

УДК 621.165

**В.И. ГНЕСИН**, д-р техн. наук; проф. ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**Л.В. КОЛОДЯЖНАЯ**, канд. техн. наук; с.н.с. ИПМаш НАН Украины, Харьков;  
**Р. ЖАНДКОВСКИ**, д-р техн. наук; проф. ИПМ ПАН, Гданьск, Польша

### **ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗОК И КОЛЕБАНИЙ ЛОПАТОК КОМПРЕССОРНОЙ СТУПЕНИ В ТРЕХМЕРНОМ ПОТОКЕ ВЯЗКОГО ГАЗА С УЧЕТОМ ПРОТЕЧЕК В РАДИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ**

Проведено численное моделирование трехмерного нестационарного потока вязкого газа и аэроупругого поведения лопаток в компрессорной ступени с учетом протечек в радиальном зазоре на основе решения связанной задачи нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток. Представлены результаты численного анализа структуры потока, нестационарных нагрузок, амплитудно-частотных спектров колебаний лопаток и потерь энергии при наличии протечек через радиальный зазор.

**Ключевые слова:** компрессорная ступень, вязкий газ, нестационарные нагрузки, упругие колебания лопаток, связанная задача.

**Введение.** Чрезвычайно актуальной является проблема прогнозирования аэроупругого поведения высоконагруженных лопаточных венцов компрессоров и вентиляторов. Существенное влияние на распределение газодинамических параметров в ступени, особенно в периферийных зонах, может оказывать протечка через радиальный зазор между рабочей лопаткой и наружным ободом. Протечка влияет также на нестационарные нагрузки, аэроупругие колебания рабочих лопаток и на потери в компрессорной ступени.

Исследованию влияния радиальной протечки на структуру потока в компрессорной ступени посвящены работы [1–3], в которых основное внимание уделено взаимодействию протечки и пространственных отрывных зон с учетом нестационарных эффектов, вызванных колебаниями лопаток по заданному закону. В качестве математической модели использован трехмерный метод Эйлера.

В последнее время развиты подходы для исследования аэроупругого поведения лопаточных венцов в трехмерном потоке вязкого газа [4, 5], основанные на параллельно-последовательном по времени интегрировании уравнений движения газа и колебаний лопаток с обменом информацией на каждом шаге интегрирования.

Необходимость моделирования переходных аэроупругих процессов и прогнозирования влияния протечки через радиальный зазор на нестационарные эффекты и потери энергии требует разработки численных методов решения связанных задач нестационарной аэродинамики и упругих колебаний лопаток в трехмерном потоке вязкого газа с учетом радиальных протечек.

В данной работе предложен численный метод решения связанной задачи и проведен анализ аэроупругих колебаний рабочих лопаток и потерь энергии в трехмерном потоке вязкого газа в ступени осевого компрессора с учетом протечек в радиальном зазоре.

**Аэродинамическая модель.** Трехмерный поток вязкого газа через ступень осевого компрессора рассматривается в физической области, включающей ротор, вращающийся с постоянной угловой скоростью, и неподвижный спрямляющий аппарат (статор).

Меридиональное сечение компрессорной ступени показано на рис. 1. Цифрами

---

© В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, Р. Жандковски, 2013

на рис. 1 указаны номера исходных сечений, формирующих лопасти ротора и статора. Тангенциальные сечения исходных профилей ротора и статора показаны на рис. 2.

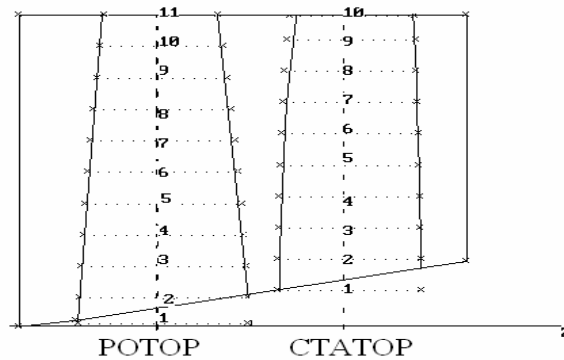


Рис. 1 – Меридиональная проекция осевого компрессора

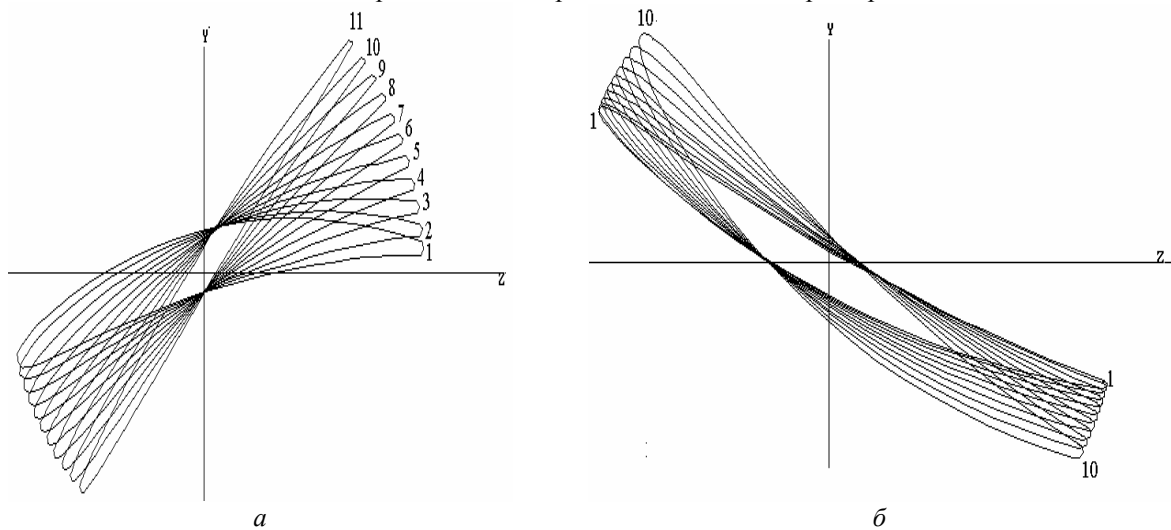


Рис. 2 – Тангенциальные сечения исходных профилей: а – ротор; б – статор

Пространственный нестационарный трансзвуковой поток вязкого газа через ступень осевого компрессора описывается полной системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, представленной в интегральной форме законов сохранения во вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$  системе координат [5]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} U d\Omega + \oint_{\sigma} \bar{F} \cdot \bar{n} d\sigma + \int_{\Omega} H d\Omega = \int_{\sigma} \bar{R} \cdot \bar{n} d\sigma, \quad (1)$$

где  $\Omega$  – конечный объем, ограниченный поверхностью  $\sigma$ ;  $U$  – символический вектор консервативных переменных;  $\bar{F}$  и  $\bar{R}$  – символические векторы конвективных и вязких потоков;  $H$  – источниковый член в неинерциальной системе координат.

Для расчета вязких потоков используется алгебраическая модель турбулентности Болдвина-Ломакса [6].

**Динамическая модель.** Динамическая модель колеблющейся лопасти с использованием модального подхода приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно модальных коэффициентов собственных форм [4].

Учитывая неперIODичность потока в окружном направлении на шаге статора из-за колебаний лопаток, расчетная область включает зону периодичности, содержащую  $k_1$

лопаток ротора и  $k_2$  лопаток статора, где  $k_1$  и  $k_2$  – взаимно простые натуральные числа, пропорциональные числам лопаток ротора и статора. Таким образом, угловая протяженность зоны периодичности (расчетной области) равна

$$T = \frac{2\pi}{z_{\text{рот}} + z_{\text{ст}}}(k_1 + k_2).$$

Разностная сетка содержит  $(k_1 + k_2)$  – сегментов. Каждый сегмент включает одну лопатку и имеет протяженность в окружном направлении, равную шагу ротора или статора. Каждый из сегментов расчетной области дискретизируется с использованием гибридной  $H$ – $O$  разностной сетки. При этом разностная сетка в каналах статора и внешняя  $H$ -сетка в каналах ротора остаются недеформированными в течение всего расчета, а внутренняя  $O$ -сетка в каналах ротора перестраивается на каждой итерации по заданному алгоритму в соответствии с перемещением колеблющейся лопатки.

**Численные исследования.** На рис. 3 показаны разностные сетки ротора (рис. 3а) и статора (рис. 3б) в меридиональной плоскости. Количество разностных слоев в радиальном направлении составляет 44 в пределах лопатки ротора и 6 в пределах радиального зазора.

На рис. 4 показаны разностные сетки в тангенциальной плоскости: для периферийного сечения ротора (рис. 4а), фрагмент разностной сетки в радиальном зазоре в окрестности входной кромки ротора (рис. 4б) и в периферийном сечении статора (рис. 4в). Плотность разностных сеток в тангенциальном сечении составляет: для канала ротора  $H$ -сетка включает 2660 ячеек и  $O$ -сетка  $392 \times 49 = 19208$  ячеек, для канала статора  $H$ -сетка включает 2208 ячеек и  $O$ -сетка  $360 \times 47 = 16920$  ячеек.

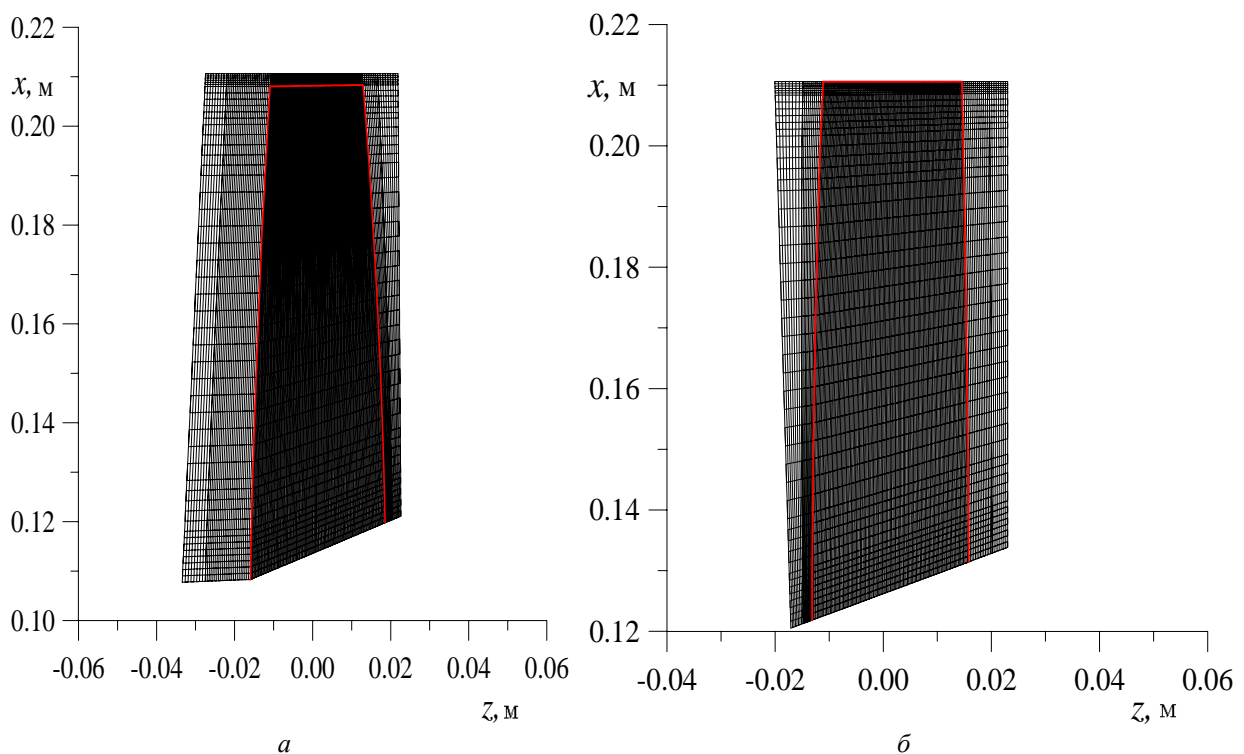


Рис. 3 – Меридиональное сечение разностной сетки: а – ротор; б– статор

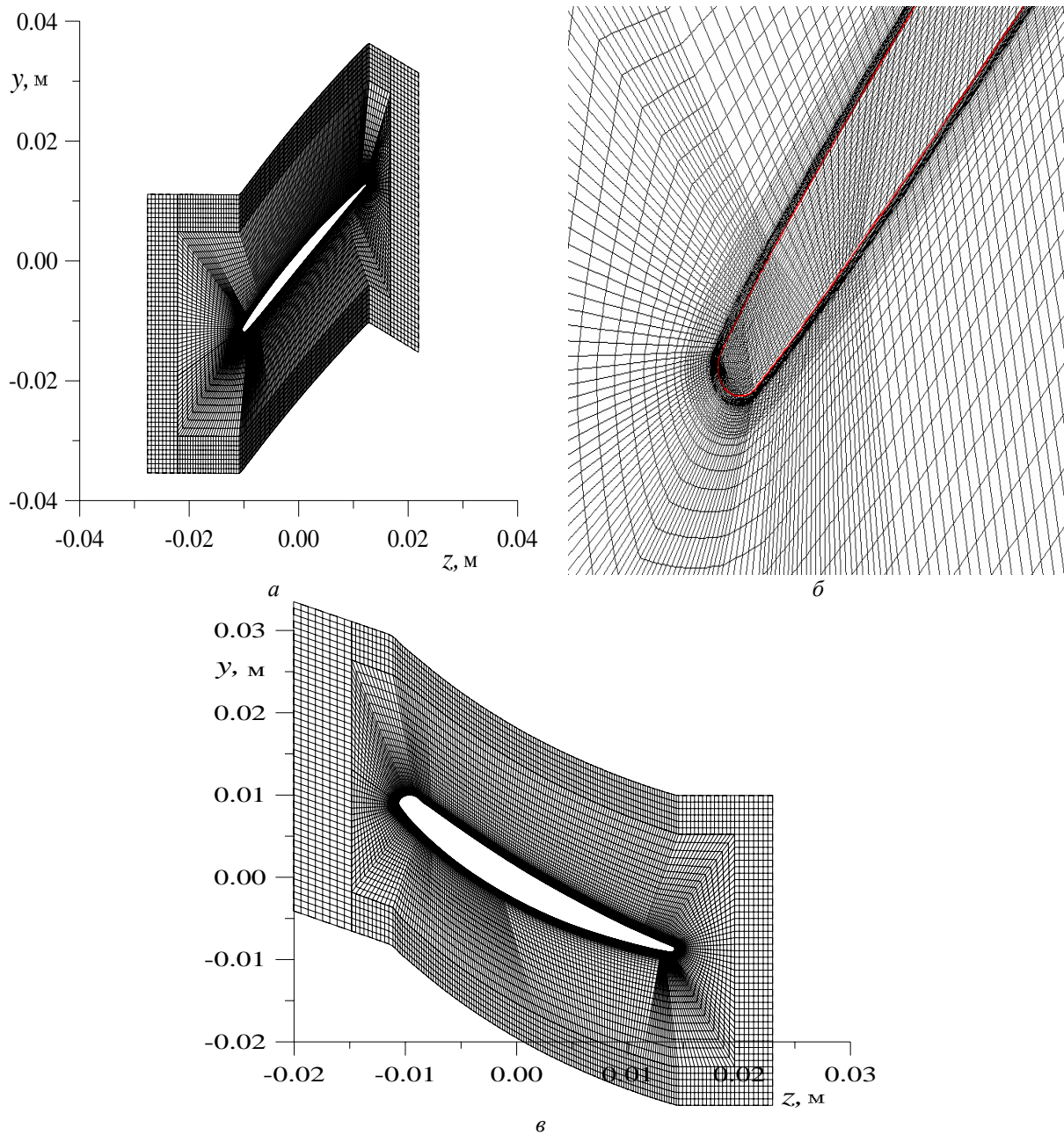


Рис. 4 – Тангенціальне периферійне сечення різностної сетки:  
*a* – ротор; *б* – фрагмент різностної сетки в радіальному зазорі  
 в околицях входної кромки ротора; *в* – статор

Численний метод рішення аеродинамічної задачі оснований на інтегруванні рівнянь Нав'є-Стокса (1) з використанням явної різностної схеми Годунова-Колгана со вторым порядком апроксимації по просторанству і часу, обобщенной на случай произвольной просторанственной деформируемой сетки [4].

Шаг інтегрування по часу  $\Delta t$  визначається из условия устойчивости різностної схеми і может быть представлен в виде

$$\Delta t = \frac{\tau_x \cdot \tau_y \cdot \tau_z}{\tau_x \cdot \tau_y + \tau_x \cdot \tau_z + \tau_y \cdot \tau_z}, \quad \tau_i = \frac{h_{i \text{ мин}}}{\max(|\vec{v}| + a)},$$

где  $i = x, y, z$ ;  $h_i$  – размер ячейки;  $v$  – скорость потока;  $a$  – скорость звука.

Переход решения от момента времени  $t$  до момента  $t + \Delta t$  осуществляется для каждого из лопаточных венцов (ротор и статор) с учетом их относительного окружного расположения и газодинамических параметров на предыдущем временном слое. На каждой итерации решаются аэродинамическая задача и динамическая задача с взаимным обменом информацией. Зная мгновенные аэродинамические нагрузки (из решения аэродинамической задачи), находим положение и скорость рабочей лопатки (из решения динамической задачи), которые являются граничными условиями в аэродинамической задаче.

Для оценки потерь энергии рассмотрим термодинамический процесс сжатия в компрессорной ступени в  $i$ - $s$  диаграмме (рис. 5).

Поток газа на входе в компрессорную ступень характеризуется статическими параметрами (давление  $p_1$ , плотность  $\rho_1$ , энтальпия  $i_1$ ) и параметрами заторможенного потока (давление  $p_{10}$ , плотность  $\rho_{10}$ , энтальпия  $i_{10}$ ).

На выходе из компрессорной ступени статические параметры соответственно равны  $p_2, \rho_2, i_2$ , параметры заторможенного потока  $p_{20}, \rho_{20}, i_{20}$ .

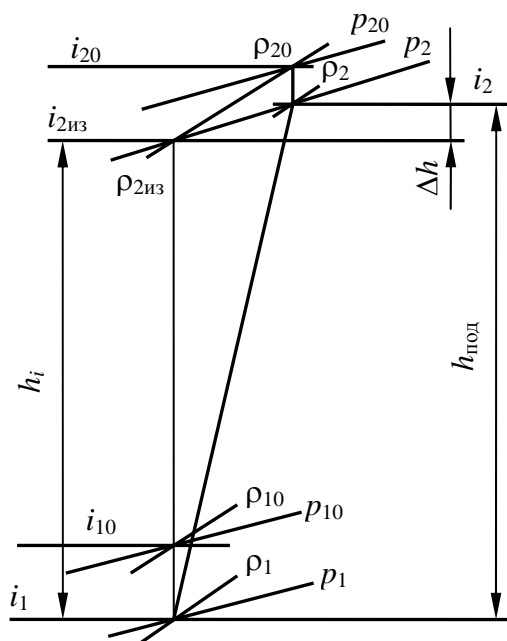


Рис. 5 – Термодинамический процесс сжатия в компрессорной ступени в  $i$ - $s$  диаграмме

Внутренний КПД компрессорной ступени равен отношению использованной работы  $h_i$  (теоретическая работа сжатия) к подведенной  $h_{\text{под}}$  (затраченная работа сжатия)

$$\eta_{\text{компл}} = \frac{h_i}{h_{\text{под}}} \quad (2)$$

Теоретическая работа сжатия (изоэнтропический процесс) определяется следующим образом

$$h_i = i_{2\text{из}} - i_1 = \frac{k}{k-1} \left( \frac{p_2}{\rho_{2\text{из}}} - \frac{p_1}{\rho_1} \right).$$

Так как

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_{2\text{из}}^k}; \quad \rho_{2\text{из}} = \rho_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}},$$

то

$$h_i = \frac{k}{k-1} \left[ \frac{p_2^{\frac{k-1}{k}}}{p_1^{\frac{1}{k}}} \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\rho_1} - \frac{p_1}{\rho_1} \right] = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (3)$$

Подведенная энергия определяется как

$$h_{\text{под}} = i_2 - i_1 = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1}{\rho_1} \left[ \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right]. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в (2), получим выражение для КПД струйки в компрессорной ступени

$$\eta_{\text{комп}} = \frac{\left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\frac{p_2}{p_1} - \frac{\rho_2}{\rho_1}} = 1 - \frac{\frac{p_2}{p_1} - \frac{\rho_2}{\rho_1} \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\frac{p_2}{p_1} - \frac{\rho_2}{\rho_1}}. \quad (5)$$

Интегральный коэффициент полезного действия компрессорной ступени определяется формулой

$$\eta_{\text{комп}} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i \cdot \eta_{\text{комп}i}}{\sum_{i=1}^n G_i},$$

где  $n$  – число слоев по длине лопатки в радиальном направлении;  $G_i$  – массовый расход в  $i$ -ом слое;  $\eta_i$  – КПД  $i$ -го слоя.

Численный анализ выполнен для ступени осевого компрессора (рис. 1) при соотношении чисел лопаток ротора и статора  $z_{\text{рот}} : z_{\text{ст}} = 28 : 35$  и относительной величине радиального зазора 3 % от длины лопатки.

Расчет выполнен для режима:

- скорость вращения ротора  $n = 10500$  об/мин;
- полное давление в абсолютной системе координат на входе в компрессорную ступень  $p_0 = 101000$  Па;
- полная температура  $T_0 = 288$  К;
- углы потока на входе в окружном и радиальном направлениях заданы;
- статическое давление на выходе за статором  $p_2 = 102000$  Па.

В расчете учитывались первые 5 собственных форм колебаний лопаток ротора, собственные частоты которых приведены в таблице.

Таблица

Собственные частоты

Собственные формы	1	2	3	4	5
$\nu$ , Гц	450	1350	1800	3150	4050

На первом этапе выполнен расчет нестационарного потока в компрессорной ступени с учетом окружной неравномерности, но без учета колебаний лопаток. Этот режим характеризуется массовым расходом  $G = 12,81$  кг/с, включая расход через радиальный зазор 0,36 кг/с и степень повышения давления  $\pi_k = 1,13$ . На рис. 6 представлены графики распределения осредненного по времени статического давления по обводу профиля рабочей лопатки в корневом, среднем и периферийном сечениях. На рис. 6в показано распределение коэффициента давления в периферийном сечении, кривые 1, 2 соответствуют варианту с радиальным зазором, кривые 3, 4 – при отсутствии радиального зазора. Как видно из графиков, обтекание рабочей лопатки характеризуется равномерным повышением давления.

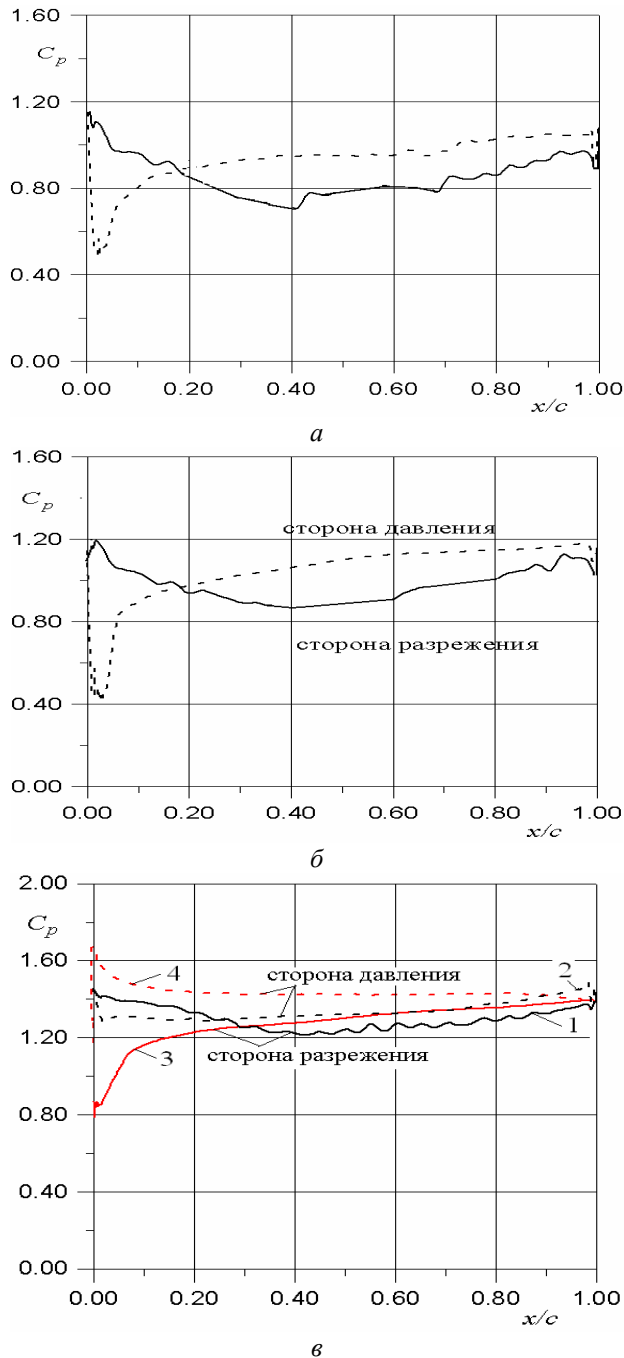


Рис. 6 – Распределение давления по обводу рабочей лопатки:  
*a* – корень; *б* – середина; *в* – периферия

На рис. 7, 8 представлены поля векторов скорости в меридиональных сечениях межлопаточного канала ротора (рис. 7) и тангенциальных сечениях (рис. 8).

Трехмерный поток характеризуется интенсивными отрывными зонами на стороне разрежения (рис. 7*в*) и радиальным перетеканием в периферийной зоне канала (рис. 8*в, з*).

С некоторого момента времени начинается решение связанной задачи, т.е. расчет нестационарного потока с учетом колебаний лопаток. Анализ нестационарных характеристик проведен с использованием разложения в ряды Фурье исследуемых величин:

$$F(t) = F_0 + \sum_{i=1}^{\infty} F_{1i} \cdot \cos(2\pi v i t) + F_{2i} \sin(2\pi v i t),$$

где  $F(t)$  – физическая нестационарная характеристика;  $F_0$  – среднее значение;  $F_{1i}$  и  $F_{2i}$  – коэффициенты Фурье;  $i$  – номер гармоники;  $v$  – частота 1-ой гармоники.

На рис. 9 приведены графики нестационарных аэродинамических нагрузок (окружная сила  $F_y$ , осевая сила  $F_z$ , аэродинамический момент  $M$  относительно центра тяжести), действующих в периферийном сечении рабочей лопатки в течение одного оборота ротора и их амплитудно-частотные спектры.

Из графиков следует, что нестационарные аэродинамические нагрузки, действующие на лопатку

ротора, включают высокочастотные гармоники с частотой кратной частоте следования  $v_{рот} \times z_{ст} = 175 \times 35 = 6125$  Гц и низкочастотные гармоники, вызванные колебаниями лопаток и движением вихря в окружном направлении.

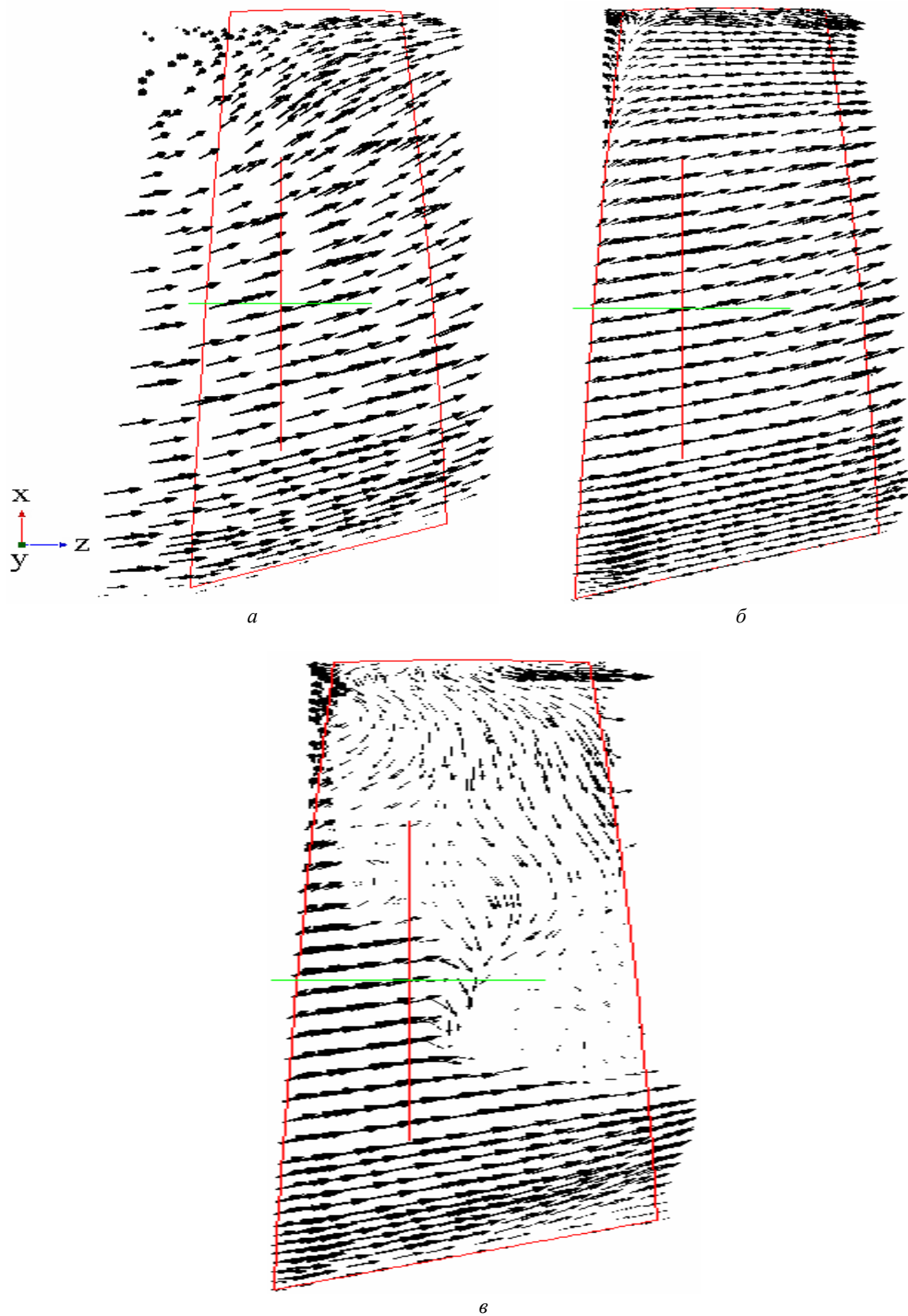


Рис. 7 – Поле векторов скоростей в меридиональном сечении межлопаточного канала ротора:  
*a* – в середине канала; *б* – на вогнутой стороне; *в* – на выпуклой стороне



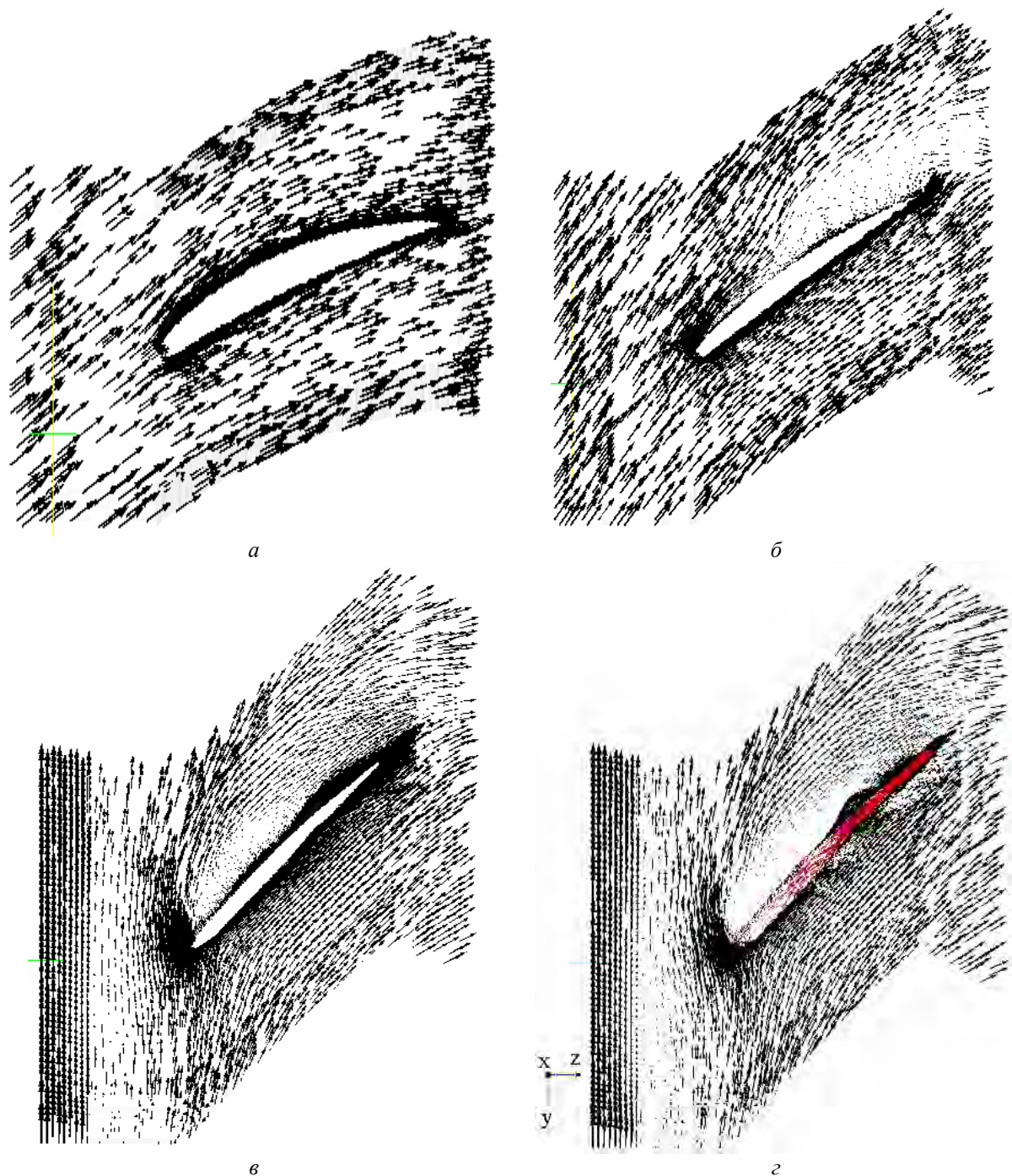


Рис. 8 – Поле векторов скоростей в тангенциальном сечении межлопаточного канала ротора: *a* – корневое сечение; *б* – среднее сечение; *в* – периферийное сечение; *г* – радиальный зазор

Колебания лопаток под действием переменных аэродинамических сил представлены в форме изменения модальных коэффициентов во времени (1-я, 2-я и 5-я моды) и их амплитудно-частотных спектров на рис. 10.

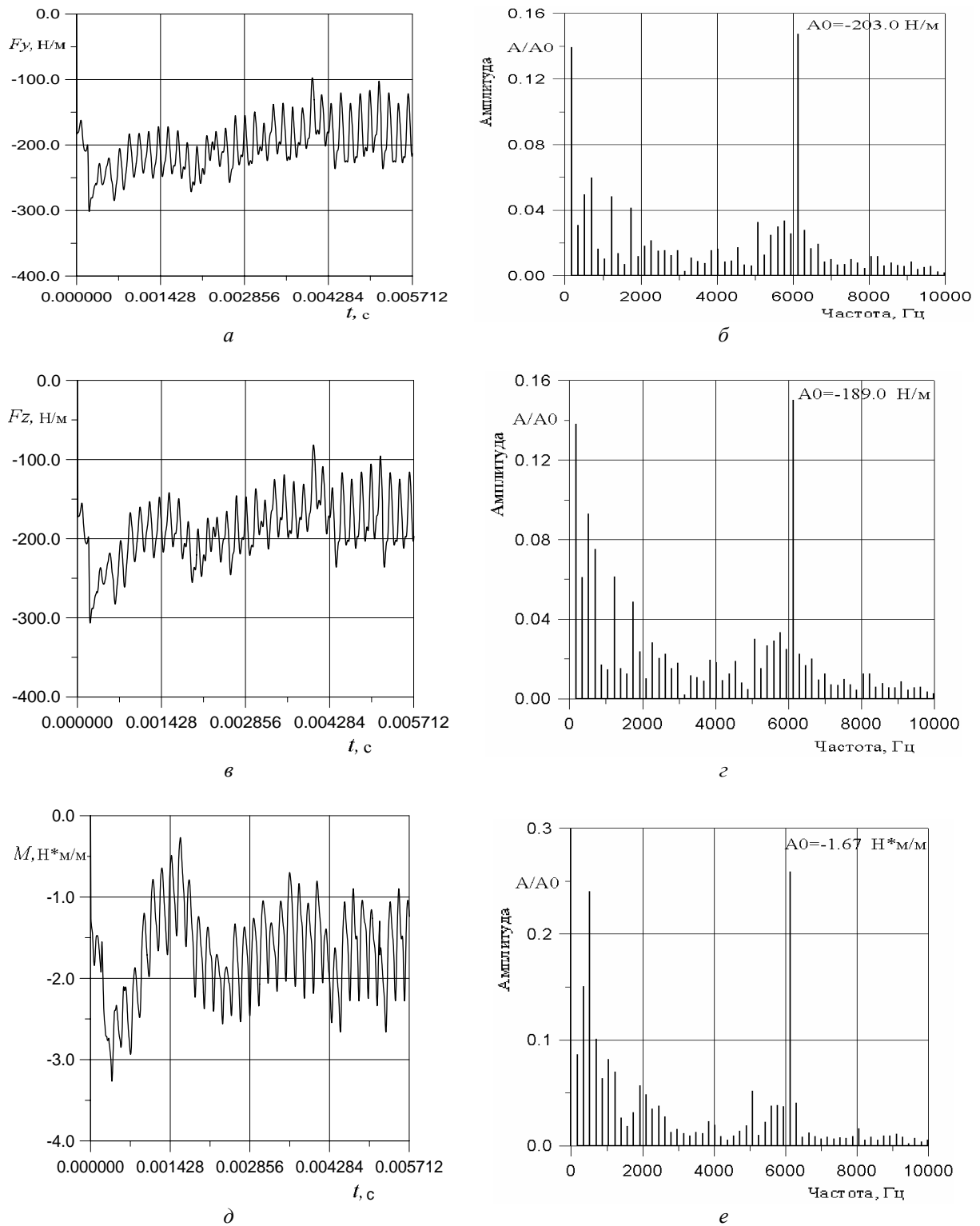


Рис. 9 – Изменение нестационарных аэродинамических нагрузок, действующих в периферийном слое рабочей лопатки, и их амплитудно-частотные спектры: а, б – окружная сила; в, г – осевая сила; д, е – момент относительно центра тяжести

Перемещение периферийного сечения рабочей лопатки в окружном направлении ( $h_y$ ), осевом ( $h_z$ ) и угол поворота относительно центра тяжести ( $\varphi$ ), а также

амплитудно-частотные спектры приведены на рис. 11. Основной вклад в колебания лопаток вносит 1-я собственная форма колебаний с частотой близкой к собственной частоте этой формы. Колебания рабочей лопатки являются устойчивыми.

На рис. 12 приведены графики распределения КПД по длине лопатки для ступени, ротора и статора соответственно, с учетом протечки через радиальный зазор. Вертикальные линии соответствуют среднеинтегральным значениям КПД.

Численный анализ показал, что протечка через радиальный зазор оказывает незначительное влияние на нестационарные эффекты и потери энергии.

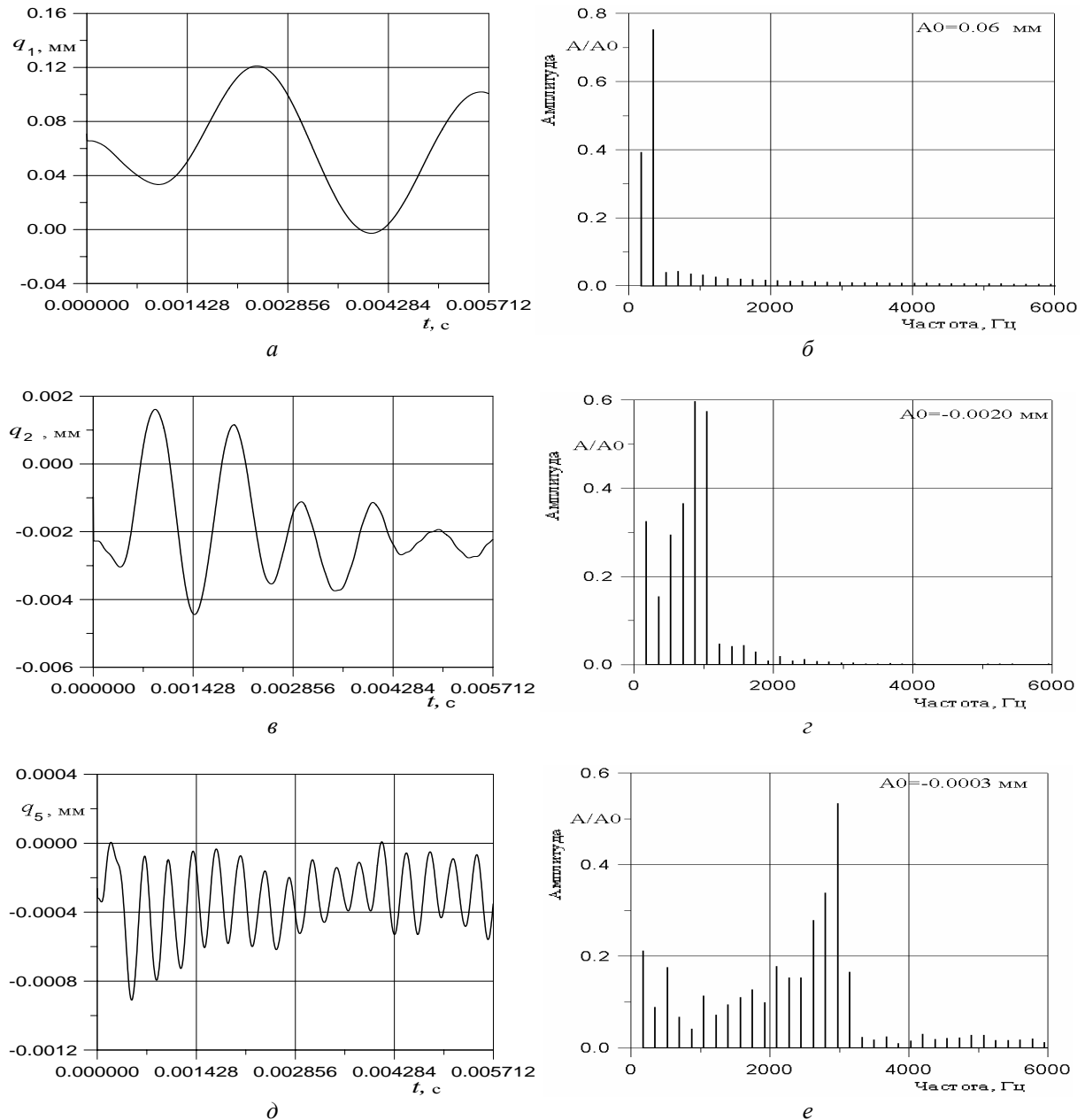


Рис. 10 – Изменение модальных коэффициентов собственных форм:  
 а, б – 1-я форма; в, г – 2-я форма; д, е – 5-я форма

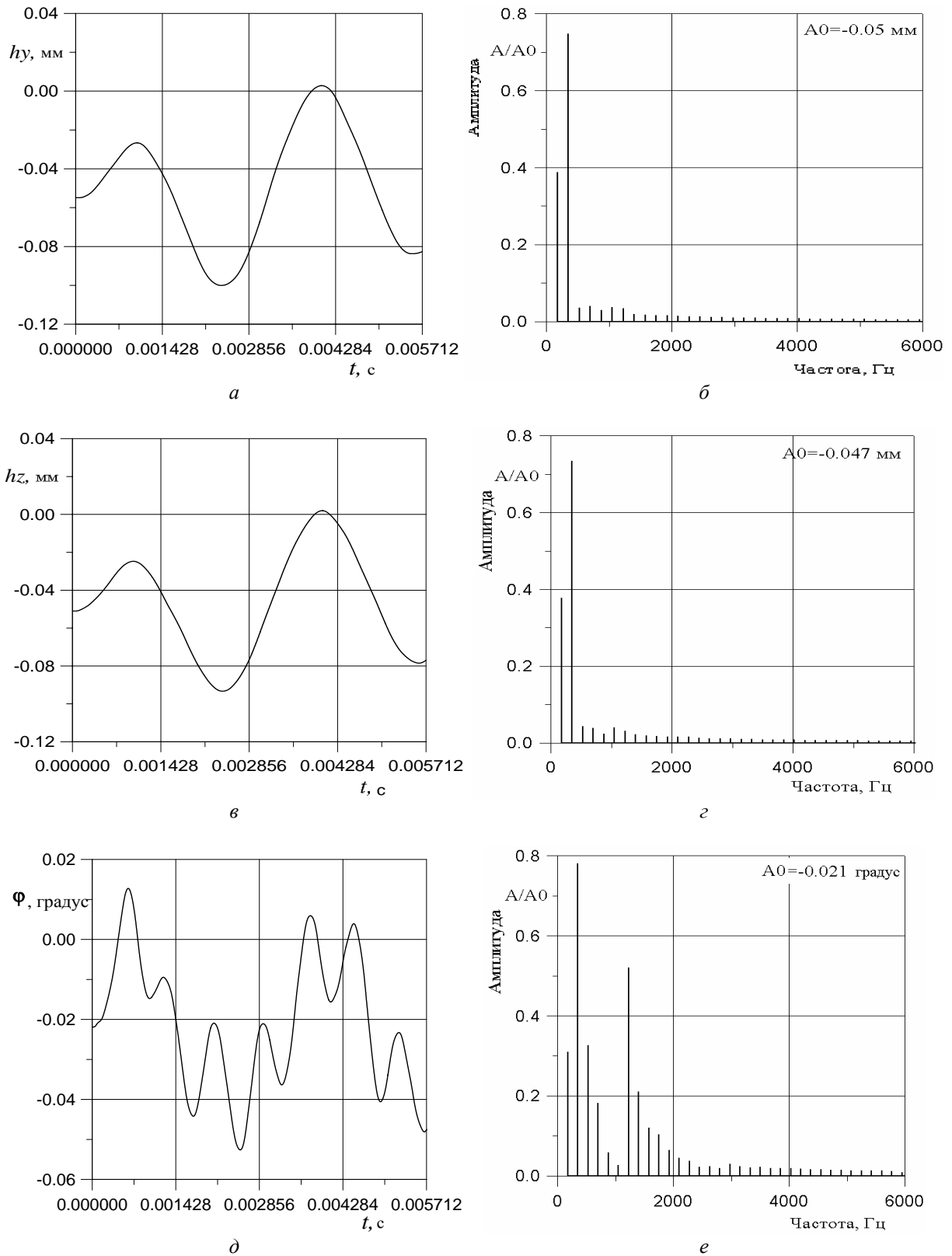


Рис. 11 – Перемещение периферийного сечения лопатки:  
 а, б – в окружном направлении;  
 в, з – в осевом направлении;  
 д, е – поворот относительно центра тяжести

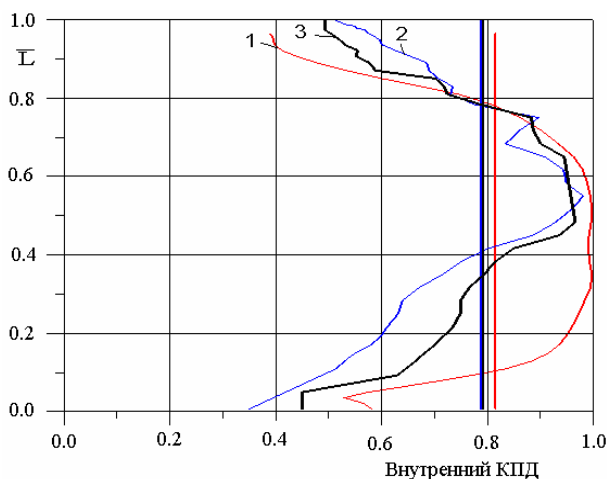


Рис. 12 – Распределение внутреннего КПД по длине лопатки с учетом протечки через радиальный зазор:  
1 – КПД ротора; 2 – КПД статора; 3 – КПД ступени

**Список литературы:** 1. Bell, D.L. Three-Dimensional Unsteady Flow for an Oscillating Turbine Blade and the Influence of Tip Leakage [Text] / D.L. Bell, L. He // ASME Journal of Turbomachinery. – 2000. – Vol. 122. – P. 93-101. 2. Gbadebo, S.A. Interaction of Tip Clearance Flow and Three-Dimensional Separations in Axial Compressors [Text] / S.A. Gbadebo, N.A. Cumpsty, T.P. Hynes// ASME J. of Turbomachinery. – 2007. – Vol. 129. – P. 679-685. 3. Du, J. Numerical Investigation on the Self-Induced Unsteadiness in Tip Leakage Flow for a Transonic Fan Rotor [Text] / J. Du, F. Lin, H. Zhang, J. Chen // ASME Journal of Turbomachinery. – 2010. – Vol. 132. – P. 021017-1-9. 4. Гнесин, В.И. Численное исследование аэроупругого поведения компрессорной ступени в трехмерном потоке вязкого газа [Текст] / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование: Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. трудов. – 2010. – № 2. – С. 39-48. – ISSN 2078-774X. 5. Гнесин, В.И. Аэроупругое поведение последней ступени турбомшины на номинальном и частичном режимах в 3-х мерном потоке вязкого газа [Текст] / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, Р. Жандковски // Проблемы машиностроения. – 2009. – Т. 12, № 6. – С. 8-18. 6. Baldwin, B. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flow [Text] / B. Baldwin, H. Lomax // AIAA Paper 78-0257. – 1978. – P. 1-45.

Поступила в редколлегию 28.01.13

УДК 621.165

**Численный анализ нестационарных нагрузок и колебаний лопаток компрессорной ступени в трехмерном потоке вязкого газа с учетом протечек в радиальном зазоре** [Текст] / В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, Р. Жандковски // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 13(987). – С. 5-17. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-774X.

Проведено чисельне моделювання тривимірного нестационарного потоку в'язкого газу та аеропружної поведінки лопаток у компресорній ступені з урахуванням протікань в радіальному зазорі на основі розрахунку зв'язаної задачі нестационарної аеродинаміки та пружних коливань лопаток.

Подано результати чисельного аналізу структури потоку, нестационарних навантажень, амплітудно-частотних спектрів коливань лопаток та втрат енергії при наявності протікань через радіальний зазор.

**Ключові слова:** компресорний ступень, в'язкий газ, нестационарні навантаження, пружні коливання лопаток, зв'язана задача.

The numerical modelling of three-dimensional unsteady viscous gas flow and aeroelastic behaviour of blades in compressor stage with taking into account the tip leakage flow has been performed on the base of solution for coupled problem of unsteady aerodynamics and blades elastic oscillations.

The numerical analysis results for flow structure, unsteady loads, amplitude-frequency spectrum of blades oscillations and energy losses under presence of tip leakage flow has been presented.

**Keywords:** compressor stage, viscous gas flow, unsteady loads, elastic blade oscillations, coupled problem.