pm \sqrt{S_1^2 - 4M(I_1 - I_2)c_1c_2\ell^2}}{2M(I_1 - I_2)}},$$

где $R_1 = (c_1 + c_2)(I_1 - I_2) + M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)$; $S_1 = (c_1 + c_2)(I_1 - I_2) - M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)$
Критические угловые скорости обратной прецессии

$$\omega_{3,4} = \sqrt{\frac{R_2 \pm \sqrt{S_2^2 - 4M(I_1 + I_2)c_1c_2\ell^2}}{2M(I_1 + I_2)}},$$

где $R_2 = (c_1 + c_2)(I_1 + I_2) + M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)$; $S_2 = (c_1 + c_2)(I_1 + I_2) - M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)$

Для достаточно малых (квазиулевыми) значений c_1 и c_2 справедливы такие зависимости

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{R_1 \pm S_1}{2M(I_1 - I_2)}; \quad \omega_{3,4}^2 = \frac{R_2 \pm S_2}{2M(I_1 - I_2)}$$

или

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{(c_1 + c_2)(I_1 - I_2) + M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2) \pm (c_1 + c_2)(I_1 - I_2) - M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)}{2M(I_1 - I_2)};$$

$$\omega_{3,4}^2 = \frac{(c_1 + c_2)(I_1 + I_2) + M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2) \pm (c_1 + c_2)(I_1 + I_2) - M(c_1\ell_1^2 + c_2\ell_2^2)}{2M(I_1 - I_2)};$$

$$\omega_1^2 = \frac{c_1 + c_2}{M}; \quad \omega_3^2 = \frac{(c_1 + c_2)(I_1 + I_2)}{M(I_1 - I_2)}; \quad \omega_2^2 = 0.$$

Список литературы: 1. Пат. 62934 Україна, МПК⁷F16F13/00, 15/02. Пасивна віброзахисна система з керованою квазиулевою жорсткістю / Гапонов В.С., Калінін П.М.; Заявник та патентовласник НТУ «ХП». № 99020889; заявл. 16.02.1999; опубл. 15.01.2004, Бюл. № 1. – 9 с.: іл. 2. Гапонов, В.С. Математическая модель упругой опоры с управляемой квазиулевою жесткостью для подшипников высокоскоростных роторных систем [Текст] / В.С. Гапонов, А.И. Наумов, Ю.А. Остапчук // Энергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. Вісник НТУ «ХП». Зб. наук. праць. – Х.: НТУ «ХП». – 2012. – № 8. – С. 131-136. – ISSN 2078-774X. 3. Гапонов, В.С. Упругая опора подшипников ротора с управляемым изменением квазиулевою жесткости [Текст] / В.С. Гапонов, А.И. Наумов // Автомобиле- и тракторостроение. Вісник НТУ «ХП». Зб. наук. праць. – Х.: НТУ «ХП». – 2010. – № 33. – С. 68-73. 4. Кельзон, А.С. Расчет и конструирование роторных машин [Текст] / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с.

Поступила в редколлегию 15.01.13

УДК 62-752.8(088.8)

Оценка настройки параметров опоры с управляемым изменением квазиулевою жесткости на величину критической угловой скорости жесткого ротора [Текст] / В.С. Гапонов, А.И. Наумов, Ю.А. Остапчук // Вісник НТУ «ХП». Серія: Энергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХП», 2013. – № 12(986). – С. 128-133. – Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2078-774X.

Розглядається оцінка настройки параметрів опори з керованою зміною квазиулевою жорсткістю на величину критичної кутової швидкості твердого ротора.

Ключові слова: квазиулевою жорсткість, опора, ротор, настройка, параметр, рівняння руху, деформація.

The estimation of adjustment of parameters of a support with operated change of quasizero rigidity on size of critical angular speed of a rigid rotor is considered.

Keywords: quasizero, rigidity, a support, a rotor, adjustment, parameter, the equation of movement, deformation.