

УДК 539.3

*Н. Н. ТКАЧУК, Н. Б. СКРИПЧЕНКО, А. В. ГРАБОВСКИЙ, М. С. САВЕРСКАЯ, Н. А. ТКАЧУК,
А. А. ЗАРУБИНА, В. И. СЕРИКОВ, К. А. МЕРЕЦКАЯ*

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Для определения напряженно-деформированного состояния элементов механических систем необходимо применять верифицированные численные модели. Для определения параметров этих моделей необходимо осуществлять экспериментальные исследования. При этом нужно определить степень несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. В статье предлагается соответствующий критерий несоответствия. Он определен на дискретном множестве точек. Иллюстративными примерами являются численные исследования методом конечных элементов, с одной стороны, и экспериментальные методом голографической интерферометрии, – с другой. Приведены результаты исследований универсально-сборных приспособлений, пресс-форм, приспособлений для сварочных работ. Определены типы конечных элементов для моделирования напряженно-деформированного состояния перфорированных пластин. Уточнены граничные условия в зоне сопряжения элементов станочных приспособлений и пресс-форм. Также выявлены временные распределения усилий на станочные приспособления и штампы.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, расчетно-экспериментальный метод, метод конечных элементов, голографическая интерферометрия, критерий несоответствия, верифицированная модель.

*М. М. ТКАЧУК, Н. Б. СКРИПЧЕНКО, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. С. САВЕРСЬКА, М. А. ТКАЧУК,
А. О. ЗАРУБИНА, В. І. СЕРИКОВ, К. О. МЕРЕЦЬКА*

РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Для визначення напружено-деформованого стану елементів механічних систем необхідно застосовувати верифіковані чисельні моделі. Для визначення параметрів цих моделей необхідно здійснювати експериментальні дослідження. При цьому потрібно визначити ступінь невідповідності результатів чисельних і експериментальних досліджень. У статті пропонується відповідний критерій невідповідності. Він визначений на дискретній множині точок. Ілюстративними прикладами є чисельні дослідження методом кінцевих елементів, з одного боку, і експериментальні методом голографічної інтерферометрії, – з іншого. Наведено результати досліджень універсально-збірних пристосувань, прес-форм, пристосувань для зварювальних робіт. Визначено типи скінченних елементів для моделювання напружено-деформованого стану перфорованих пластин. Уточнено граничні умови в зоні сполучення елементів верстатних пристосувань і прес-форм. Також виявлені часові розподіли зусиль на верстатні пристосування і штампи.

Ключові слова: напружено-деформований стан, розрахунково-експериментальний метод, метод скінченних елементів, голографічна інтерферометрія, критерій невідповідності, верифікована модель.

*М. ТКАЧУК, Н. СКРИПЧЕНКО, А. ГРАБОВСЬКИЙ, М. САВЕРСКА, М. ТКАЧУК, А. ЗАРУБИНА,
В. СІЕРЬКОВ, К. МЕРЕЦКАЯ*

CALCULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF MECHANICAL SYSTEMS ELEMENTS

It is necessary to use verified numerical models to determine the stress-strain state of mechanical systems elements. To determine the parameters of these models, it is necessary to carry out experimental studies. It is necessary to determine the degree of inconsistency between the results of numerical and experimental studies. The corresponding nonconformity criterion is proposed in the paper. It is defined on discrete set of points. Illustrative examples are numerical studies by the finite element method, on the one hand, and experimental methods of holographic interferometry, on the other hand. The research results of universal-assembly devices, molds, devices for welding operations are presented. The types of finite elements for modeling the stress-strain state of perforated plates are determined. The boundary conditions have been specified in the conjugation zone of the machine tools and molds elements. Time distributions of forces on machine tools and stamps have also been revealed.

Keywords: stress-strain state, calculation and experimental method, finite element method, holographic interferometry, nonconformity criterion, verified model.

Введение. В процессе проектирования элементов машин и средств технологической оснастки для производства их деталей возникают задачи обеспечения достоверности расчетных моделей, применяемых для численного исследования их напряженно-деформированного состояния (НДС). Это относится в первую очередь, например, к корпусным деталям и рамам транспортных средств, элементам трансмиссий, а также станочных приспособлений, штампов, пресс-форм и т. п. Так, применение расчетных схем в методе конечных элементов (МКЭ) требует в качестве исходных данных знания: параметров конечно-элементной разбивки исследуемых объектов, граничных условий и нагрузок. Точность исходных данных обеспечивает

высокую точность численных результатов. В последующем при использовании данных моделей в специализированных интегрированных системах автоматизированного анализа и синтеза элементов сложных механических систем обеспечивается и точность исследований, и высокие технические характеристики проектируемых объектов.

Существующие в настоящее время численные методы исследования напряженно-деформированного состояния, среди которых лидирующее положение занимает МКЭ [1], не обеспечивают только за счет внутренних средств контроль точности результатов моделирования по сравнению с поведением реальных объектов. Актуальной становится задача обеспечения

достоверности используемых расчетных схем при численном исследовании НДС элементов машиностроительных конструкций. В работе предлагается расчетно-экспериментальный метод (РЭМ) исследований, при использовании которого в качестве основного результата выступают достоверные и точные расчетные модели исследуемых объектов, в частности, элементов машин и технологической оснастки для изготовления их деталей. В статье, следуя работам [2 – 25, предложен РЭМ для исследования элементов механических систем.

Анализ состояния методов расчетных и экспериментальных исследований. В настоящее время и расчетные, и экспериментальные методы [2 – 26] исследования напряженно-деформированного состояния элементов машиностроительных конструкций достигли высокой степени развития с точки зрения широты охвата объектов исследований. В то время остается открытым вопрос определения параметров численных моделей, обеспечивающих адекватность реальным процессам и состояниям.

В частности, возникают задачи оценки погрешностей и адаптивные конечно-элементные процедуры в теории упругости. Метод конечных элементов является самым мощным средством решения сложных инженерно-технических задач, приведенных к линейным или нелинейным дифференциальным уравнениям. Разработанные компьютерные программные продукты широко используются в практике инженерного моделирования. В то же время совершенствование теоретических основ и применение новой вычислительной техники для решения задач МКЭ иногда требует специального программирования. Чаще всего тяжело адаптировать существующие конечно-элементные пакеты к решению принципиально новых задач.

Начиная с первых работ по МКЭ, осуществлены количественные оценки погрешностей, связанных с дискретизацией. Известно, что при определенных условиях погрешность дискретизации уменьшается, когда размеры элементов уменьшаются, или порядок полиномов функций форм элементов повышается. Исследован и процесс сходимости конечно-элементных решений. Методы априорных оценок погрешности дискретизации позволяют установить асимптотическую сходимость конечно-элементной модели для всей области в целом. С другой стороны, качество конечно-элементного решения краевых задач эллиптического типа может существенным образом меняться в локальных зонах, особенно когда математическая модель инженерных проблем включает особенности на границах.

В последние годы разработаны специальные численные методы для компенсации влияния этих особенностей, но в большинстве инженерных приложений чаще всего невозможно создать априори разбивки, в которых локальные погрешности дискретизации равномерно распределены по всей области и не превышают определенного предела. Для

исключения подобластей, в которых точность конечно-элементного решения ниже, разработаны апостериорные методы оценки локальных ошибок, которые применяются для адаптивной конечно-элементной дискретизации [27, 28].

Проблема сходимости всегда была актуальна для метода конечных элементов, и этому вопросу посвящены много работ. Их авторы в своих публикациях исследуют разные подходы – адаптивное объединение и переобъединение, разные процедуры как для оценки погрешности, так и для других действий [29, 30].

Анализ большого числа публикаций по методу конечных элементов позволяет утверждать, что проблема оценки и обеспечения точности решения при использовании МКЭ в настоящее время разработана на высоком уровне. Метод обеспечивает практически любую заданную точность исследования НДС элементов сложных механических систем.

Для современного состояния моделирования сложных механических систем характерными чертами, как показал анализ, являются широкое применение численных методов и расширение возможностей автоматизированного моделирования.

В частности, развитие МКЭ характеризуется следующими чертами: достаточно мощное его математическое обоснование; тенденции охвата все более сложных физических процессов (пластика, контакт, трение, анизотропия, физическая и геометрическая нелинейность); огромный арсенал мощных численных методов решения систем линейных уравнений, оптимизационных процедур, анализа процессов во времени.

Необходимо отметить особенности современных САЕ-систем: расширение спектра исследуемых физических процессов; мощный препроцессинг, в т.ч. связь с САД-системами; мощный постпроцессинг; повышение эффективности численных методов решения систем разрешающих уравнений; многоплатформенность; кластеризация, многопроцессорность; разнообразие мощных вычислительных комплексов; параметризация моделей и возможность оптимизации; бурное развитие различных вариантов МКЭ, широкие библиотеки конечных элементов.

При этом существенно развились получили средства параметрического моделирования элементов машиностроительных конструкций, интегрированные системы исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов, а также специализированные модули проектирования различных машиностроительных изделий. Достоинства данных подходов: минимальная трудоемкость создания моделей, в том числе конечно-элементных. Недостатки: оторванность от реальных конструктивных вариантов элементов исследуемых объектов.

Как показывает анализ, одним из наиболее полных наборов возможностей среди всех систем обладают Creo, SolidWorks и другие системы. Кроме того, можно отметить, что в настоящее время отсутствуют специализированные модули, учитывающие специфику тех или иных конструкций,

технологического оборудования и оснастки предприятий машиностроения, технологические режимы обработки деталей, свойства материалов обрабатываемых деталей, а также нормативы, заложенные в стандартах. Отсутствуют также “экспресс-модели” и “экспресс-системы” для оперативной оценки прочностных и жесткостных характеристик элементов исследуемых объектов.

Проведенный комплексный анализ позволяет сделать обобщающие выводы:

1) МКЭ – достаточно мощный, теоретически обоснованный и практически проверенный инструмент исследования НДС сложных механических систем, на входе которого – конечно-элементная модель, на выходе – точный и полный результат;

2) МКЭ, обладающий широчайшими возможностями, может быть положен в основу при исследовании элементов машин, технологической оснастки и оборудования для изготовления деталей исследуемых объектов;

3) МКЭ присущ принципиальный недостаток – невозможность объективной полной оценки достоверности расчетных схем внутренними средствами, а, значит, и результатов исследований в целом. Обоснованность численных исследований может быть объективно подтверждена только путем сравнения с результатами, полученными другими методами, в первую очередь – на основе экспериментальных результатов.

Среди всего разнообразия методов экспериментального исследования НДС элементов механических конструкций, наряду с методами тензометрии, непосредственных измерений, делительных сеток, поляриционно-оптических, в настоящее время особенно большое развитие получили методы голографической и спекл-интерферометрии [31 – 33]. Этому способствовали следующие факторы: бесконтактность; высокая точность; возможность измерения непосредственно на объекте без предварительной подготовки модели или обработки поверхности объекта; получение непрерывного поля перемещений по результатам исследований.

Одним из бурно развивающихся направлений исследований в последние десятилетия является метод спекл-интерферометрии. Основными особенностями метода, как отмечается в работах [32 – 34], является применение нового типа лазерных интерферометров, базирующихся на спекл-эффекте, наблюдаемом оптическими приборами с ограниченной апертурой при отражении когерентной волны от диффузно-отражающей поверхности [33].

Максимальная чувствительность и минимальная погрешность измерений смещений деформируемых твердых тел может быть достигнута схемным синтезированием основных параметров голографических и спекл-интерферометров, а именно, использованием в качестве базисных – методов, совмещающих голографическую и спекл-интерферометрию (МСГИ) [34]. В данном случае спекл-структура в голографическом изображении рассматривается как полезный эффект, обладающий информативностью и позволяющий одновременно, на одной регистрирующей среде,

фиксировать как голографические, так и спекл-интерферограммы, а также получать спекл-фотографии из восстановленных действительных и мнимых голографических изображений объекта. Описание конкретных схемных решений спекл-голографических интерферометров приведено в работах [32, 34], где на реальных элементах и узлах авиационных и машиностроительных конструкций; продемонстрированы уникальные возможности практического использования лазерных интерферометров.

Анализ публикаций, посвященных вопросу расчетно-экспериментального исследования НДС элементов механических систем [35, 36], показывает, что большинство авторов под этим понимают применение некоторых частных критериев. Во многих публикациях производится количественное сравнение перемещений, деформаций и напряжений в отдельных характерных точках или качественный анализ графических распределений указанных величин. Часто в качестве критерия адекватности используются численно и экспериментально полученные спектры собственных частот колебаний тел или систем тел.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что расчетно-экспериментальное исследование элементов сложных механических конструкций в полном объеме и с высокой степенью информативности и достоверности получаемых результаты организованы на данный момент для достаточно ограниченного класса конструкций. Отсутствуют глубокие теоретические разработки, позволяющие на основе единой методологической базы организовывать расчетно-экспериментальные исследования НДС машиностроительных конструкций. Отсутствуют также единые подходы к сравнению результатов расчетов и экспериментов и способам корректировки численных моделей [37]. Отсутствуют данные об аналогичных исследованиях для исследуемых конструкций, а также для технологического оборудования, оснастки и инструмента для изготовления их деталей. В то же время наличие большого количества машин нового поколения, находящихся на этапе испытаний, заставляют проводить такие исследования с той или иной степенью интеграции численных и экспериментальных исследований.

Проведенный комплексный анализ состояния вопроса показал, что среди численных методов исследования напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем ведущая роль принадлежит МКЭ. Следующей особенностью является развитие параметрического моделирования как ведущей тенденции и перспективного направления при проектировании и исследовании элементов сложных механических систем. Бурно развивающаяся отрасль автоматизированного проектирования – создание интегрированных системы конструирования, исследования и технологической подготовки производства, которые обладают следующими преимуществами: оперативность; автоматизированное обеспечение многовариантности анализируемых моделей; возможность организации оптимизационных процедур внутренними средствами. В то же время им присущи недостатки, в частности, отсутствие специализированных

модулей, учитывающих специфику технологического оборудования отечественных предприятий машиностроения, специфику конструкций тех или иных машин, свойства материалов для изготовления их деталей. Это выдвигает на первый план задачу разработки теоретических основ создания моделей для тех или иных классов объектов. Анализ экспериментальных методов показал, что большими преимуществами обладает МСГИ: требуемая и достигаемая точность метода (доли мкм) переходит в область упругих перемещений элементов технологических систем для производства деталей техники различного назначения; характеризуется высокой степенью развития методов и точностью аппаратуры; возможность измерения на реальном объекте. В то же время в настоящее время отсутствует комплексная автоматическая расшифровка результатов голографических исследований, они достаточно дороги и отсутствуют теоретические разработки для создания моделей полей экспериментальных результатов и их сравнения с численными результатами. В результате можно заключить, что возникает сложная задача разработки математического аппарата для обеспечения автоматизации процесса сравнения полей деформированного состояния, получаемых численным и экспериментальным путем.

Постановка задачи определения расчетных моделей на базе МКЭ и МСГИ. Следуя [12], задачу исследования напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем, можно рассмотреть таким образом. Пусть R – реальный объект, поведение которого формально описывается при помощи в общем случае неизвестного оператора L_R :

$$L_R(u_R, P_R, f, t) = 0, \quad (1)$$

где u_R, P_R, f, t – переменные состояния, параметры, внешняя нагрузка и время соответственно.

Математическую модель M , получаемую в результате процесса идеализации I , описывает известный оператор L_M :

$$L_M(u_M, P_M, f, t) = 0, \quad (2)$$

где в скобках – переменные состояния, параметры, внешняя нагрузка и время соответственно.

Численную модель N , получаемую в результате процесса дискретизации D , описывает в каждом конкретном случае оператор L_N :

$$L_N(u_N, P_N, f, t) = 0. \quad (3)$$

Индексы N в данном выражении соответствуют некоторой создаваемой численной модели исследуемого объекта и явления. Численная модель подразумевает совокупность собственно дискретизированных уравнений, численных методов их решения, алгоритмов и программного обеспечения.

Если объект или его физическая модель (при физическом моделировании F) подвергаются

экспериментальному исследованию, то сам объект или его модель (метод исследований, измерительные схемы (регистрация, усиление, расшифровка, представление) и измерительная аппаратура образуют экспериментальную модель E , поведение которой в операторном виде можно записать следующим образом:

$$L_E(u_E, P_E, f, t) = 0. \quad (4)$$

Соотношения (1) – (4) описывают различные модели реального объекта и исследуемого процесса (на рис. 1 приведена схема исследования). В схеме на рис. 1 процесс сравнения данных численных и экспериментальных исследований обозначен через C .

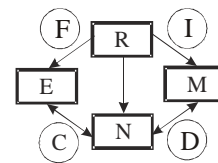


Рис. 1 – Общая структура расчетно-экспериментальных исследований: R – реальный объект; M – математическая модель; N – численная модель; E – экспериментальная модель; F – физическое моделирование; I – идеализация; D – дискретизация; C – сравнение

Ставится задача разработки математического аппарата для расчетно-экспериментального исследования НДС элементов машиностроительных конструкций в автоматизированном режиме.

Формализация задачи. При выборе метода экспериментального исследования для расчетно-экспериментального исследования НДС элементов машин и технологических систем для изготовления их деталей в автоматизированном режиме предпочтение было отдано МСГИ, который является одним из наиболее точных и информативных методов исследований [31]. Как показывает практика, именно этап сравнения результатов численных и экспериментальных результатов, причем в автоматизированном режиме, разработан недостаточно: нет отработанных механизмов сравнения полей u_R, u_M, u_N, u_E ; не производится верификация модели в части достоверности параметров P, f ; не определяется полнота модели (полнота множества P, f); не проводится рационализация моделей (определение значимых факторов).

Сведя к минимуму погрешности в цепочке этапа F (физическое моделирование и измерение, см. рис. 1), а также обоснованно допустив возможность добиться структурного и параметрического изменения математической и численной модели таким образом, чтобы обеспечить адекватное описание R , исходную задачу можно представить в виде определения такой рациональной структуры и множества параметров P_N , чтобы с заданной точностью описать поведение

реального объекта:

$$P_N^*, f_N^* : I(u_N - u_E) \leq \varepsilon, \quad (5)$$

где I – некоторая мера, определяющая несоответствие результатов экспериментальных и численных исследований ($\Delta u_{NE} = u_N - u_E$).

Т. о., разработан подход к расчетно-экспериментальному исследованию элементов механических систем, для которого характерна следующая особенность: он дает возможность организовывать самокорректирующийся процесс расчетно-экспериментальных исследований, основным результатом которого является достоверная расчетная параметрическая модель исследуемых элементов механических систем.

Разработка математического аппарата для решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем. При формулировке задачи расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем можно вычлнить следующие основные проблемы математического характера: сравнение полей разной природы и происхождения; оценка точности численных исследований при помощи МКЭ; модификация теоретических основ МСГИ с точки зрения оценки точности и взаимодействия с МКЭ; построение меры несоответствия результатов экспериментальных и численных исследований; выбор методов минимизации меры несоответствия; разработка методов „регуляризации” формы областей, в которых формулируется некоторая краевая задача, ее численный и экспериментальный аналоги (учитывая сложную геометрическую форму исследуемых элементов, например, наличие большого количества отверстий, пазов, выборок).

Рассмотрим исследуемые элементы как механическую систему взаимодействующих тел, поведение которой (математическая модель) описывается в общем виде в операторной форме (2) где \bar{L}_m – некоторый оператор, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузки и условий сопряжения (структурно данный оператор содержит описание всех элементов системы); u_m – массив переменных состояния, относительно которых сформулирована задача, образующих пространство решений U_m ; P_m – массив параметров (характеристики физико-механических свойств, геометрические размеры, величины присоединенных масс, жесткости), составляющих параметрическое пространство P_m ; f_m – массив, характеризующий действующие на систему внешние нагрузки (поверхностные, объемные сосредоточенные, тепловые нагрузки), составляющие пространство нагрузок F_m ; t – время или иной параметр, характеризующий исследуемое явление как процесс.

Экспериментальное исследование НДС

элементов сложных механических систем предполагает формальную запись в виде (4), где \bar{L}_E – некоторый оператор, который можно трактовать как способ преобразования информации о деформации объекта в некоторый формат данных; u_E – массив переменных состояния (в большинстве случаев – вектор перемещений точек поверхности исследуемого тела); P_E – массив параметров p_E , включающий в себя (в соответствие с принятой концепцией в работе обобщенной параметризации) и метод измерений, и измерительные схемы, и количественные параметры используемой аппаратуры, и методы расшифровки и обработки результатов измерений; f_E – массив, характеризующий внешнее воздействие на исследуемый объект; t – время.

Аналогичная приведенным также структура и у операторного уравнения (3), в котором индекс "N" определяет принадлежность к численной модели.

В результате применения интерферометрии получается картина интерференционных полос, из которой восстанавливается распределение перемещений точек поверхности исследуемого объекта. Для повышения точности измерений удобно использовать методику, соединяющую в одной измерительной схеме запись голограммы во встречных пучках по схеме Денисюка и фиксацию спекл-фотографии [32]. Для определения компонент перемещений, перпендикулярных плоскости голограммы, используется соотношение

$$u_n = (\lambda N) / 2, \quad (6)$$

где N – номер полосы;

u_n – нормальная составляющая вектора перемещения \mathbf{u} ;

λ – длина волны лазера.

Для определения перемещений u_t в плоскости спекл-фотографии используются соотношения (рис. 2)

$$u_t = \lambda a^3 / L^3, \quad (7)$$

где a^3 – расстояние между полосами на экране;

L^3 – расстояние до экрана.

При этом вектор \mathbf{u}_t направлен по перпендикуляру к полосам, наблюдаемым на экране при освещении спекл-интерферограммы неразведенным лучом лазера (см. рис. 2).

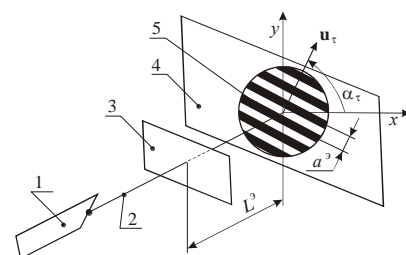


Рис. 2 – Схема поточечной расшифровки спекл-интерферограмм: 1 – лазер; 2 – неразведенный луч; 3 – спекл-интерферограмма; 4 – экран; 5 – картина полос

Автоматизация процессов расшифровки и интерполяции результатов экспериментальных исследований. Рассмотрим эти стадии расшифровки интерферограмм. Задача расшифровки может быть сформулирована следующим образом: по заданному множеству полос M_p определить непрерывное поле перемещений u_i ($i=1,2,3$) на части исследуемой поверхности Γ с минимальной погрешностью. Для решения данной задачи используются полученные выше соотношения (6) и (7). Однако при этом возникают вопросы: идентификации номеров полос N ; идентификации средних линий \tilde{L}_s полос; интерполяции промежуточных значений компонент вектора перемещений на заданной сетке S^* ; определение путем интерполирования значений компонент вектора u_i^l перемещений в произвольных точках.

Решение задачи идентификации средних линий интерференционных полос предполагается осуществлять по следующему алгоритму (рис. 3).

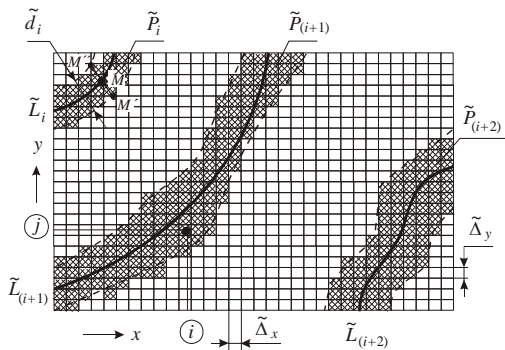


Рис. 3 – Картина полос \tilde{P}_i , заданных в системе ячеек

$J(i, j)$: $\tilde{\Delta}_x, \tilde{\Delta}_y$ – размеры ячеек, (i, j) – номер ячейки; \tilde{L}_i – средняя линия; \tilde{P}_i – полоса интерферограммы

1. Над полем дискретно заданных (в ячейках $J(i, j) = \{0;1\}$ на рис. 3) булевых значений, идентифицирующих наличие-отсутствие полосы, совершается операция выделения “средних” линий L_i по правилу: точка $\tilde{M} \in \tilde{L}_k$, если

$$\frac{abs(dist|MM'| - dist|MM''|)}{|M'M''|} < \tilde{\pi},$$

где $\tilde{\pi}$ – некоторый заданный параметр точности; M', M'' – точки, образуемые расширением зоны примыкания к текущей внутренней точке M (круг с центром M и нарастающим радиусом) до одновременной встречи с двух сторон с ячейками, в которых $J(i, j) = 0$.

2. Множеству точек $\tilde{M} \in \tilde{L}_q$ присваивается численное значение $q \cdot \lambda / 2$ (начиная с некоторой указанной исследователем полосы с условно „нулевым” номером).

3. При повторном обходе линий \tilde{L}_i проводится операция замыкания средней линии интерференционных полос (рис. 4): если точка M_0 – исходная на некоторой линии, то при обходе за и против часовой стрелки образуется множество текущих точек M_T^R, M_T^L , принадлежащих веткам \tilde{L}^R, \tilde{L}^L ; точки M_T^R, M_0, M_T^L и некоторая внутренняя точка $M_C \in S_{\Gamma_{int}}, M_C \in S_{\Gamma_{out}}$, где $S_{\Gamma_{int}}, S_{\Gamma_{out}}$ – области, ограниченные внутренним и внешним контурами и образующие при пересечении область между $\Gamma_{int}, \Gamma_{out}$. Луч $M_C M_T$ образует углы $\tilde{\varphi}_L, \tilde{\varphi}_R$; тогда определяются замыкающие точки M_0^R, M_0^L по правилу:

$$\tilde{\varphi}_L(M_T^L) = 2\pi, \tilde{\varphi}_R(M_T^R) = 2\pi. \tag{8}$$

В связи с тем, что в силу дискретности задания картины полос линии \tilde{L}^R, \tilde{L}^L в общем случае не совпадают, то для выделения единой линии предлагаются следующие способы:

1) строится “коридор” линий:

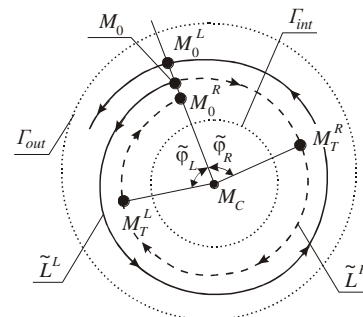


Рис. 4 – Операция замыкания средней линии интерференционных полос

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_D(\tilde{\varphi}) &= \min \left\{ |M_C M_T^L|, |M_C M_T^R| \right\}, \\ \tilde{\rho}_V(\tilde{\varphi}) &= \max \left\{ |M_C M_T^L|, |M_C M_T^R| \right\}; \end{aligned} \tag{9}$$

2) строится непрерывное или дискретно заданное множество $\Omega_{\tilde{L}}$ линий, удовлетворяющих ограничениям

$$\tilde{\rho}_D(\tilde{\varphi}) \leq \tilde{\rho}(\tilde{\varphi}) \leq \tilde{\rho}_V(\tilde{\varphi}), \tilde{\rho}(\tilde{\varphi}_0) = |M_C M_0|, \tag{10}$$

где $\tilde{\rho}(\tilde{\varphi})$ – текущий радиус-вектор точки с началом в точке M_C .

3) на множестве $\Omega_{\tilde{L}}$ определяется линия \tilde{L}^* , удовлетворяющая некоторому дополнительному условию

$$F_{\tilde{L}}(\tilde{L}) = 0, \tag{11}$$

например, требованию минимальной кривизны линии.

Таким образом, описанный выше подход позволяет произвести идентификацию средних линий полос и попутно присвоить их точкам численную характеристику, соответствующую перемещению точек полосы с определенным номером.

Задача интерполяции значений перемещений по картине линий уровня может решаться различными способами. Пусть \tilde{P} – некоторая точка (узел сетки S^- , наброшенной на исследуемую область). На рис. 5 приведена схема к двум способам интерполяции значения компоненты \tilde{w} вектора перемещений в точке \tilde{P} .

1. *Полиномиальная интерполяция вдоль сечения.* Рассмотрим луч \tilde{l} из точки \tilde{P} , проходящей под углом $\tilde{\varphi}_P$ к горизонтали. Пусть \tilde{P}_i^* – точки встречи луча с полосами, \tilde{P}_i^{**} – точки встречи луча под углом $(\tilde{\varphi}_P + \pi)$. Из условия прохождения некоторым полиномом соответствующей степени через точки $(-\tilde{\rho}_{\tilde{P}_i^{**}}, \tilde{q}(\tilde{P}_i^{**}))$ и $(+\tilde{\rho}_{\tilde{P}_i^*}, \tilde{q}(\tilde{P}_i^*))$ (рис. 6) строится интерполирующий полином \tilde{F} от переменной \tilde{l} , изменяющейся при изменении угла $\tilde{\varphi}$. Значение \tilde{F} при $\tilde{l} = 0$ (обозначим $\tilde{F}_0(\tilde{\varphi}_P)$) интерполирует искомое значение перемещения в точке \tilde{P} . Естественно, что при изменении угла $\tilde{\varphi}$ меняется значение \tilde{F}_0 , и в результате выбранной точке \tilde{P} соответствует множество значений \tilde{w} , являющихся функцией угла $\tilde{\varphi}$ (рис. 7).

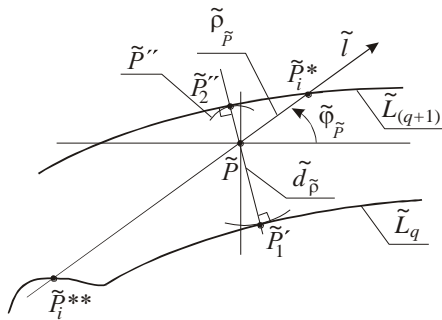


Рис. 5 – К вопросу интерполяции перемещений в промежуточных точках

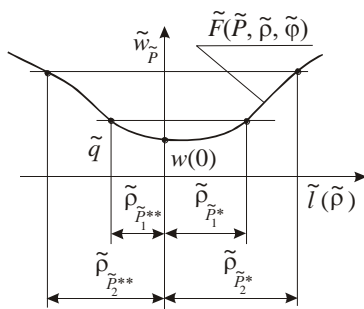


Рис. 6 – Интерполяция искомой функции вдоль сечений

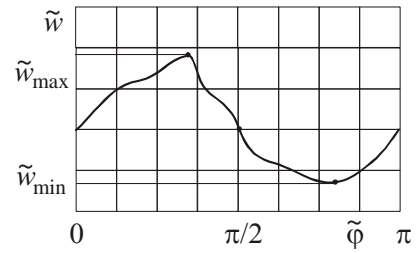


Рис. 7 – К вопросу зависимости \tilde{w} от угла $\tilde{\varphi}$

Для определения единственного значения \tilde{w} возможны различные подходы. Их можно условно разбить на 2 группы. При использовании локального подхода задачи рассматривается изолированно для выбранной точки \tilde{P} , и тогда из функции \tilde{w} по некоторому закону определяется “средневзвешенное” значение \tilde{w} :

$$\bar{w} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\tilde{w}(\tilde{\varphi}) - \tilde{g}(\tilde{\varphi})] d\tilde{\varphi} \quad (12)$$

или

$$\bar{w} = \frac{1}{2\pi\tilde{N}} \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{w}(\tilde{\varphi}_i) \cdot \tilde{g}(\tilde{\varphi}_i), \quad (13)$$

где $\tilde{g}(\tilde{\varphi})$ – некоторая заданная весовая функция, подчиняющаяся условиям нормировки

$$\int_0^{2\pi} \tilde{g}(\tilde{\varphi}) d\tilde{\varphi} = 2\pi \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{g}(\tilde{\varphi}_i) = 2\pi \quad (14)$$

соответственно.

Рассматривая значения \tilde{w} во взаимосвязи с множеством значений \tilde{w} в остальных точках исследуемой области, можно построить некоторый относительно глобальный критерий. Например, можно потребовать от поверхности $\tilde{S}_{\tilde{P}}$, образованной точками \tilde{P} , некоторых свойств гладкости, минимальности кривизны или наименьшего значения некоторой нормы. В частности, представляет интерес для множества практически важных задач критерий минимальности нормы

$$\begin{aligned} \tilde{I} = & \tilde{\alpha} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} [(\tilde{w})^2] d\tilde{S}_{\tilde{P}} + \tilde{\beta} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} \left[\left(\frac{d\tilde{w}}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\tilde{w}}{dy} \right)^2 \right] d\tilde{S}_{\tilde{P}} + \\ & + \tilde{\gamma} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} \left[\left(\frac{d^2\tilde{w}}{dx^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2\tilde{w}}{dy^2} \right)^2 \right] d\tilde{S}_{\tilde{P}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$ – некоторые задаваемые из специфики задач весовые коэффициенты ($\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma} = 1$).

Также оправданно использование в качестве функционала \tilde{I} величины внутренней энергии или

другого функционала, выбор структуры которого диктуется спецификой исследуемой конструкции, состояния, процесса. В таком случае задача может быть формализована следующим образом:

$$\tilde{w}^\wedge : \tilde{I}(\tilde{w}) \rightarrow \min \text{ на множестве } \tilde{M}_{\tilde{w}}; \quad (16)$$

где

$$\tilde{M}_{\tilde{w}} = \{ \tilde{w} : \tilde{w}_{\min}(\tilde{P}) \leq \tilde{w}(\tilde{P}) \leq \tilde{w}_{\max}(\tilde{P}) \}; \quad (17)$$

Здесь $\tilde{w}_{\min}(\tilde{P}), \tilde{w}_{\max}(\tilde{P})$ – значения ограничений коридора варьирования искомого перемещения (см. рис. 7)

2. *Полиномиальная интерполяция вдоль радиусов касательных окружностей.* При рассмотрении интерполяции значений $\tilde{w}(\tilde{P})$ (см. рис. 6) некоторые направления выделяются естественным образом. Например, это направления из точки \tilde{P} по кратчайшему расстоянию до линии \tilde{L}_q . При достаточно гладких линиях в локальной окрестности \tilde{P} это множество точек касания окружностей растущего радиуса с центром в точке \tilde{P} (т.е. точки $\tilde{P}'_i, \tilde{P}''_i$ на рис. 5). В данном случае в качестве независимой переменной выступают расстояния $d_{\tilde{P}'_i}, d_{\tilde{P}''_i}$ (рис. 8). Значение интерполирующего полинома в нуле интерполирует искомую функцию в точке \tilde{P} . Кроме рассмотренных вариантов интерполяции с выбором определенных направлений интерполирования возможно использование локальной интерполяции искомой функции как функции двух переменных. Действительно, искомую функцию локально можно представить в виде квадратичной формы

$$\tilde{F}_{\tilde{P}}(x, y) = \tilde{\mu}_1 x^2 + \tilde{\mu}_2 y^2 + \tilde{\mu}_3 xy + \tilde{\mu}_4 x + \tilde{\mu}_5 y + \tilde{\mu}_6. \quad (18)$$

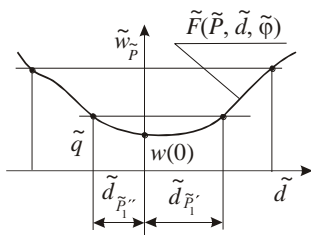


Рис. 8 – Интерполяция искомой функции вдоль радиус-векторов с началом в точке \tilde{P} и концом на ближайших точках линии

Неопределенные коэффициенты $\tilde{\mu}_i$ в выражении (18) могут быть рассчитаны из условий прохождения интерполирующей поверхности через некоторое множество точек. Основной проблемой при этом является обоснованный выбор данного множества точек. Он может быть продиктован или спецификой решаемой задачи, или характером поведения полос в

локальной окрестности точки \tilde{P} . Для однозначного определения коэффициентов $\tilde{\mu}_i$ в выражении (18) необходимо минимум 6 значений функции или задание множества точек с количеством, превышающим минимально необходимое, и заданием дополнительного критерия (т.е. применения критерия минимального квадратичного отклонения или иного условия, которое позволяет однозначно определить функцию $\tilde{F}_{\tilde{P}}(x, y)$). Значение $\tilde{F}_{\tilde{P}}(0,0)$ интерполирует $\tilde{w}(\tilde{P})$. В общем случае нельзя выделить приоритетный способ интерполяции. Наиболее разумным представляется использование различных способов и их комбинаций. При получении значительного разброса значений $\tilde{w}(\tilde{P})$, получаемых при использовании различных методов, необходимо дополнительное исследование поведения функции \tilde{w} в окрестности точки \tilde{P} .

Таким образом, для определения значений \tilde{w} в узлах сетки S^\sim , наброшенной на исследуемую область, можно использовать описанные выше методы. Это дает возможность перехода к интерполяции значений функции w^\wedge в произвольной точке P^\wedge . Прямое определение w^\wedge возможно, но только при использовании так называемого (см. выше) локального подхода. При неизбежном наличии шумов на носителе, погрешностей процессов расшифровки и интерполяции более предпочтительным путем является использование описанного выше глобального подхода, что требует обязательной первичной интерполяции \tilde{w} на узлах сетки S^\sim , последующего “сглаживания” \hat{w} , а затем интерполяции \hat{w} в произвольных точках исследуемой области.

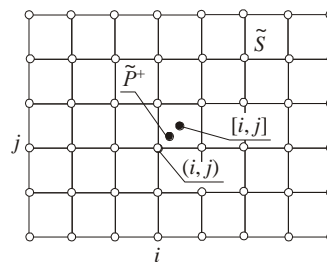


Рис. 9 – Интерполяция значений функции по узловым значениям функции \hat{w}

Рассмотрим интерполяцию функции \hat{w} по значениям \hat{w} в узлах сетки S^\sim с номерами i, j (рис. 9). Пусть \tilde{P}^+ – заданная точка, в которой требуется определение значения \hat{w} . Пусть также $[i, j]$ – принятое обозначение (нумерация) ячейки сетки S^\sim (при этом i, j – минимальные номера узлов, образующих ячейку). Обозначая через $\{i, j\}$ “звезду” ячеек с центром в узле (i, j) , можно ввести в рассмотрение локальный базис $\hat{f}(i, j)$. Функции базиса с локальным носителем – “звездой” ячеек

$\{i, j\}$. Тогда значение функции в произвольной точке \tilde{P}^+ определяется в виде разложения по базисным функциям

$$\hat{w}(\tilde{P}^+) = \sum_{\hat{s}, \hat{t}=1}^2 [\hat{w}(i + \hat{s} - 1, j + \hat{t} - 1) \cdot \hat{f}(i + \hat{s} - 1, j + \hat{t} - 1)] \quad (19)$$

В общем случае выражение (19) может быть записано с учетом значений функций и их производных в узлах. В частности, по значениям функций, производных первого порядка и смешанной производной второго порядка строятся интерполяционные полиномы Эрмита [38]:

$$\begin{aligned} \hat{f}_1 &= \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); & \hat{f}_2 &= \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j); \\ \hat{f}_3 &= \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); & \hat{f}_4 &= \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j), \end{aligned}$$

где $\hat{\Phi}, \hat{\Psi}$ – функции аргументов с локальным носителем, определяемые по формулам

$$\Phi(\eta) = (|\eta| - 1)^2 (2|\eta| + 1); \quad (20)$$

$$\Psi(\eta) = \eta (|\eta| - 1)^2. \quad (21)$$

Приведенные функции характеризуются следующими свойствами:

$$\Phi_i(x_i) = 1, \Phi_i(x_{i \neq j}) = 0, \Phi_i'(x_i) = 0; \quad (22)$$

$$\Psi_i(x_i) = 0, \Psi_i'(x_{i \neq j}) = 0, \Psi_i'(x_i) = 1; \quad (23)$$

$$\hat{f}_1(x_i, y_i) = \frac{\partial \hat{f}_2(x_i, y_i)}{\partial y} = \frac{\partial \hat{f}_3(x_i, y_i)}{\partial x} = \frac{\partial^2 \hat{f}_4(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} = 1. \quad (24)$$

Остальные сочетания функций, производных и их узловых аргументов в выражении (24) дают нулевые значения.

Таким образом, обобщение формулы (19) в виде

$$\hat{w}(\tilde{P}^+) = \sum_{i, j \in \tilde{P}^+} \left[\hat{w}^{(s)}(i, j) \cdot \hat{f}_s(i, j) \right]. \quad (25)$$

где $\hat{w}^{(1)} = \hat{w}$, $\hat{w}^{(2)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial y}$, $\hat{w}^{(3)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}$, $\hat{w}^{(4)} = \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial x \partial y}$; \tilde{P}^+ –

множество узлов, принадлежащих ячейке, в которую попадает точка \tilde{P}^+ , дает возможность получить локальное полиномиальное представление функции \hat{w} .

При этом обеспечиваются условия непрерывности функции и ее производных на границах ячеек. Таким образом, предложены: способ перехода от непрерывного поля интерференционных

полос к дискретному полю изолиний, далее – к дискретно заданному множеству значений функций на узлах некоторой сетки, и последующий переход к непрерывному полю компонент вектора перемещений, которое описывается интерполяционными полиномами.

Особенностью предложенного подхода является формализация всех этапов экспериментальных исследований. Это позволяет, во-первых, автоматизировать процессы измерений, регистрации, расшифровки и интерполяции результатов. Во-вторых, соотношения (8)-(25) составляют математический аппарат, посредством которого формально расширяется поле действия аппарата математической физики на экспериментальные исследования. Кроме того, предложенный математический аппарат позволяет идентифицировать источники и провести оценки накопленных на разных этапах ошибок.

Анализ предложенных подходов позволяет сделать следующие выводы. Разработанные методы получения информации о деформации объекта по результатам экспериментальных исследований элементов сложных механических систем позволяет перейти от графического образа (картины интерференционных полос), т.е. практически непрерывного распределения исследуемых функций, к дискретной системе значений на наперед заданной сетке узлов, а в завершении – к непрерывному заданию данных функций через интерполяционные функции. Предложенная совокупность методов позволяет регулировать точность регистрации измерений, аппроксимаций и вычислений на каждом этапе исследований. На основе разработанных подходов возможна формализация операций сравнения с результатами экспериментальных исследований и приведение информации, с которой производятся различные операции в дальнейшем, к удобному виду. Методы сглаживания полей распределений искомым функций позволяют уменьшить влияние факторов дискретности на всех этапах экспериментальных исследований МСГИ (зернистость регистрирующей среды, наложение спекл-структуры на картину интерференционных полос, дискретный характер сетки узловых значений исследуемых функций). Система поэтапной обработки информации позволяет провести автоматизацию процесса исследований и решить основную задачу: определение с достаточной точностью значений искомым функций в заданной точке. Предложенные методы позволяют реализовать идею расширенного параметрического подхода применительно к этапу экспериментальных исследований. Предложены методы уменьшения погрешностей измерений за счет применения технологии измерений, соединяющих голографию и спекл-фотографию.

Описанные методы обработки информации в конечном счете позволяют привести ее к форме, которая легко трансформируется к виду, используемому в системах автоматизированного

проектирования, исследования и изготовления машиностроительных конструкций.

Оценка несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Выше сформулирована задача повышения достоверности численных моделей исследуемых объектов. При этом формулируется, в частности, проблема минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Основная специфика и сложность постановки задачи состоит в том, что, во-первых, сравниваются распределения (поля, процессы, функций многих переменных) и, во-вторых, сравниваются данные, имеющие различную структуру и происхождение. Для корректировки и повышения достоверности численных моделей необходимо решить следующие задачи: сформулировать оценочный функционал несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований; разработать процедуру вычисления функционала через приведения численных и экспериментальных данных к единому формату; разработать методы минимизации сформулированного функционала; разработать методы устранения вычислительных трудностей при исследовании элементов реальных машиностроительных конструкций, поверхность которых имеет множество отверстий, пазов, фасок, т.е. нарушений "регулярности" геометрической формы.

Мера несоответствия результатов численного и экспериментального исследований. Применение предлагаемого в работе подхода приводит к замене u_r на u_e при сравнении приближенного и точного решений. Схематически соотношения искомых полей для реального объекта и его математической модели, а также численного решения задачи и результатов экспериментальных исследований можно представить в виде точек в пространстве решений u . Предполагаемые соотношения близости различных описаний исследуемого объекта можно трактовать следующим образом:

$$\{\Delta_{RE} \leq \bar{\varepsilon}_1; \Delta_{RM} \leq \bar{\varepsilon}_2; \Delta_{MN} \leq \bar{\varepsilon}_3\} \Rightarrow \{\Delta_{NR} \leq \bar{\varepsilon}_4\}, \quad (26)$$

где $\bar{\varepsilon}_1$ – погрешность моделирования и измерений при экспериментальном исследовании;
 $\bar{\varepsilon}_2$ – погрешность математической модели;
 $\bar{\varepsilon}_3$ – погрешность дискретизации;
 $\bar{\varepsilon}_4$ – ограничение на меру несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований;
 Δ_{RE} – погрешность физического моделирования;
 Δ_{RM} – погрешность математической модели;
 Δ_{MN} – погрешность перехода к численной модели;
 Δ_{EN} – минимизируемая погрешность.

В данном случае предполагается естественным, что все фигурирующие в (26) составляющие представляют собой величины одного порядка малости. При решении реальных задач к величине

Δ_{RE} , в частности, предъявляются высокие требования, поскольку речь идет обычно о перемещениях точек исследуемого объекта под нагрузкой на несколько микрометров. В связи с этим в качестве метода экспериментальных исследований *необходимо выбрать метод*, обеспечивающий высокую точность, и, кроме того, обеспечивающий естественное приведение u_e к виду представления u_n . В этом случае замена в выражениях, относящихся к математической модели, на относящиеся к экспериментальной не приводит к значительным вычислительным трудностям и погрешностям.

Введем меру оценки различия результатов численных и экспериментальных исследований:

$$I = I(u_n, u_e). \quad (27)$$

Естественно, при идеальном выборе численной модели, условий эксперимента и теоретической модели явления

$$I \equiv 0. \quad (28)$$

Однако в реальных условиях $I \neq 0$, и задача получения достоверных численных моделей может быть сформулирована как задача определения p_N^* , минимизирующих I :

$$p_N^* = \operatorname{argmin} I(u_n, u_e, p_N). \quad (29)$$

Ценность решения данной задачи состоит в том, что полученный набор параметров p_N^* может быть использован при численном анализе целого ряда *аналогичных* конструкций без проведения дорогостоящих экспериментов.

Отдельной задачей является определение конкретного вида функционала I . Это может быть:

- эвклидова норма

$$I_1 = \int_{(s)} (\bar{u}_N - \bar{u}_E)^2 ds, \quad (30)$$

- аналогичная величина для выбранной части поверхности

$$I_2 = \int_{(s_1^p)} (\bar{u}_N - \bar{u}_E)^2 ds, \quad (31)$$

- аналогичная величина для некоторой линии $l \in S$:

$$I_3 = \int_{(l)} (\bar{u}_N - \bar{u}_E)^2 dl, \quad (32)$$

- аналогичная величина для некоторой точки $p_j \in S$:

$$I_4 = (\bar{u}_N - \bar{u}_E)^2. \quad (33)$$

Величины (30) – (33) могут в некоторой комбинации с весовыми коэффициентами γ образовывать комплексный функционал I^C :

$$I^C = \sum_k \gamma_k \sum_{j,s,t} \gamma_{j,s,t} I_k(S, S_j^p, I_s, P_t). \quad (34)$$

Кроме того, в качестве функционала I может быть принята некоторая энергетическая норма, норма максимума абсолютной разности или любая другая норма, диктуемая спецификой исследуемого объекта и спецификой задачи.

На параметры p_N в общем случае могут быть наложены дополнительные ограничения

$$G(p_N) \geq 0, \quad (35)$$

которые описывают в пространстве данных параметров V_{p_N} некоторую область $V_{p_N}^0$. Тогда исходная задача сводится к проблеме поиска минимума функционала I на множестве $V_{p_N}^0$:

$$p_N^* = \arg \min I(u_N, u_E, p_N), p_N \in V_{p_N}^0 \quad (36)$$

Важно, что подход, описываемый соотношениями (31)–(36), распространяется без ограничений на случай на любые подмножества из множества параметров $P_N \cup P_E$.

Численная оценка функционала несоответствия. Одним из важнейших аспектов построения функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований является процедура его вычисления. Действительно, при сравнении полей компонент перемещений, заданных на поверхностях в пространстве трех измерений, важно получить численную характеристику, которая отражает две стороны:

- совпадение *качественное*, т.е. степень соответствия закона распределения по пространственным координатам, тенденции изменения во времени или реакции на изменение того или иного параметра;
- совпадение *количественное*, т.е. точность численного моделирования измеряемой экспериментально функции.

Естественно, что в интегральной оценке совмещены оба приведенных требования. Рассмотрим форматы сравниваемых величин. При использовании метода конечных элементов искомые компоненты вектора перемещений формально определяются в любой точке исследуемого тела, в том числе и на поверхности, через базисные функции φ_N^U и узловые значения u_N^U . Таким образом, в рассмотрении находятся следующие данные: описание области Ω^U ,

занимаемой телом, в виде ансамбля конечных элементов (т.е. при численном исследовании задаются массив координат узлов χ^U , матрица конечных элементов M^U , определяющая узлы, которые образуют различные конечные элементы); узловые параметры u_N^U ; тип представления искомой компоненты вектора перемещений через узловые параметры и базисные функции МКЭ:

$$\bar{u}_N^U(x) = \sum_{E^U} u_N^U(E^U) \varphi_N^U(E^U, x), \quad (37)$$

где E^U – подмножество узлов, образующих элемент, которому принадлежит точка x ;

φ_N^U – базисная функция метода конечных элементов.

Результаты экспериментальных исследований методом спекл-голографической интерферометрии имеют следующую структуру данных: сетка S^{\sim} узлов J^{\wedge} , покрывающих исследуемую часть поверхности объема S ; узловые параметры u_E^{\wedge} ; выражение искомой компоненты вектора перемещений в заданной точке x через узловые параметры и интерполяционные функции \hat{f} :

$$\bar{u}_E^{\wedge}(x) = \sum_{j^{\wedge}} u_E^{\wedge}(j) \hat{f}(j, x), \quad (38)$$

где j^{\wedge} – подмножество узлов ячейки, в которую попадает точка x .

Несмотря на кажущуюся эквивалентность структуры выражений (37) и (38), их сопоставление через непосредственное вычисление по приведенным формулам применимо для сравнения данных только в отдельных точках. В то же время непосредственное применение формул (37) и (38) для вычисления функционала несоответствия $I(\bar{u}_N^U, \bar{u}_E^{\wedge})$ проблематично.

Действительно, основное отличие представлений \bar{u}_N^U и \bar{u}_E^{\wedge} на данном этапе состоит в том, что они определяются через различные дискретные множества (множества конечных элементов и узлов конечных элементов, с одной стороны, и множество ячеек и узлов интерполяции – с другой).

Для устранения возникающих при этом проблем возможны следующие пути:

1. Приведение численных данных, вычисляемых по выражению (37), к узлам J^{\wedge} сетки S^{\sim} , используемой при представлении результатов экспериментальных исследований.

2. Приведение экспериментальных данных, вычисляемых по формуле (38), к узлам χ^U множества конечных элементов M^U (из конечно-элементной

модели исследуемого объекта).

3. Приведение численных и экспериментальных результатов к некоторому искусственно созданному дискретному множеству R^* узлов ячеек (элементов) T^* с базисными функциями ξ^* . Тогда

$$\bar{u}_N = \sum_{r^*} \bar{u}_N^{\cup}(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (39)$$

$$\bar{u}_E = \sum_{r^*} \bar{u}_E^{\wedge}(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (40)$$

где r^* – подмножество узлов, образующих элементарный фрагмент искусственно созданной сетки T^* .

Формально третий путь оказывается наиболее универсальным, поскольку отсутствует привязка к формам представления численных и экспериментальных данных. Тогда с учетом выражений для функционала $I(\bar{u}_N, \bar{u}_E)$, содержащего операции суммирования \sum и (или) интегрирования \int и выражений (43) – (44) можно записать для некоторых случаев:

$$I(\bar{u}_N - \bar{u}_E) = \left\{ \sum, \int \right\} \left(\sum_{r^*} (\bar{u}_N - \bar{u}_E) \cdot \xi(r^*, x) \right)^2. \quad (41)$$

Учитывая перестановочность операций суммирования и интегрирования, выражение (41) может быть представлено в виде:

$$I(\bar{u}_N - \bar{u}_E) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[\bar{u}_N(r_1^*) - \bar{u}_E(r_1^*) \right] \cdot \left[\bar{u}_N(r_2^*) - \bar{u}_E(r_2^*) \right] \cdot \left\{ \sum, \int \right\} \cdot [\xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x)]. \quad (42)$$

Введя обозначение

$$\Delta \bar{u}_{NE}^* = \bar{u}_N(r_1^*) - \bar{u}_E(r_1^*), \quad (43)$$

выражение для функционала $I(\bar{u}_N, \bar{u}_E)$ можно записать в виде

$$I(\Delta \bar{u}_{NE}^*) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_1^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_2^*) \right] \quad (44)$$

где через $\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*)$ обозначен результат применения операции интегрирования (суммирования) в выражении (42)

$$\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) = \left\{ \sum, \int \right\} \cdot [\xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x)] \quad (45)$$

Таким образом, вычисление функционала $I(\bar{u}_N, \bar{u}_E)$ сводится к определению квадратичной формы (45) с известными коэффициентами.

Указанный способ вычислений формально остается в силе при использовании любого формата представления данных численных и экспериментальных результатов.

Методы минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Специфика минимизируемого функционала $I(\Delta \bar{u}_{NE}^*, \bar{p})$ (здесь \bar{p} – множество варьируемых параметров), состоит в том, что заранее неизвестен характер изменения I по параметрам \bar{p} . Кроме того, сама область варьирования этих параметров может быть задана при помощи достаточно сложной системы трудноформализуемых соотношений. В связи с этим нельзя заранее определить тип возникающей задачи математического программирования [39], а также ни предпочтительный метод минимизации, ни критерий окончания процесса поиска минимума.

Следующим специфическим моментом является то, что для определения значений функционала в различных точках параметрического пространства требуется численное решение задачи определения НДС. Выше приведены методы автоматизации процесса построения параметризованных конечно-элементных моделей исследуемых объектов. Описаны методы автоматизации расчетов и анализа результатов исследований в единой базе. Таким образом, большая часть задачи решается в автоматизированном режиме, что существенно ускоряет весь процесс исследований. Особенно это важно при многовариантных исследованиях, когда требуется чрезвычайно большое количество решений задач анализа. Важным фактором является также тот факт, что в связи с бурным развитием возможностей вычислительной техники время решения задач резко уменьшается, особенно для задач средней размерности. Учитывая эти обстоятельства, можно заключить, что “цена” решения отдельной задачи анализа МКЭ уменьшается. Следовательно, появляется возможность увеличения количества вычислительных циклов, связанных с определением значения минимизируемого функционала в отдельных точках параметрического пространства.

Отмеченные особенности выдвигают на первый план такие особенности применяемых методов минимизации, как их универсальность, высокую вероятность отыскания минимума функционала I , устойчивость, сходимость и достигаемую точность даже в ущерб вычислительным затратам.

Поскольку на данный момент не существует универсального алгоритма определения минимума функции общего вида многих переменных, а каждый

отдельный метод имеет свои преимущества и недостатки, то представляется целесообразным при решении возникающей задачи использовать комбинацию различных методов [39].

Предлагается следующий комплексный метод поиска минимума.

Этап 1. Определение подобластей P_p^α области P_p параметрического пространства, в которых вероятность достижения минимума максимальна. Формально, если $I^-(P)$ – минимизируемый функционал, где $P \in P_p = \bigcup_{\beta} P_p^\beta$ (β – номера подобластей, покрывающих без перекрытия $P \in P_p = \bigcup_{\beta} P_p^\beta = \emptyset$ - область P_p), то множество α и, соответственно, множество P_p^α можно определить следующим образом:

$$P_p^\alpha = \left\{ P_p^\beta : \frac{|I^-(P_*^\beta) - \min_{\beta} I^-(P_*^\beta)|}{\left| \max_{\beta} I^-(P_*^\beta) - \min_{\beta} I^-(P_*^\beta) \right|} \leq \varepsilon_p^\alpha \right\}, \quad (46)$$

где P_*^β – характерная точка подобласти P_p^β ;
 ε_p^α – параметр, определяющий ширину коридора для отбора “перспективных” подобластей

Если, например, область P_p представима в виде объединения параллелепипедов в параметрическом пространстве, образованных координатными гиперплоскостями, то в качестве характерных точек можно выбрать центры образуемых таким образом параллелепипедов.

Этап 2. Определенные на 1 этапе множества P_p^α и P_p^α являются исходными точками и областями ограничения параметров при осуществлении некоторых процедур минимизации. В частности, представляется целесообразным рассмотреть комбинации следующих методов минимизации [39].

Метод покоординатного спуска. В данном случае поиск $\min I^-(p)$ осуществляется вдоль координатных направлений p_i , соответствующих отдельным компонентам вектора параметров p . Тогда

$$I^-(p^{(n+1)}) = I^-(p^{(n)} + \tilde{\alpha} p_i) = I^-(\tilde{\alpha}^*) \quad (47)$$

и для одномерной минимизации задачи $I^-(\tilde{\alpha}^*)$ определяются из условий

$$\tilde{\alpha}^* : \frac{dI^-}{d\tilde{\alpha}} = 0, \quad (48)$$

причем $I^-(p^{(n)} + \tilde{\alpha}^* p_i) < I^-(p^{(n)})$. Последовательность шагов по координатам p_i параметрического пространства и циклов этих шагов по соотношениям

(47) – (48) приводит в каждой подобласти $P_p^{\alpha_k}$ к локальным минимумам p_{α_k} , и в качестве решения задачи можно принять

$$\bar{p}^* = \arg \min_{\alpha_k} I^-(\bar{p}_k) \quad (49)$$

Важно отметить, что в качестве возможных направлений на границах между циклами покоординатного спуска можно выбирать некоторую взвешенную комбинацию координатных направлений, что может ускорить процесс сходимости в “овражной ситуации”, когда ось оврага образует углы одного порядка с несколькими координатными осями.

Метод сопряженных направлений. При применении данного метода используется информация о векторе производных функционала $I^-(p)$ по параметрам [39]

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \tilde{\alpha}^{(n)} q^{(n)}; \quad (50)$$

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \tilde{\alpha}^{(n)} q^{(n)}; \quad (51)$$

$$q^{(0)} = (I^-)'; \quad q^{(n)} = (I^-)' - \delta^{(n)} q^{(n-1)}; \quad (52)$$

$$\alpha^{(n)} = \arg \min (I(p^{(n+1)})) \quad (53)$$

Здесь $\delta^{(n)}$ – скаляр или матрица, „корректирующие” степень отклонения вектора изменения параметров на текущем шаге решения от направления антиградиента.

Метод Ньютона. Располагая информацией о матрице вторых производных функционала $I^-(p)$, на каждом шаге текущее решение задачи определения минимума I^- приводит к многошаговому процессу

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \left[(I^-)'' \right]^{-1} \cdot (I^-)'. \quad (54)$$

Соотношения (47) – (54) определяют различные способы спуска к минимуму функционала I^- . Однозначно определить границы областей с преимущественным применением того или иного способа решения исходной задачи в общем случае невозможно, т.к. в принципе характер зависимости $I^-(p)$ может быть самым разнообразным. Для выбора метода необходимо провести решение тестовых задач. Однако при этом нельзя обобщить полученные результаты на все множество решаемых задач, поскольку на практике требуется решение сформулированных задач для различных конструкций, при различных условиях эксплуатации и нагружения и для различных варьируемых параметров.

В результате перспективным является

комбинированный пошаговый метод: после задания начального приближения осуществляется последовательность циклов минимизации по соотношениям (47) – (54), причем конечная точка одного цикла является стартовой точкой для следующего цикла. Оценивая текущую эффективность этих циклов по формуле

$$i_n^{\sim} = \left\| \Delta p^{(n)} \right\| / \left\| p^{(n)} \right\| \quad (55)$$

или по аналогичному критерию для оценки скорости сходимости (с учетом необходимого числа операций), можно из набора методов выбирать более эффективный.

“Регуляризация” формы областей с системой отверстий и с другими особенностями геометрии. Элементы исследуемых конструкций могут иметь большое количество крепежных и базирующих деталей. Отверстия, пазы, вырезы в данных деталях имеют различные функциональные назначения: закрепление, базирование, центрирование и т.д. При этом часть поверхности S_r^{\sim} детали состоит из регулярного «паркета» элементарных поверхностей:

$$S_r^{\sim} = \bigcup_i S_{e_i}^{\sim} \quad (56)$$

Если S_p^{\sim} – полная исследуемая поверхность (ПИП) того или иного элемента, т.е. поверхность, ограниченная наружным контуром Γ_p^{\sim} (рис. 20), то во многих случаях ее можно представить в виде:

$$S_p^{\sim} = S_r^{\sim} \cup S_d^{\sim} \cup S_a^{\sim}, \quad (57)$$

где $S_d^{\sim} = \bigcup_i S_{d_i}^{\sim}$ – воображаемая поверхность, “занятая” вырезами, пазами;

S_a^{\sim} – сплошной участок поверхности S_p^{\sim} .

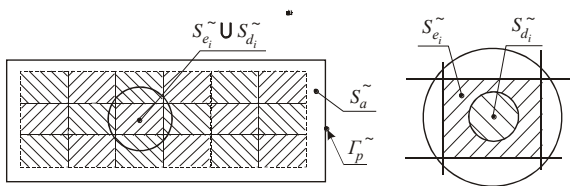


Рис. 10 – Полная исследуемая поверхность S_p^{\sim}

На голографической интерферограмме, фиксирующей поле перемещений точек исследуемой поверхности, основным информационным носителем являются интерференционные полосы. Естественно, что при расшифровке картины полос в автоматизированном режиме возникает ситуация (рис. 11), когда некоторые подобласти $S_{d_i}^{\sim}$ пересекают несколько интерференционных полос. Следуя формальному правилу принадлежности некоторой точке полосе с определенным номером (например, правило: все выбранные точки (ячейки) принадлежат одной и той же полосе, если из каждой точки

(ячейки) в каждую можно попасть вдоль линии, каждая точка которой принадлежит данной полосе), можно получить, что все полосы, проходящие через одну и ту же область выборки материала, имеют один и тот же номер. Искаженная картина может быть исправлена дополнительной процедурой идентификации, причем в некоторых ситуациях необходимо проводить эту операцию вручную.

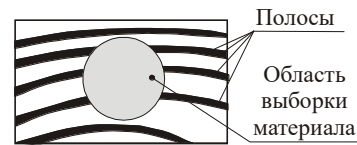


Рис. 11 – Наложение картин интерференционных полос на подобласти выборки материала

В то же время достаточно часто при исследовании аналогичных элементов технологической оснастки задачу можно разбить на 2 подзадачи: определение картины НДС в зонах выборки материала; определение общей картины деформирования исследуемого элемента технологической оснастки.

Первая из указанных задач решается для обособленных фрагментов общей картины распределения компонент НДС и сформулированных выше трудностей не содержит. При решении второй задачи возникает проблема избавления от множества особенностей формы. Действительно, более удобной при обработке является картина полос по области S_p^{\sim} без особенностей. Для решения данной задачи необходимо рассмотреть ее физическую и математическую стороны.

Физически область S_p^{\sim} можно получить, покрыв исследуемую поверхность тонкой эластичной пленкой, создающую сплошную однородную поверхность и, в то же время, практически не искажает картину НДС в оригинальной детали, получаемую без наложения пленки.

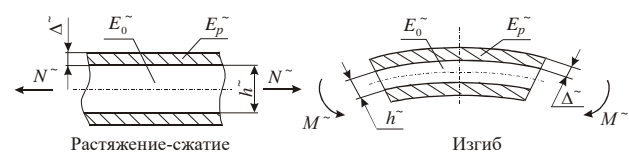


Рис. 12– Схема наложения пленки на исследуемый объект

С математической точки зрения важно оценить количественно вносимую покрытием погрешность и определить область применимости предложенного метода. На рис. 12 представлена схема наложения пленки на исследуемый объект при растяжении-сжатии и изгибе. Здесь E_o^{\sim} – модуль упругости основного материала, E_p^{\sim} – модуль упругости материала пленки. Жесткость на растяжение и изгиб изменяется соответственно в пределах

$$\lambda_1^{\sim} = 1 + \frac{E_p^{\sim}}{E_o^{\sim}} \cdot \frac{2\Delta^{\sim}}{h^{\sim}}; \quad \lambda_2^{\sim} = 1 + \frac{E_p^{\sim}}{E_o^{\sim}} \cdot \frac{\Delta^{\sim}}{h^{\sim}} \cdot 6. \quad (58)$$

Обозначая соотношение модулей в выражениях (58) $\lambda_{E^{\sim}}$, а отношения толщин $\lambda_{h^{\sim}}$, можно записать выражение для относительной погрешности при использовании пленки

$$\varepsilon^{\sim} = k^{\sim} \cdot \lambda_{E^{\sim}} \cdot \lambda_{h^{\sim}}, \quad (59)$$

где k^{\sim} – некоторый ограниченный коэффициент, зависящий от типа НДС в окрестности той или иной выборки материала. Видно, что для уменьшения погрешности измерений необходимо наклеивать относительно тонкую пленку из относительно податливого материала.

Внесение в исследуемую систему дополнительного покрытия формально означает, например, что исходный функционал полной внутренней энергии системы изменяется. Так, квадратичная его часть состоит в таком случае из двух слагаемых:

$$a_N^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_o^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) + a_p^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}), \quad (60)$$

где составляющие a_o^{\sim} и a_p^{\sim} выражают вклад основного материала и материала пленки. Тогда с учетом выражения (59)

$$a_N^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_o^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) (1 + 2k^{\sim}), \quad (61)$$

где $k^{\sim} \ll 1$ – среднеинтегральный коэффициент, отражающий специфику напряженно-деформированного состояния исследуемого объекта.

Поскольку в исходной постановке задачи предполагается устойчивость исследуемой задачи к изменению параметров системы, то погрешность, вносимая наклеиваемой индикаторной пленкой, будет того же порядка, что и k^{\sim} в выражении (61).

Кроме требований, предъявляемых к материалу и толщине индикаторной пленки, необходимо соблюдение дополнительных требований, диктуемых особенностями используемого метода голографической интерферометрии.

1. Поскольку при появлении в областях выборки материала зон сжатия или сдвига в тонких пленках могут возникать “выпучины”, то во избежание наложения локальных всплесков распределений перемещений необходимо создать в индикаторной пленке предварительное деформированное состояние (например, двухосное растяжение), такое, что в каждой точке $\varepsilon_0^{\sim} + \varepsilon_E^{\sim} \geq 0$, где ε_0^{\sim} – предварительная деформация в пленке; ε_E^{\sim} – деформация в процессе нагружения исследуемого объекта эксплуатационными нагрузками.

2. В областях $S_{e_i}^{\sim}$ требуется высокая адгезия

индикаторной пленки, поскольку в противном случае в отдельных областях может быть получена существенно искаженная картина НДС исследуемого объекта.

3. Индикаторная пленка должна обеспечивать удовлетворительные светоотражающие качества, т.е. быть достаточно равномерно по всей области диффузно отражающей поверхностью, что обеспечивает хорошее качество голографических интерферограмм.

Таким образом, индикаторная пленка является своеобразной «маской», устраняющей нерегулярности геометрии поверхности исследуемых объектов, но полностью отражающей в целом характерные свойства их деформированного состояния. Показано, что достаточно тонкая пленка из низко модульного материала, нанесенная на исследуемую поверхность способом, обеспечивающим высокую адгезию с основным материалом с одновременным созданием предварительного растяжения, позволяет получать практически неискаженную картину деформированного состояния элемента технологической оснастки.

Формально трактуя выражение (61), которое по структуре соответствует структуре функционала при применении процедуры регуляризации задач математической физики [37], можно говорить о “регуляризации” в том смысле, что в исследуемую систему вносится незначительный дополнительный элемент, позволяющий для корректной задачи устранить некорректность формы границы области.

Таким образом, в результате применения индикаторной пленки образуется новая система, практически совпадающая по жесткостным характеристикам с исследуемым объектом, но при этом позволяющая в автоматизированном режиме интерпретировать картину интерференционных полос.

Т. о., предложен комплекс методов для решения задачи вычисления и минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Разработана процедура приведения данных различной природы к универсальному формату. Задание массива данных в виде совокупности параметров, привязанных к узлам создаваемой исследователем сетки, которая покрывает исследуемую область, позволяет распространять на поля различного происхождения операции вычитания, суммирования (интегрирования по областям или под областям), а также любые другие операции. Этот формат, отделенный от форматов данных эксперимента и численных исследований, можно трактовать как некоторый «экран», на который проецируются два потока информации (“E” и “N”). При этом данный носитель информации по структуре формально независим от структуры носителей “E”, “N”. Указанные особенности позволяют абстрагироваться от технологии проведения численных и экспериментальных исследований в каждом конкретном случае, а также распространить на задачу минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований классических методов математического программирования. Предложенная технология “зашивания” нерегулярностей геометрической формы позволяет привести все операции

на поверхностях исследуемых объектов к операциям с односвязными областями. Таким образом, предложенные подходы обеспечивают приведение исходной задачи к ряду задач, технология решения которых достаточно отработана.

Решение модельных задач. С использованием разработанного программно-аппаратного комплекса (рис. 13) было проведено решение ряда тестовых задач. В частности, для апробации функционирования экспериментальной части ПАК было спроектировано, изготовлено и смонтировано устройство под условным названием “Краб” (рис. 14). Данное устройство позволяет проводить крепление и нагружение сплошных и перфорированных пластин, геометрия которых может быть достаточно произвольной. В частности, были спроектированы, изготовлены и исследованы сплошные и перфорированные пластины для имитации поведения базовых плит приспособлений и других объектов с особенностями геометрии.

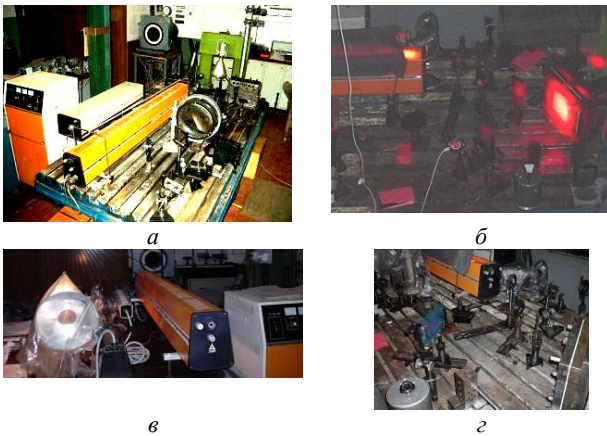


Рис. 13 – Элементы созданного программно-аппаратного комплекса: а - голографическая установка СИН-1, б - система ввода графической информации в компьютер на базе цифровых камер, в - лазер гелий-неоновый, г - элементы оптической схемы

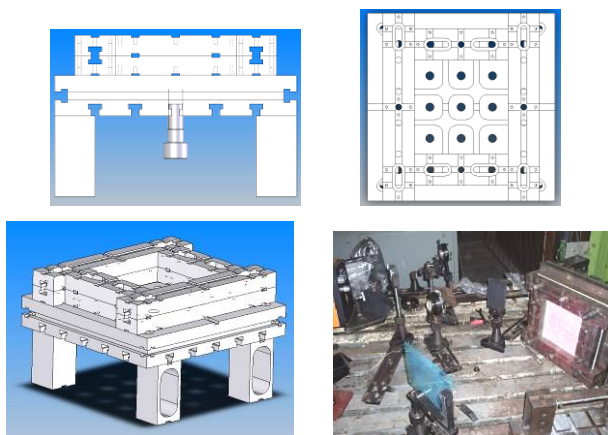


Рис. 14 – Экспериментальное устройство “Краб”

На рис. 15 приведены некоторые голографические интерферограммы, характеризующие деформированное состояние пластин при действии центрально

приложенной внешней силы (имитировалось при помощи силового винта приспособления “Краб”).

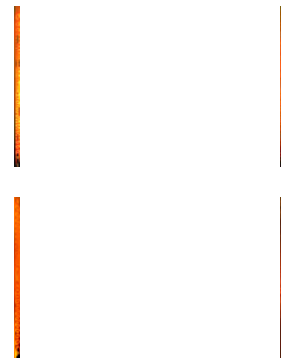
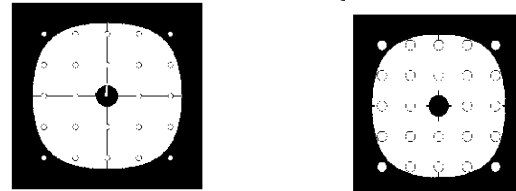


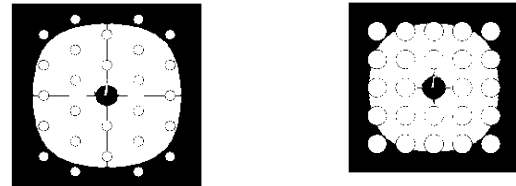
Рис. 15 – Голографические интерферограммы тест-пластин

Параллельно с экспериментом проводился численный анализ напряженно-деформированного состояния данных пластин (рис. 16). Конечно-элементные модели тест-пластин приведены на рис. 17.



Диаметр отверстий – 0,005 м

Диаметр отверстий – 0,01 м



Диаметр отверстий – 0,01 м

Диаметр отверстий – 0,02 м

Рис. 16 – Схема сплошных и перфорированных тест-пластин толщиной 2 и 4 мм, материал – Сталь 20Х, размеры по контуру закрепления – 0,18x0,18 м

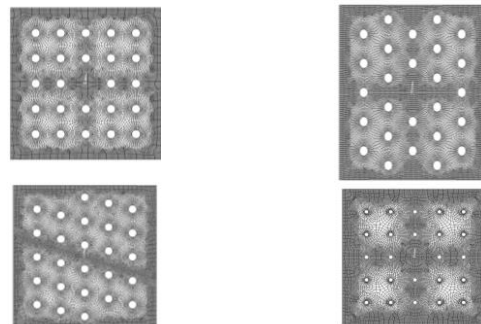


Рис. 17 – Конечно-элементные модели тест-пластин

Результаты количественного сравнения данных, полученных численно и экспериментально, показали, что при уменьшении среднего размера конечного элемента конечно-элементные модели повышается точность результатов (рис. 18 – 20). Однако это приводит к значительному росту требуемых для расчетов вычислительных ресурсов. Таким образом, исходя из конкретных условий и требований, возникающих на

практике, можно путем варьирования конечно-элементной модели обеспечивать необходимую точность численных моделей исследуемых элементов.

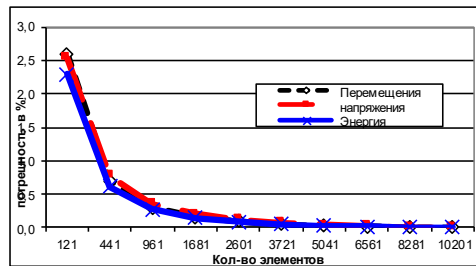


Рис. 18 – Относительная погрешность вычислений

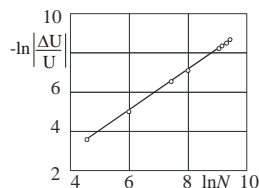


Рис. 19 – Зависимость погрешности в энергии от количества узлов конечно-элементной модели в логарифмическом масштабе

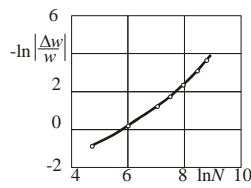


Рис. 20 – Зависимость погрешности в перемещениях от количества узлов конечно-элементной модели в логарифмическом масштабе

Картины, приведенные на рис. 19, 20, позволяют для исследуемого элемента определить вклад собственно эффекта количества конечных элементов на все характерные параметры численного определения НДС элементов исследуемых объектов.

При исследовании напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем очень большую роль играют в настоящее время мощные универсальные программные пакеты, позволяющие с большой точностью решать поставленные задачи. Основным условием получения достоверных результатов выступает в сложившихся условиях наличие точной расчетной модели. Для построения достоверной расчетной модели необходимо проводить комплекс исследований, направленных на обоснование следующих моментов:

1) *уточнение характера физического процесса в исследуемом объекте* - сводится в некотором смысле к определению структуры и параметров оператора краевой задачи L^* :

$$L^*(x, p, u) = 0, \quad x \in \Omega, \quad (62)$$

где x – координаты точек исследуемого тела, занимающего в пространстве область Ω ;

u – массив параметров состояния объекта;
 p – массив характеристик свойств объекта;

2) *уточнение характеристик расчетных моделей* (например, типов конечных элементов, их числа и характера распределения узлов конечноэлементной сетки) производится по результатам анализа распределения искомых величин, полученных расчетным или экспериментальным

путем;

3) *уточнение величины, характера и законов распределения внешних и внутренних нагрузок на исследуемые элементы* формально состоит в формулировке соответствующих силовых граничных условий

$$l_f(x, u) = f, \quad x \in S_f, \quad (63)$$

где l_f – оператор силовых граничных условий;

f – массив соответствующих нагрузок;

S_f – часть поверхности тела, через которую осуществляется приложение нагрузок;

4) *уточнение характера и законов распределения граничных условий* приводится к задаче описания на части поверхности S_u оператора краевых условий

$$l_u(x, u) \geq \mu, \quad x \in S_u, \quad (64)$$

где l_u – оператор краевых условий;

μ – некоторая задаваемая функция, характеризующая закон распределения и параметры граничных условий.

Определение характера физического процесса, явления и его параметров. Речь идет об уточнении типа оператора начально-краевой задачи и констант, описывающих характеристики материалов. Например, для густоперфорированных плит с подкрепляющими ребрами (рис. 21) важно определить характер НДС (или существенно 3-мерное, или комбинация плоского НДС и НДС изгиба пластин; если верно последнее, то возможно ли моделирование густоперфорированных областей анизотропными пластинчатыми элементами с эквивалентными в некотором смысле параметрами; если указанная замена возможна, то каковы характеристики „эквивалентная толщина – эквивалентные свойства материала“?).

На рис. 22 представлена модель базовой плиты для универсально-сборных приспособлений для сварочных работ (УСПС) и схемы ее нагружения (силы и моменты вдоль двух осей, прикладываемые симметричным образом к зонам в районе отверстий). Размеры базового варианта конструкции плиты в плане 272x320 мм, толщина – 9 мм, высота с ребром жесткости – 40 мм. Угловые точки плиты закреплены от смещений.



Рис. 21 – Плита УСПС

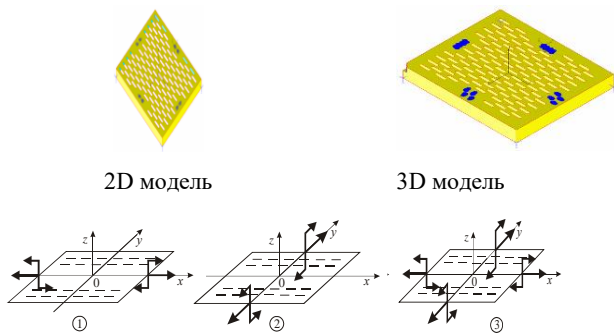


Рис. 22 – Модель плиты УСПС и схемы ее нагружения

Поскольку базовая плита представляет собой тонкостенную густоперфорированную конструкцию, то закономерно возникает вопрос о конечно-элементном моделировании НДС: применима ли в данном случае Shell-модель и какова погрешность расчета по сравнению с Solid-моделью?

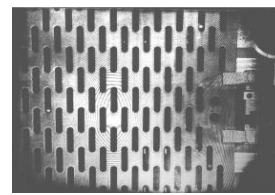
Для расчета плиты УСПС были построены 2 параметрические модели: трехмерная объемная (Solid-элементы) и пластинчато-оболочечная (Shell-элементы).

На рис. 23 приведены иллюстрации этапов и результатов исследования НДС базовой плиты УСПС методом спекл-голографической интерферометрии и методом конечных элементов (Shell-элементы и Solid-элементы).

Анализ полученных результатов позволил сделать следующие выводы.

Как показывает картина интерференционных полос, на базовой поверхности плиты отсутствуют резкие перепады градиентов нормальных перемещений. Сравнение результатов Shell- и Solid-моделирования подтверждает качественное совпадение распределения нормальных перемещений. Количественно полученные результаты отличаются менее чем на 3%. Таким образом, в принципе подтверждена возможность моделирования конструкций элементов технологической оснастки подобного типа (например, базовых плит приспособлений для оснащения станков типа „ОЦ“, рис. 24) Shell-элементами. При этом достигается высокая точность в определении перемещений. Учитывая, что уровень напряженного состояния данных элементов не является определяющим фактором, оправданным шагом является применение Shell-элементов при многовариантном исследовании жесткостных характеристик данных плит. Однако для уточнения картины напряженного состояния перфорированных плит, а также особенностей картины деформирования в зоне отверстий и сопряжений различных материалов требуется полная пространственная модель. Картина деформирования элементов сборно-разборных шаблонов для расположения приварок в боевом отделении бронированных машин (см. рис. 24) свидетельствует об отсутствии элементов, в которых бы уровень перемещений был намного выше, чем в остальных, а распределение перемещений в пределах каждого

элемента достаточно плавное, поэтому для этих систем применима стержневая конечно-элементная модель.



Голографическая интерферограмма базовой плиты УСПС

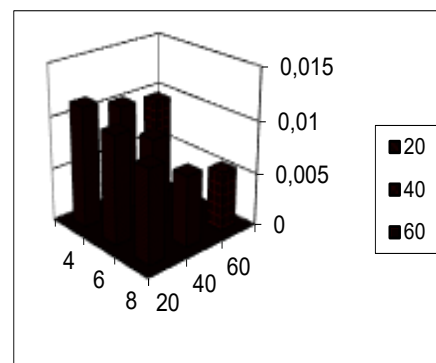
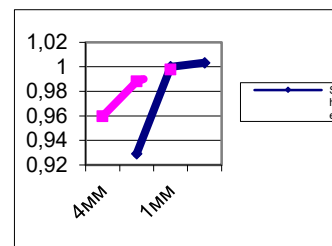
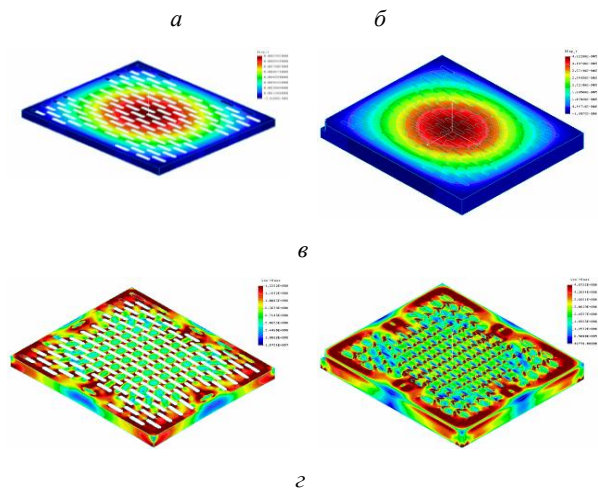


Рис. 23– Результаты экспериментального и численного исследования НДС базовой плиты УСПС: а - Shell-модель; б - Solid-модель; в - Картина распределения прогибов; г - картина распределения эквивалентных напряжений; д - зависимость максимального относительного перемещения точек плиты УСПС при уменьшении характерного размера конечного элемента (Shell, Solid); е - зависимость прогибов плиты УСПС при варьировании ее толщины (4, 6, 8 мм) и толщины периферийного ребра усиления (20, 40, 60 мм)

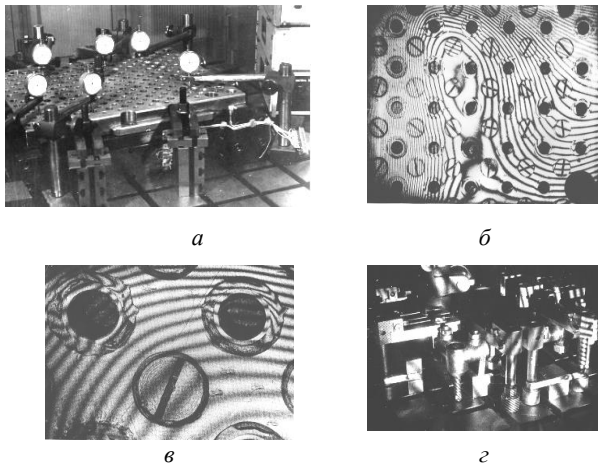


Рис. 24 – Базовая плита для оснащения приспособлений для станков типа „ОЦ” (БП-ОЦ), фрагменты интерферограмм БП-ОЦ и сборно-разборного шаблона для установки приварок в босвом отделении бронированных машин: а - БП-ОЦ; б - Фрагмент интерферограммы БП-ОЦ; в - Интерферограмма зон сопряжения втулка-пластмасса-плита БП-ОЦ; г - интерферограмма сборно-разборного шаблона

На рис. 25 приведена схема сборки из комплекта переналаживаемых сборно-разборных приспособлений для сборки трубопроводов под сварку (ПСРП-Т). Для приспособлений подобного типа важным вопросом является обоснованный выбор расчетной схемы для оперативного анализа НДС, поскольку основной смысл данных приспособлений состоит в возможности быстрой переналадки, а, значит, каждый раз при смене компоновки меняется расчетная схема. Решение задачи определения НДС в пространственной постановке делает ее громоздкой и растянутой во времени, а применение упрощенных плоских моделей требует соответствующего обоснования.

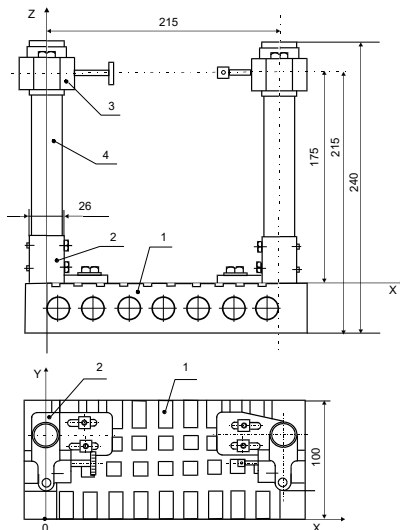


Рис. 25 – Схема компоновки ПСРП-Т

Для обоснованного выбора расчетной модели сборки ПСРП-Т предложен гибкий комбинированный метод, предполагающий различные пути построения моделей для исследования их прочностных и жесткостных характеристик. Он состоит в

комбинации расчетных и экспериментальных этапов.

Характерные особенности данного метода:

- *взаимозависимость* варьируемых параметров и контролируемых характеристик на расчетных и экспериментальных этапах и *совместный выбор основных значимых факторов*;

- *взаимовлияние* текущих результатов на изменение схемы дальнейших расчетов (экспериментов) и на выбор *определяющих параметров* создаваемой расчетной модели;

- *взаимоподтверждение типа расчетной модели* и *подтверждение адекватности* созданных моделей, в том числе *полноты модели*, т.е. отражение в модели *всех основных свойств* реальных объектов.

В результате комбинации различных этапов можно выделить следующие реализации предложенного подхода: “Э” – экспериментальный этап; “ЭЭ” – сочетание экспериментальных этапов; “Р-Э” – сочетание расчетного и экспериментального этапов; “Р-Э-Р” – сочетание расчетного и экспериментального этапов; “Э-Р-Э-Р” – сочетание расчетных и экспериментальных этапов; “Р-Р-Р” – сочетание расчетных этапов.

В данном случае была использована схема “Р-Э”. Схема “Р-Э” эффективна в случае, когда при построении расчетных моделей ЭТО процессы уточнения (подтверждения) ее *определяющих параметров* взаимно независимы (или когда этот параметр единственен). Например, при определении конструктивных параметров элементов комплекта ПСРП-Т одной из основных задач является исследование НДС базовых плит. Базовые плиты ПСРП-Т имеют сложную систему пазов и отверстий, предназначенных для базирования и закрепления опорных стоек и других элементов компонок, обеспечивающих сборку и сварку трубопроводов. При проведении данных операций температурные нагрузки, вызываемые пламенем горелки или сварочной дугой, приводят к деформациям элементов сборок, в том числе базовых плит. При этом во многих случаях схема компоновки позволяет предположить возникновение в базовых плитах напряженного состояния, близкого к плоскому. Правомерность данного предположения может быть оценена при сравнении результатов расчетов и лабораторных исследований одного из вариантов сборки ПСРП-Т МСГИ (рис. 26 - 27).

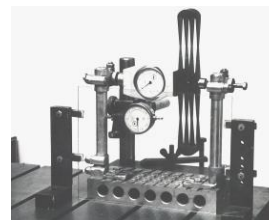


Рис. 26 – Запись спекл-интерферограммы

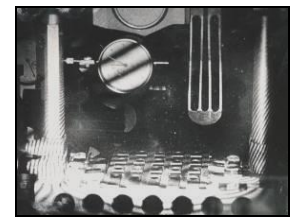


Рис. 27. Спекл-интерферограмма компоновки ПСРП-Т

Усилие в компоновке (95 Н) моделировалось силовым винтом и контролировалось динамометром сжатия, расположенными между опорными стойками сборки.

Отличительные особенности

деформированного состояния компоновки ПСРП-Т, выявленные в процессе экспериментальных исследований: преобладающими перемещениями являются в данном случае перемещения в плоскости xz ; условия закрепления стоек обеспечивают совместное деформирование всех элементов сборки.

Соответствующие численные исследования с использованием плоской и пространственной моделей показали аналогичный характер деформирования и совпадение величин перемещений (рис. 28 – 30). Погрешность в процессе расчетов не превышает 7%. Это подтверждает возможность применения в процессе дальнейших исследований для оперативного анализа НДС базовых плит ПСРП-Т конечно-элементных моделей плоского напряженного состояния. Это ускоряет проведение многовариантных расчетов на этапе предварительного выбора рациональных конструктивных схем и основных параметров плит ПСРП-Т.

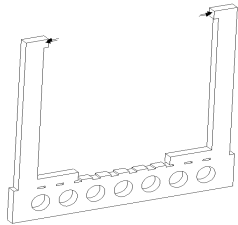


Рис. 28 – Расчетная схема компоновки ПСРП-Т

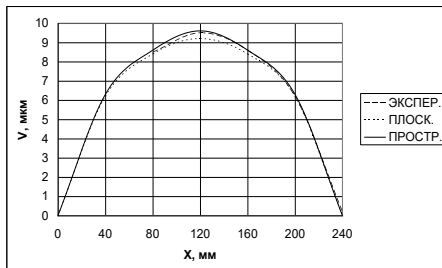


Рис. 29 – Распределения прогибов плиты по результатам экспериментального и численного исследования сборки ПСРП-Т

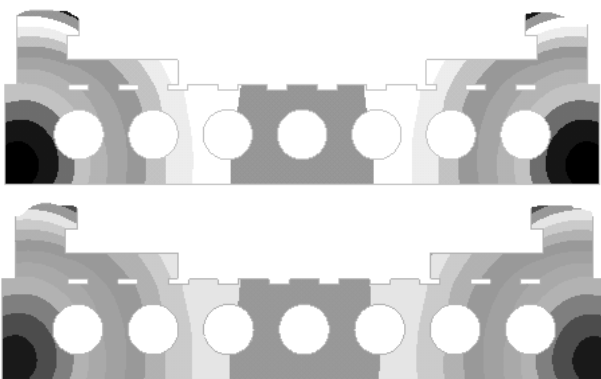


Рис. 30 – Картины распределения перемещений по результатам исследования плоской и пространственной модели плиты ПСРП-Т

Задача уточнения граничных условий. Задача уточнения граничных условий (т.е. достоверное описание соотношений (64)) является очень важным этапом во всем комплексе построения достоверных

расчетных моделей (или получения непосредственным образом конечного решения задачи анализа напряженно-деформированного состояния отдельного элемента или всей исследуемой механической системы). Структурно она содержит подзадачи:

- **Определение типа граничных условий**, которые могут иметь вид:

а) классических двусторонних граничных условий на участках поверхности S_u^I :

$$l_u^I(u) = g, \quad x \in S_u^I, \quad (65)$$

где l_u – линейный дифференциальный оператор;

g – задаваемая функция;

б) двусторонних граничных условий сопряжения на участках поверхности S_u^{II} (например, неразъемные соединения сваркой, пайкой и т.д.) типа

$$u^{(*)} = u^{(**)}, \quad x \in S_u^{II}, \quad (66)$$

где индексы (*), (**), относятся к первому и второму из сопрягаемых тел;

в) односторонних ограничений, определяющих условия непроникновения одного тела в другое или жесткое ограничение:

$$u_v^{(*)} + u_v^{(**)} \leq \delta, \quad x \in S_u^{III}, \quad (67)$$

где δ – зазор в сопряжении тел по нормали к поверхности возможного контакта S_u^{III} .

- **Определение основных параметров:**

а) области действия граничных условий (размеров и формы участков поверхности $S_u^I, S_u^{II}, S_u^{III}$);

б) задающих функций и параметров (g, δ и т.п.).

- **Определение границ применимости принятых граничных условий** в зависимости от некоторых внешних и внутренних факторов (усилий смыкания, усилий предварительной затяжки крепежных элементов и т.д.).

- **Определение чувствительности модели** к погрешности определения граничных условий или к их изменению.

Уточнение граничных условий. Для решения задачи уточнения граничных условий применимы различные методы: расчетный, экспериментальный, а также на основе анализа опыта исследований аналогичных конструкций. Наиболее достоверная информация может быть получена экспериментальным путем, в частности, здесь могут быть использованы следующие приемы: применение специальных измерительных приборов (индикаторы перемещений, щупы и т.д.); применение специальных регистрирующих сред или устройств (прокладки, фиксирующие величину и область распределения контактных давлений, микротензодатчики,

определяющие наличие (отсутствие) контакта и величину контактного усилия и т.д.); определение искомого вида граничных условий и его характеристик непосредственно в ходе экспериментов в качестве сопутствующей информации. В этом случае необходимая информация является одной из составляющих комплекса информационных данных, получаемых в ходе эксперимента для уточнения всех параметров модели.

Достоинства последнего из предложенных подходов: оперативность, простота, снижение затрат, отсутствие погрешностей, обусловленных различием условий при проведении различных экспериментов. В частности, без существенных изменений, добавлений и усложнений данный способ может быть реализован в рамках технологии спекл-голографической интерферометрии [31 – 34].

Примеры применения предложенного подхода для уточнения граничных условий. Использование предложенной технологии уточнения граничных условий может быть проиллюстрировано на примерах исследования элементов технологических систем. В частности, одной из важных проблем в области проектирования элементов технологической оснастки является обоснованный выбор способов ее крепления и базирования. Действительно, при наличии большого количества стыков именно перемещения в сопряжениях элементов исследуемых конструкций могут оказывать существенное влияние на баланс перемещений в системе. В то же время расчетное определение жесткости сопряжений во многих случаях затруднено в силу большого количества трудноучитываемых факторов. В связи с этим решающее значение приобретают экспериментальные исследования типовых схем сопряжения. В частности представляет интерес определение жесткости в сопряжениях сборок универсальных сборочных приспособлений – УСП. Та или иная конструктивная реализация сопряжений в универсальных сборочных приспособлениях оказывает, в конечном счете, влияние на точность базирования и обработки деталей на металлорежущих станках.

В качестве примера в соответствии с методикой спекл-голографических измерений были проведены исследования двух компоновок, показанных на рис. 31 и 32.

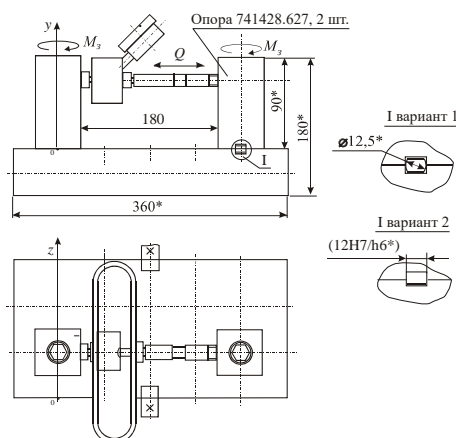


Рис. 31 – Компоновка УСП (вариант I)

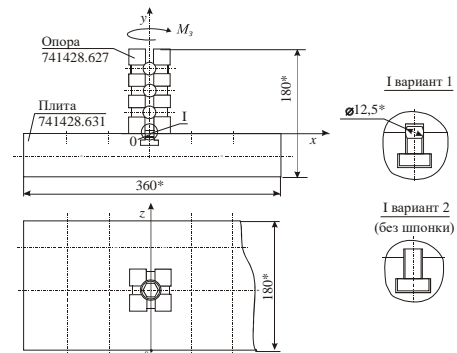


Рис. 32 – Компоновка УСП (вариант II)

Первая компоновка состоит из базовой плиты и опорного элемента, закрепленного на ней с помощью болтового соединения. Компоновка была выполнена в двух вариантах: с фиксацией опоры цилиндрической шпонкой (рис. 33) и с фиксацией опоры обычной призматической шпонкой (рис. 34).

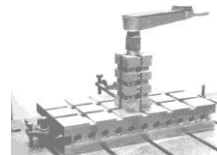


Рис. 33 – Компоновка УСП с фиксацией опоры цилиндрической шпонкой

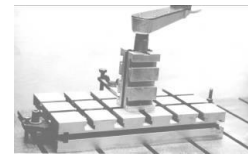


Рис. 34 – Компоновка УСП с фиксацией опоры обычной призматической шпонкой

Голографическое исследование двух указанных вариантов были проведены при перепаде моментов затяжки $\Delta M_z = 100 \text{ Нм} - 10 \text{ Нм}$. На рис. 35 и рис. 36 представлены голографические интерферограммы, характеризующие геометрические изменения, происшедшие с компоновками в процессе затяжки. Голографирование проводилось при освещении объекта вдоль оси z .

По голографическим интерферограммам, представленным на рис. 35 – 38, построены графические зависимости (рис. 39 – 40) перемещений точек поверхности компоновок, показанных на рис. 33, 34, вдоль осей x и y . На графических зависимостях введены обозначения $x_{цил}$, $y_{цил}$ и $x_{пр}$, $y_{пр}$ – координаты точек на компоновках с фиксацией опоры цилиндрической шпонкой и с фиксацией призматической шпонкой соответственно.

Вторая компоновка состоит из базовой плиты и двух опорных элементов, закрепленных с помощью болтового соединения моментом затяжки 150 Н. Исследуемый опорный элемент фиксируется в одном варианте цилиндрической шпонкой (рис. 41), в другом – обычной призматической (рис. 42). Внешней нагрузкой служит распирающая сила Q . Голографические исследования этих двух вариантов были проведены при перепаде распирающего усилий $\Delta P = (7,5 \text{ кН} - 6,3 \text{ кН}) = 1,2 \text{ кН}$ (рис. 43, 44). По голографическим интерферограммам построены графические зависимости (рис. 45, 46) перемещений точек поверхности компоновок, показанных на рис. 41,

42, вдоль осей x и y соответственно.

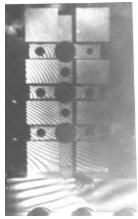


Рис. 35 – Голографическая интерферограмма компоновки с фиксацией опоры цилиндрической шпонкой (вид сбоку)



Рис. 36 – Голографическая интерферограмма компоновки с фиксацией опоры обычной призматической шпонкой (вид сбоку)

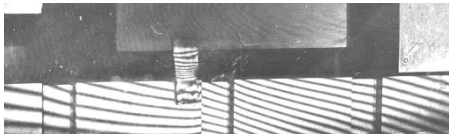


Рис. 37 – Голографическая интерферограмма базовой плиты при перепаде моментов затяжки $\Delta M_z = 100 \text{ Нм} - 10 \text{ Нм}$ с фиксацией опоры цилиндрической шпонкой



Рис. 38 – Голографическая интерферограмма базовой плиты при перепаде моментов затяжки $\Delta M_z = 100 \text{ Нм} - 10 \text{ Нм}$ с фиксацией опоры обычной призматической шпонкой

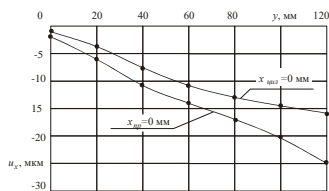


Рис. 39 – Графические зависимости перемещений точек поверхности компоновок рис. 33 и рис. 34 вдоль оси x

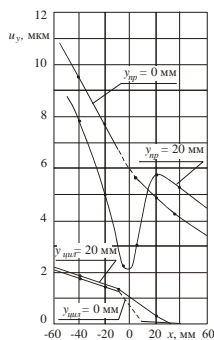


Рис. 40 – Графические зависимости перемещений точек поверхности компоновок рис. 33 и 34 вдоль оси y

В результате выполнения спекл-голографических исследований компоновок УСП было показано, что:

1. Диапазон величин измеряемых перемещений любых точек, лежащих на поверхности конструкции, составляет $0,5 \div 100 \text{ мкм}$.

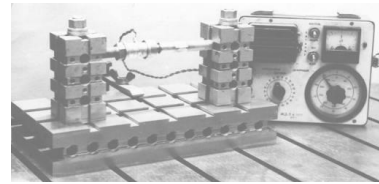


Рис. 41 – Компоновка, состоящая из базовой плиты и двух опорных элементов с фиксацией опор цилиндрическими шпонками

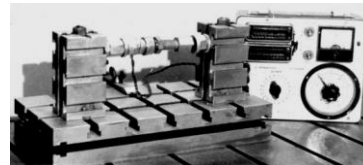


Рис. 42 – Компоновка, состоящая из базовой плиты и двух опорных элементов с фиксацией опор призматическими шпонками

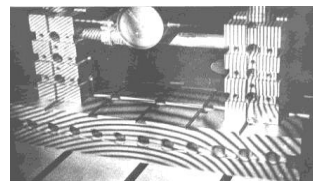


Рис. 43 – Голографическая интерферограмма компоновки с фиксацией опор цилиндрическими шпонками при перепаде усилия $1,2 \text{ кН}$

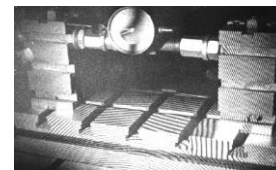


Рис. 44 – Голографическая интерферограмма компоновки с фиксацией опор обычными призматическими шпонками при перепаде усилия $1,2 \text{ кН}$

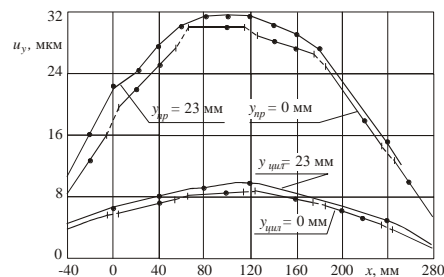


Рис. 45 – Графические зависимости перемещений точек базовых плит компоновок рис. 33 и рис. 34 вдоль оси x

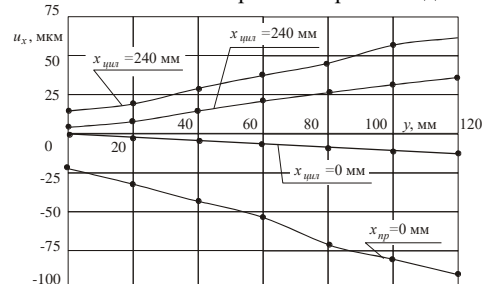


Рис. 46 – Графические зависимости перемещений точек поверхности компоновок рис. 33 и рис. 34 вдоль оси x

2. Величины перемещений точек, лежащих на

поверхности исследуемых компоновок, имеют практически линейную зависимость от величины момента затяжки в интервале 0-15 кГм для компоновок, показанных на рис. 34 и 35, и от величины распирающего усилия в интервале 0 ÷ 2,0 кН для компоновок, показанных на рис.42 и 43. Это было проверено для выбранных точек с помощью микрометрических индикаторов часового типа, и подтверждено голографическими исследованиями.

3. Максимальные перемещения верхней части опоры при перепаде момента затяжки от 0 ÷ 100 Нм составляют 24 мкм для опоры с фиксацией призматическими шпонками и 16 мкм для опоры с фиксацией цилиндрическими шпонками.

4. Максимальные перемещения верхней части опоры при перепаде распирающего усилия $\Delta P=7,50$ кН-6,3 кН=1,20 кН составляют 90 мкм для опоры с фиксацией призматическими шпонками и 30 мкм для опоры с фиксацией цилиндрическими шпонками.

5. Максимальные прогибы базовых плит при перепаде распирающего усилия $\Delta P=7,50$ кН-6,3 кН=1,20 кН составляют 32 мкм для опоры с фиксацией призматическими шпонками и 10 мкм для опоры с фиксацией цилиндрическими шпонками.

Проведенные экспериментальные исследования позволяют сделать вывод, что при фиксации опор цилиндрическими шпонками жесткость компоновок в 2-3 раза больше, чем при фиксации компоновок обычными призматическими шпонками. Оба вида рассмотренных компоновок работоспособны в широком диапазоне прикладываемых нагрузок, обеспечивая при этом необходимую жесткость собираемых конструкций. Проведенные исследования позволяют вычислять жесткость сборок как функцию того или иного конструктивного решения и вида организации сопряжения призма-плита.

Отдельным вопросом при этом является характер условий сопряжения по границам призма-плита и плита-основание (см. рис. 35 – 38). Несовпадение картин полос в этих сопряжениях свидетельствует об их относительном смещении, а наклейка резиновых „мостиков” позволяет количественно оценить данные смещения.

На рис. 47 показаны фрагменты интерферограмм, полученных при исследовании переналаживаемых станочных приспособлений тисочного типа. Видно, что в зонах сопряжения направляющих с подвижными губками наблюдается разрыв картин перемещений, что свидетельствует об отрыве губки от корпуса. В то же время в сопряжении подошвы корпуса со столом станка (в данном случае – базовой плитой) перемещения практически отсутствуют.

То же уточнение можно провести для сопряжений элементов пресс-форм (рис. 48). Таким образом, для определения граничных условий сопряжения в элементах технологической оснастки можно использовать или сравнение полей распределений искомым функций, полученных численным и экспериментальным путем, или прямое определение перемещений в зонах закрепления и сопряжения по голографическим интерферограммам.

Определение характера и закона распределения внешних нагрузок. В данном случае речь идет об определении величины или закона распределения нагрузок на исследуемый объект (во времени, в

пространстве, в зависимости от режимов эксплуатации).

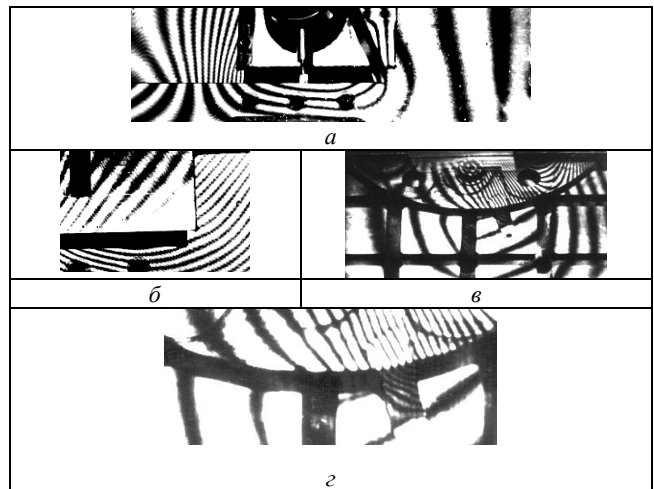


Рис. 47 – Фрагменты спекл-интерферограмм переналаживаемых тисков: *a* - сопряжение корпус - подвижная губка *б*- сопряжение неподвижная губка – деталь; *в* - сопряжение подошва корпуса - базовая плита; *г* - „мостик” в сопряжении основание – подошва

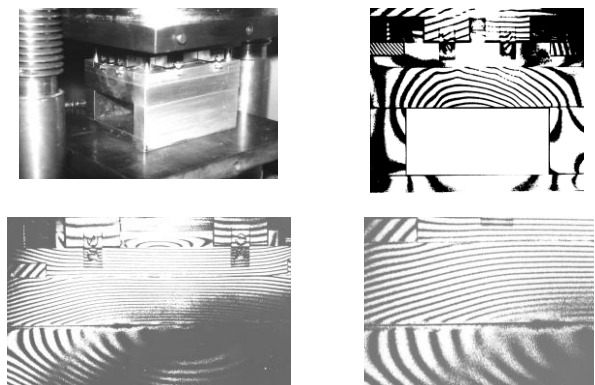


Рис. 48 – Модель пресс-формы на столе пресса и фрагменты интерферограмм в зонах сопряжения элементов пресс-формы:

В таком случае закон или неизвестен вообще, или аналитическое (численное) вычисление нагрузок сопряжено с затратами ресурсов, сопоставимыми или превышающими затраты на решение основной задачи. В частности, данная ситуация рельефно проявляется в ситуации, когда силовые параметры действующих нагрузок определяются по итогам решения другой задачи, которая описывает некоторый физико-механический процесс. Например, процесс резания материала при механической обработке на станках разных групп сопровождается силовым воздействием на инструмент (и далее - на приспособление), причем зависимость усилий резания выражается достаточно сложным образом от режимов резания, структуры обрабатываемого материала, формы и размеров режущего инструмента. Уточнение характера и величины воздействия в каждом конкретном случае требует экспериментального уточнения.

На рис. 49 – 54 приведены иллюстрации, отображающие аппаратуру, приспособления, рабочие моменты испытаний и осциллограммы, полученные в процессе уточнения усилий резания при торцевом

фрезеровании заготовки из легированной стали 12ХН3А на вертикально-фрезерном станке ВМ-127 методом электротензометрирования.

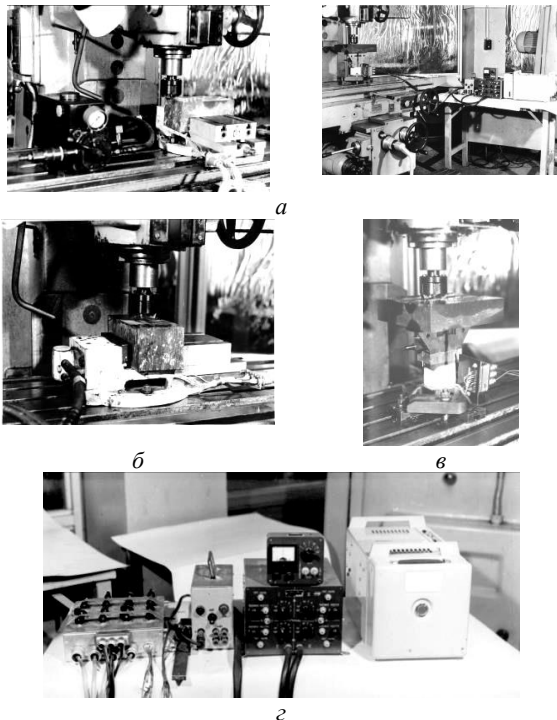


Рис. 49 – Рабочие моменты проведения исследования динамических процессов при обработке деталей на вертикально-фрезерном станке ВМ-127: *а* - рабочие моменты испытаний; *б* - станочное приспособление тисочного типа; *в* - приспособление из деталей комплекта УСП; *г* - аппаратура для проведения тензометрических исследований: усилитель ТА-5; осциллограф светолучевой НО41; переключатель датчиков

Количественный анализ осциллограмм, полученных при обработке заготовки, закрепленной в переналаживаемых тисках, позволил определить усилия резания. Так, при использовании сборных торцевых фрез с пластинами из твердых сплавов (диаметр фрезы 63 мм и 160 мм, количество зубьев – 5 и 10) при подаче до $3,34 \cdot 10^{-3}$ м/с (200 мм/мин.), частоте вращения инструмента $6,67 \text{ с}^{-1}$ (400 об./мин.) усилия резания в плоскости вращения составляют в каждом направлении примерно 17,6 кН. При этом динамическое воздействие от инструмента на заготовку, а через нее – на приспособление можно рассматривать как квазистатическое, поскольку частота возмущающей силы намного меньше низших собственных частот тисков. Кроме того, динамическая составляющая от сил резания в несколько раз меньше статической составляющей от усилий закрепления. Проведенные исследования позволяют установить пересчетные коэффициенты для усилий резания при обработке деталей из различных материалов.

Качественный анализ осциллограмм позволил выделить следующие особенности. При обработке заготовки, закрепленной на специальном приспособлении (см. рис. 54), в отличие от случая закрепления в тисках, наблюдается процесс колебаний, амплитуда которых промодулирована процессом с частотой, меньшей частоты возмущения от действия зубьев фрезы на материал. Такой сложный динамический процесс объясняется и

существенно меньшей жесткостью использованной сборки УСП, и отсутствием усилий замыкания в подсистеме приспособление - заготовка.

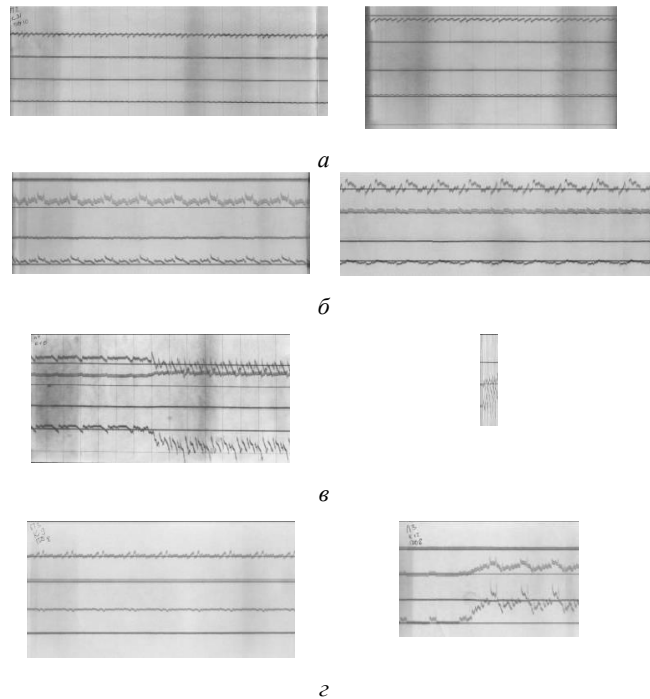


Рис. 50 – Примеры осциллограмм, полученных при обработке заготовки на приспособлении 3.14.7202.0098 при различных режимах (количество зубьев фрезы z , толщина срезаемого слоя t , подача s_m , угловая скорость вращения инструмента n): *а* - фреза $\varnothing 63$ мм, $z=5$, $t=5$ мм, $s_m = 1,67 \cdot 10^{-3}$ м/с (100 мм/мин.), $n=6,67 \text{ с}^{-1}$ (400 об./мин.); *б* - фреза $\varnothing 160$ мм, $z=10$, $t=5$ мм, $s_m=3,34 \cdot 10^{-3}$ м/с (200 мм/мин.), $n=6,67 \text{ с}^{-1}$ (400 об./мин.); *в* - фреза $\varnothing 160$ мм, $z=10$, $t=5$ мм, $s_m=3,34 \cdot 10^{-3}$ м/с (200 мм/мин.), $n=6,67 \text{ с}^{-1}$ (400 об./мин.), поперечная подача; *г* - фреза $\varnothing 160$ мм, $z=10$, $t=5$ мм, $s_m=3,34 \cdot 10^{-3}$ м/с (200 мм/мин.), $n=6,67 \text{ с}^{-1}$ (400 об./мин.), продольная подача

Данный пример является, таким образом, наглядным примером конструкции, которая не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к технологической оснастке.



Рис. 51 – Пример осциллограммы, полученной при закреплении заготовки в приспособлении 3.14.7202.0098

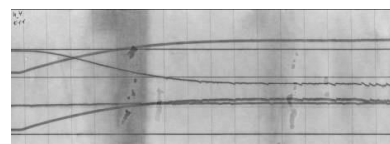


Рис. 52 – Пример осциллограммы, полученной при закреплении заготовки в приспособлении 3.14.7202.0098 и обработке материала

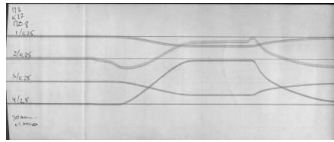


Рис. 53 – Пример осциллограммы, полученной при закреплении заготовки в приспособлении 3.14.7202.0098 и освобождении детали

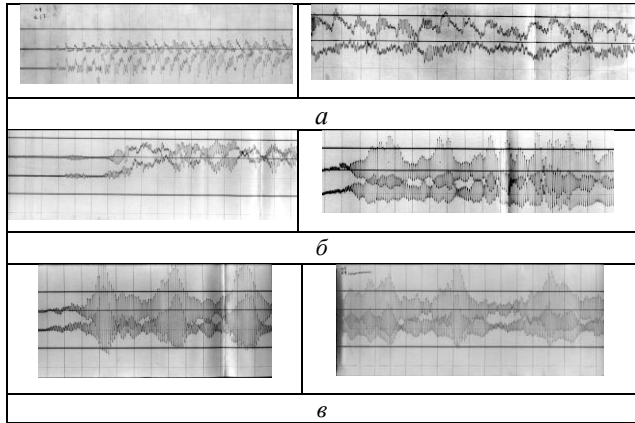


Рис. 54 – Примеры осциллограмм, полученных при обработке заготовки, закрепленной на сборке УСП при различных режимах (количество зубьев фрезы z , толщина срезаемого слоя t , подача s_m , угловая скорость вращения инструмента n): а - фреза $\varnothing 63$ мм, $z=5$, $t=1$ мм, $s_m=1,67 \cdot 10^{-3}$ м/с (100 мм/мин.), $n=3,33$ с $^{-1}$ (200 об./мин.); б - фреза $\varnothing 63$ мм, $z=5$, $t=1$ мм, $s_m=1,67 \cdot 10^{-3}$ м/с (100 мм/мин.), $n=6,67$ с $^{-1}$ (400 об./мин.); в - фреза $\varnothing 63$ мм, $z=5$, $t=1$ мм, $s_m=1,67 \cdot 10^{-3}$ м/с (100 мм/мин.), $n=6,67$ с $^{-1}$ (400 об./мин.), нецентральное расположение инструмента относительно обрабатываемой детали

Неудовлетворительными являются и конструктивное решение, и конкретные конструктивные и технологические параметры. Ценность этой компоновки из элементов комплекса УСП состоит в том, что она является примером конструкции, которая находится за пределами области допустимых решений по критерию жесткости и точности обработки. Варьируя параметры или конструктивные решения, можно пошагово приближаться к области допустимых решений “извне”. В случае перенастраиваемых приспособлений тисочного типа такое приближение осуществимо “изнутри”, если брать в качестве начальной точки рассмотренные конструктивное решение и параметры.

На рис. 55 приведена осциллограмма, полученная при пробивке заготовки на реальном прессе в реальном штампе. Качественно данная картина соответствует кривой напряжения-деформации при статическом нагружении на всех этапах от начального до разрушения. Это свидетельствует о том, что процесс штамповки с точки зрения нагружения режущего инструмента можно рассматривать с большой степенью точности как квазистатический.

На рис. 56 приведены типовые осциллограммы, полученные при исследовании процесса фрезерования заготовки из стали Х12Ф1 на приспособлении типа стойка. Видно, что частота колебаний фрезы намного выше частот колебания приспособления. Если при этом к качественной картине добавить, что экспериментально определенные первые собственные частоты колебаний

стойки составляют около 17,5 и 35 кГц, то становится понятным, что рабочие частоты нагружения приспособления силами резания намного ниже собственных. Это в свою очередь оправдывает рассмотрение таких воздействий как квазистатических.

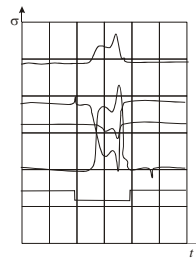


Рис. 55 – Осциллограмма усилий штамповки, действующих на пуансон в процессе пробивания штампуемого материала

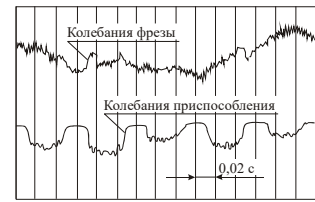


Рис. 56 – Осциллограммы, полученные при исследовании процесса фрезерования заготовки из стали Х12Ф1 на приспособлении типа стойка

Качественный анализ результатов комплекса проведенных исследований различных процессов на различных приспособлениях дает возможность сделать следующие выводы.

1. Для обеспечения необходимой точности обработки деталей необходимо обеспечивать превышение нижней границы спектра собственных колебаний в технологической системе верхней границы спектра возмущающих сил.

2. Существенным фактором обеспечения точности обработки является организация усилий замыкания в подсистемах технологической системы, в том числе в станочных приспособлениях, штампах, пресс-формах. При этом важно, чтобы данные усилия превышали технологические усилия при резании, литье, штамповке.

3. Процесс измерений на конкретных режимах резания, материале заготовок, параметрах инструмента дает возможность получать не только качественные результаты, но и количественные характеристики для определения технологических усилий. Таким образом обеспечивается достоверная “калибровка” эмпирических формул.

4. Варьирование конструктивных решений исследуемых объектов, технологических и конструктивных параметров позволяет определить границу области допустимых решений при их проектировании. Пробное варьирование, выполненное в окрестности некоторой точки из области допустимых решений с разбросом варьируемых параметров при проведении экспериментальных исследований наряду с количественными значениями возмущающих воздействий позволяет сделать обоснованный вывод о приемлемости тех или иных типов расчетных схем при проведении численных исследований тех или иных элементов.

Выводы. В работе разработан единый подход к расчетно-экспериментальному исследованию НДС элементов машиностроительных конструкций на базе обобщенного параметрического подхода. При этом:

1. Разработанная обобщенная математическая модель для исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов механических систем соединяет все этапы от составления систем уравнений до сравнения численных результатов с экспериментальными данными.

2. Задача синтеза расчетных моделей элементов механических систем получила полную математическую формализацию.

3. Достоверность расчетных моделей исследуемых элементов обеспечивается соединением преимуществ метода конечных элементов и метода спектрографической интерферометрии: путем сравнения полей различного происхождения (причем каждый из методов – МКЭ и МСГИ – обладает высокой точностью и широкими возможностями) удастся замкнуть цикл расчетно-экспериментальных исследований, получив не только конкретные результаты для конкретной задачи, но также достоверную численную модель.

4. Разработанные методы автоматизированного перевода графического портрета деформирования элементов сложных механических систем в численный формат данных обладают свойствами устойчивости и обеспечения плавности получаемых при расшифровке полей искомых функций.

5. Предложенная конкретизация функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований позволяет получить численную характеристику при сравнении полей перемещений точек элементов сложных механических систем.

6. Разработка единого формата данных для вычисления функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований дает возможность удобного и точного его вычисления.

7. Модифицированные методы минимизации функционала позволяют экономно, с достаточной универсальностью и гарантированностью произвести поиск параметров, обеспечивающих высокое качество расчетных моделей исследуемых объектов.

8. Метод “регуляризации” формы исследуемых элементов механических систем с большим количеством отверстий, пазов, выборок позволяет формально перейти к сравнению распределения искомых величин в односвязной области.

Таким образом, предложенный подход после формализации основных этапов исследований при помощи соответствующего математического аппарата реализован в виде конечного числа задач, методы решения которых приведены в работе.

Для перехода к решению в дальнейшем последующих конкретных задач разработанные методы должны быть реализованы в виде соответствующего программно-аппаратного комплекса.

Список литературы

- Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. 7th Edition. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p. ISBN: 1856176339
- Соколов С. Л. Расчетно-экспериментальные методы исследования напряженно-деформированного состояния и циклической долговечности пневматических шин. Дис. доктор.техн.наук, Москва, 2011.264 с.
- Куменко А. И. Совершенствование расчетно-экспериментальных методов исследования динамических характеристик турбоагрегатов и их элементов. Дис. доктор.техн.наук, Москва, 1999.
- Ткачук Н.А. Определение значимых параметров расчетных моделей элементов механических систем по результатам эксперимента. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Динаміка і міцність машин*. Харків: НТУ “ХПІ”, 2001. № 25. С.141-145.
- Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Динаміка і міцність машин*. Харків: НТУ “ХПІ”, 2002. № 10. С.126-132.
- Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальное исследование элементов сложных механических систем. *Сб. тр. Второй конф. пользователей программного обеспечения CAD-FEM GMBH*. Москва. 2002. С.256-260.
- Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Глущенко Е.В., Ткачук А.В. Решение задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ “ХПІ”, 2004. № 2, т. 2. С.85-96.
- Ткачук Н.А., Липовецкий Л.С., Кохановский В.И., Гоголь Н.А., Федоренко Г.Л. Теоретические основы расчетно-экспериментального исследования элементов горно-шахтного оборудования. *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. Харків, Національний аерокосмічний університет ім. М.С. Жуковського "Харківський авіаційний інститут", 2005, №1, С. 95-98.
- Чепурной А.Д., Глинин Г.П., Гусев Ю.Б., Пеклич М.М., Барчан Е.Н., Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров элементов машиностроительных конструкций. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування і САПР*. 2005, №53, С. 162-176.
- Грищенко Г.Д., Гладких В.И., Капустин А.А., Орлов Е.А., Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов механических систем: математическое, численное и экспериментальное моделирование. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування і САПР*. 2005, №60, С. 44-67.
- Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Ткачук А.Н., Бондаренко А.В., Бруль С.Т., Литвиненко А.В. Расчетно-экспериментальное обоснование параметров численных моделей элементов механических систем. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування та САПР*, 2008, №14. С. 117-125.
- Веретельник Ю.В., Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д. Расчетно-экспериментальный синтез конечно-элементных моделей тел с регулярной системой вырезов. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування та САПР*, 2009. №12, С. 24-50.
- Ткачук Н.А., Мовшович И.Я., Ткачук А.Н. Элементы разделительных штампов: методы и модели для исследования напряженно-деформированного состояния. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением*. Москва, 2009. №2. С. 16-25.
- Чепурной А.Д., Глинин Г.П., Ткачук Н.А. Базовые экспериментальные исследования для синтеза гибридных расчетных моделей высокоответственных машин. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування та САПР*, 2009, №28. – С. 140-162.
- Ткачук Н.А., Сериков В.И., Веретельник Ю.В. Расчетно-экспериментальный метод исследования напряженно-деформированного состояния тел с регулярной системой вырезов. *Вісник СевНТУ. Вип. 110. Механіка, енергетика, екологія*. 2010. С. 49–54.
- M.A. Tkachuk, A.V. Grabovsky and M.M. Tkachuk. An Approach to Identification of Impact Interaction Model for a Vibroimpact System. *Proceedings of the 3d International Conference on Nonlinear Dynamics. – Kharkov*. 2010, September 21-24. Pp. 207-212.
- Полищук Т.В., Ткачук Н.А., Негрובה Н.Б. Кинематика механизмов наклона крупногабаритных машин: компьютерное моделирование и эксперимент. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування та САПР*. 2011. № 22. С. 86-103.
- Карапейчик И.Н., Чепурной А.Д., Ткачук Н.А. Многоуровневые гибридные расчетно-экспериментальные модели для синтеза параметров элементов специальных транспортных средств. *Механіка та машинобудування*. 2011. №2. С. 113–119.
- Миргородский Ю.Я., Белов Н.Л., Карапейчик И.Н., Бруль С.Т., Ткачук Н.А., Пелешко Е.В. Расчетно-экспериментальные исследования реакции бронекорпусов военных колесных и гусеничных машин на ударно-импульсное воздействие. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Тем. вип.: *Машинобудування та САПР*. 2012, №22. С. 87-92.
- Ткачук Н.Н., Чепурной А.Д., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В., Ткачук Н.А. Расчетно-экспериментальная идентификация математических и численных моделей элементов сложных механических систем. *Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. Научно-техн. и производств. журнал*. Москва: ООО "Тисо Принт", 2014. № 2. С. 3-9.
- Гусев Ю. Б., Шейченко Р. И., Ткачук Н. А., Танченко А. Ю., Грабовский А. В., Набоков А. В., Бондаренко М. А., Головин А. М., Шеманская В. В. Экспериментальные исследования тонкостенных конструкций. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Серія: *Транспортне машинобудування*. 2017. № 14 (1236). С. 140–155.
- Веретельник Ю. В., Ткачук А. В., Кохановская О. В., Храмова И. Я., Зарубина А. А., Кохановский В. И., Ткачук Н. А., Малакей А. Н., Набоков А.В., Головин А. М., Веретельник О.В. Компьютерное моделирование процессов и состояний сложных систем: обоснование параметров моделей расчетно-экспериментальным путем. *Вісник НТУ “ХПІ”*. Серія:

- Машинознавство та САПР*. Харків: НТУ "ХПІ". 2017. №12 (1234). С. 14-25.
23. Ткачук Н. А., Хлань А. В., Шейко А. И., Малакей А. Н., Набоков А. В., Грабовский А. В., Танченко А. Ю., Васильев А. Ю., Ткачук А. В. Разработка математического аппарата для решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. Харків: НТУ "ХПІ". 2017. №12 (1234). С. 110-131.
 24. Континуальная и дискретно-континуальная модификация поверхностей деталей: монография / Н.А. Ткачук, С.С. Дьяченко, Э.К. Посвятенко, С.А. Кравченко, В.Г. Гончаров, В.В. Шпаковский, Н.Л. Белов, А.И. Шейко, А.К. Олейник, И. В. Пономаренко. – Х. : «Планета-Принт», 2018. – 259 с. *Підп. до друку 26.01.2018 р. Ум.др.арк. 23,33.*
 25. Mykola Tkachuk, Maryna Bondarenko, Andriy Grabovskiy, Roman Sheychenko, Roman Graborov, Vitaliy Posohov, Eugene Lunyov, Anatoliy Nabokov, Anton Vasiliev. Thin-Walled Structures: Analysis of the Stressed-Strained State and Parameter Validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 1/7 (91). 2018. Pp. 18-29. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.120547.
 26. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений в конструкциях: сборник. Академия наук СССР; Институт машиноведения им. А. А. Благонравова; Под ред. Н. И. Пригоровского. Москва: Наука, 1977. 146 с. ил.
 27. Babuska I., Miller A. A feedback finite element method with a posteriori error estimation. Part I. *Comp. Meth. Appl. Meth. Eng.* 1987. №61. Pp.1-40.
 28. Altenbach J., Mucke R. A priori Aussagen zur Qualitätssteuerung von Finite-Element-Berechnungen in der Elastizitätstheorie. *ZAMM*. 1993. № 73, T.915-918.
 29. B. Tabarrok, Z. Qin, M. Stylianou. Generalized conservation checks in finite element analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1998. Vol.43 (7), Pp.1295-1307.
 30. Baumann C.E., Tinsley Oden J. An adaptive-order discontinuous Galerkin method for the solution of the Euler equations of gas dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2000. Vol.47 (1), Pp. 61-73.
 31. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. Москва: Мир, 1982. 504 с.
 32. Капустин А.А. Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натуральных конструкций. – В кн.: *Физические основы голографии. Л.: ЛИЯФ*. 1979. С.137-159.
 33. Клименко И.С. Голография сфокусированных изображений. Москва: Наука, 1985 224 с.
 34. Капустин А.А. Методы, использующие голографическую интерферометрию для спекл-интерферометрических измерений. В кн.: *Методические указания. Применение спекл-интерферометрии для контроля качества промышленных изделий*. Горький: ГФ. ВНИИМАШ, 1980. С.45-53.
 35. Derstine M.S., Pindera M.J., Bowles D.E. Experimental analytical characterization of composite tubes under combined loading. *Exp. Mech.* 990. Vol.30, № 4. Pp.336-344.
 36. Ma Xin, Qian Yi-yu, Yoshida F. Конечно-элементный анализ распределения характеристик напряжение-деформация в SMT паяных соединениях. 1. Динамические показатели распределения напряжений-деформаций. *Zhongguo youse jinshu xuebao = Chin. J. Nonferrous Metals*. 2000. 10, № 3. С.404-410.
 37. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1974. 224 с.
 38. Стренг Э., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. Москва: Мир, 1977. 349 с.
 39. Карманов В.Г. Математическое программирование. Москва: Наука, 1980. 536 с.
- elementov mehanicheskikh sistem po rezultatam eksperimenta. *Visnyk NTU "XPI". Tem. vy'p.: Dy'namika i micznist' mashyn*. Xarkiv: NTU "XPI", 2001, no 25, pp. 141-145.
5. Tkachuk N.A. Raschetno-eksperimentalnoe issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov slozhnyh mehanicheskikh sistem. *Visnyk NTU "XPI". Tem. vy'p.: Dy'namika i micznist' mashyn*. Xarkiv: NTU "XPI", 2002, no 10, pp. 126-132.
 6. Tkachuk N.A. Raschetno-eksperimentalnoe issledovanie elementov slozhnyh mehanicheskikh sistem. *Sb. tr. Vtoroy konf. polzovateley programmnogo obespecheniya CAD-FEM GMBH*. Moskva. 2002, pp.256-260.
 7. Tkachuk N.A., Gricenko G.D., Gluschenko E.V., Tkachuk A.V. Reshenie zadach raschetno-eksperimentalnogo issledovaniya elementov slozhnyh mehanicheskikh sistem. *Mexanika ta mashynobuduvannya*. Xarkiv: NTU „XPI“, 2004, no 2, vol. 2, pp.85-96.
 8. Tkachuk N.A., Lipoveckiy L.S., Kohanovskiy V.I., Gogol N.A., Fedoreni G.L. Teoreticheskie osnovy raschetno-eksperimentalnogo issledovaniya elementov gomo-shahtnogo obrudovaniya. *Radioelektronni i kompyuterni sy'stemy*. Xarkiv, Nacional'nyj aerokosmichnyj universy'tet im. M.Ye. Zhukov's'kogo "Xarkiv's'kyj aviacijnyj insty'tut", 2005, no 1, pp. 95-98.
 9. Chepumoy A.D., Glinin G.P., Gusev Yu.B., Peklich M.M., Barchan E.N., Tkachuk N.A. Raschetno-eksperimentalnyy metod opredeleniya parametrov elementov mashinostroitelnyh konstrukciy. *Vestnik NTU „HPI“*. Tem. vyp.: *Mashinovedenie i SAPR*. 2005, no 53, pp. 162-176.
 10. Gricenko G.D., Gladkih V.I., Kapustin A.A., Orlov E.A., Tkachuk N.A. Raschetno-eksperimentalnoe issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov mehanicheskikh sistem: matematicheskoe, chislennoe i eksperimentalnoe modelirovanie. *Vestnik NTU „HPI“*. Tem. vyp.: *Mashinovedenie i SAPR*. 2005, no 60, pp. 44-67.
 11. Tkachuk N.A., Gricenko G.D., Tkachuk A.N., Bondarenko A.V., Brul S.T., Litvinenko A.V. Raschetno-eksperimentalnoe obosnovanie parametrov chislennyh modeley elementov mehanicheskikh sistem. *Visnyk NTU "XPI". Tem. vy'p.: Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2008, no 14, pp. 117-125.
 12. Veretelnik Yu.V., Tkachuk N.A., Gricenko G.D. Raschetno-eksperimentalnyy sintez konechno-elementnyh modeley tel s regulyamoj sistemoy vyrezov. *Visnyk NTU „XPI“*. Tem. vy'p.: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2009, no12, pp. 24-50.
 13. Tkachuk N.A., Movshovich I.Ya., Tkachuk A.N. Elementy razdelitelnyh shtampov: metody i modeli dlya issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya. *Kuznechno-shtampovnochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. Moskva, 2009, no 2, pp. 16-25.
 14. Chepumoy A.D., Glinin G.P., Tkachuk N.A. Bazovye eksperimentalnye issledovaniya dlya sinteza gibridnyh raschetnyh modeley vysokootvetstvennyh mashin. *Visnyk NTU „XPI“*. Tem. vy'p.: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2009, no 28, pp. 140-162.
 15. Tkachuk N. A., Serikov V.I., Veretelnik Yu.V. Raschetno-eksperimentalnyy metod issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya tel s regulyamoj sistemoy vyrezov. *Visnyk SevNTU. Vy'p. 110. Mexanika, energety'ka, ekologiya*. 2010. Pp. 49-54.
 16. M.A. Tkachuk, A.V. Grabovsky and M.M. Tkachuk. An Approach to Identification of Impact Interaction Model for a Vibroimpact System. *Proceedings of the 3d International Conference on Nonlinear Dynamics*. Kharkov, 2010, September 21-24. Pp. 207-212.
 17. Polischuk T.V., Tkachuk N.A., Negrobova N.B. Kinematika mehanizmov naklona krupnogabaritnyh mashin: kompyuternoe modelirovanie i eksperiment. *Visnyk NTU «XPI»*. Tem. vy'p.: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2011, no 22, pp. 86-103.
 18. Karapychik I.N., Chepumoy A.D., Tkachuk N.A. Mnogourovnevye gibridnye raschetno-eksperimentalnye modeli dlya sinteza parametrov elementov specialnyh transportnyh sredstv. *Mexanika ta mashynobuduvannya*. 2011, no 2, pp. 113-119.
 19. Mirgorodskiy Yu.Ya., Belov N.L., Karapychik I.N., Brul S.T., Tkachuk N.A., Peleshko E.V. Raschetno-eksperimentalnye issledovaniya reakcii bronekorpusov voennyh kolesnyh i gusenichnyh mashin na udarno-impulsnoe vozdeystvie. *Visnyk NTU «XPI»*. Tem. vy'p.: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2012, no 22, pp. 87-92.
 20. Tkachuk N.N., Chepumoy A.D., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V., Tkachuk N.A. Raschetno-eksperimentalnaya identifikatsiya matematicheskikh i chislennyh modeley elementov slozhnyh mehanicheskikh sistem. *Kuznechno-shtampovnochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem. Nauchno-tehn. i proizvodstv. zhurnal*. Moskva: OOO "Tiso Print", 2014, no 2, pp. 3-9.
 21. Gusev Yu. B., Sheychenko R. I., Tkachuk N. A., Tanchenko A. Yu., Grabovskiy A. V., Nabokov A. V., Bondarenko M. A., Golovin A. M., Shemanskaya V. V. Eksperimentalnye issledovaniya tonkostennyh konstrukciy. *Visnyk NTU «XPI»*. Seriya: *Transportne mashynobuduvannya*. 2017, no 14 (1236), pp. 140-155.
 22. Veretelnik Yu. V., Tkachuk A. V., Kohanovskaya O. V., Hramcova I. Ya., Zarubina A. A., Kohanovskiy V. I., Tkachuk N. A., Malakey A. N., Nabokov A.V., Golovin A. M., Veretelnik O.V. Kompyuternoe

References (transliterated)

1. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th Edition. Butterworth-Heinemann, 2013. 756 p. ISBN: 1856176339
2. Sokolov S. L. *Raschetno-eksperimentalnye metody issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i ciklicheskoj dolgovechnosti pnevmoticheskikh shin*. Dis. doktor.tehn.nauk, Moscow: 2011. 264 p.
3. Kumenko A. I. *Sovershenstvovanie raschyotno-eksperimentalnyh metodov issledovaniya dinamicheskikh harakteristik turboagregatov i ih elementov*. Dis. doktor.tehn.nauk, Moscow. 1999.
4. Tkachuk N.A. Opredelenie znachimykh parametrov raschetnyh modeley

- modelirovanie processov i sostoyaniy slozhnykh sistem: obosnovanie parametrov modeley raschetno-eksperimentalnym putem. *Visnyk NTU "XPI"*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. Xarkiv: NTU "XPI", 2017, no 12 (1234), pp. 14-25.
23. Tkachuk N. A., Hlan A. V., Sheyko A. I., Malakey A. N., Nabokov A. V., Grabovskiy A. V., Tanchenko A. Yu., Vasilev A. Yu., Tkachuk A. V. Razrabotka matematicheskogo apparata dlya resheniya zadach raschetno-eksperimentalnogo issledovaniya elementov mehanicheskikh sistem. *Visnyk NTU "XPI"*. Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. Xarkiv: NTU "XPI". 2017, no 12 (1234), pp. 110-131.
 24. Tkachuk N.A., Dyachenko S.S., Posvyatenko E.K., Kravchenko S.A., Goncharov V.G., Shpakovskiy V.V., Belov N.L., Sheyko A.I., Oleynik A.K., Ponomarenko I. V. *Kontinualnaya i diskretno-kontinualnaya modifikatsiya poverhnostey detaley: monografiya*. Xarkiv: «Planeta-Print», 2018. 259 p. Pidp. do druku 26.01.2018 r. Um.dr.ark. 23,33.
 25. Mykola Tkachuk, Maryna Bondarenko, Andriy Grabovskiy, Roman Sheychenko, Roman Graborov, Vitaliy Posohov, Eugene Lunyov, Anatolij Nabokov, Anton Vasiliev. Thin-Walled Structures: Analysis of the Stressed-Strained State and Parameter Validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 1/7 (91). 2018, pp. 18-29. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.120547.
 26. *Eksperimentalnye metody issledovaniya deformatsiy i napryazheniy v konstruktsiyah: sbornik*. Akademiya nauk SSSR; Institut mashinovedeniya im. A. A. Blagonravova; Pod red. N. I. Prigorovskogo. Moskva: Nauka, 1977. 146 s. il.
 27. Babuska I., Miller A. A feedback finite element method with a-posteriori error estimation. Part I. *Comp. Meth. Appl. Meth. Eng.* 1987. No61, P.1-40.
 28. Altenbach J., Mucke R. A priori Aussagen zur Qualitätssteuerung von Finite-Element-Berechnungen in der Elastizitätstheorie. *ZAMM*. 1993. No 73, pp.915-918.
 29. B. Tabarok, Z. Qin, M. Stylianou. Generalized conservation checks in finite element analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1998. Vol.43 (7), pp. 1295-1307.
 30. Baumann C.E., Tinsley Oden J. An adaptive-order discontinuous Galerkin method for the solution of the Euler equations of gas dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2000. Vol.47 (1), pp.61-73.
 31. Vest Ch. *Golograficheskaya interferometriya*. Moskva: Mir, 1982. – 504 s.
 32. Kapustin A.A. Teoriya spekl-interferometricheskikh izmereniy napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya elementov naturnykh konstruktsiy. V kn.: *Fizicheskie osnovy golografiy*. Lvov: LIYaF, 1979. Pp.137-159.
 33. Klimenko I.S. *Golografiya sfokusirovannykh izobrazheniy*. Moskva: Nauka, 1985. 224 p.
 34. Kapustin A.A. Metody, ispolzuyuschie golograficheskuyu interferometriyu dlya spekl-interferometricheskikh izmereniy. V kn.: *Metodicheskie ukazaniya. Primenenie spekl-interferometrii dlya kontrolya kachestva promyshlennykh izdeliy*. Gorkiy: GF. VNINMASH, 1980. Pp. 45-53.
 35. Derstine M.S., Pindera M.J., Bowles D.E. Experimental analytical characterization of composite tubes under combined loading. *Exp. Mech.* 1990. Vol.30, No 4. Pp.336-344.
 36. Ma Xin, Qian Yi-yu, Yoshida F. Konechno-elementnyy analiz raspredeleniya harakteristik napryazhenie-deformatsiya v SMT payanyh soedineniyah. 1. Dinamicheskie pokazateli raspredeleniya napryazheniy-deformatsiy. *Zhongguo youse jinshu xuebao = Chin. J. Nonferrous Metals*. 2000. 10, No 3. Pp.404-410.
 37. Tihonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach*. Moskva.: Nauka, 1974. – 224 p.
 38. Streng E., Fiks Dzh. *Teoriya metoda konechnykh elementov*. Moskva.: Mir, 1977. 349 p.
 39. Karmanov V.G. *Matematicheskoe programmirovaniye*. Moskva.: Nauka, 1980. 536 p.

Поступила (received) 12.09.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Скрипченко Наталія Борисівна (Скрипченко Наталья Борисовна, Skripchenko Nataliia) – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5324-9553>, e-mail: negrobova@gmail.com

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: m.saverska@tmm-sapr.org

Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Зарубіна Алла Олександрівна (Зарубина Алла Александровна, Zarubina Alla) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3334-792X>; e-mail: zaralla8@gmail.com.

Сериков Володимир Іванович (Сериков Владимир Иванович, Sierykov Volodymyr) – кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5295-3925>; e-mail: viserikov@gmail.com.

Мерецька Кароліна Олександрівна (Мерецкая Каролина Александровна, Meretskaya Karolina) – Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", студентка гр. МІТ-846 (ТМ), м. Харків, Україна