МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до розв'язання задач за темою
"МЕХАНІКА.
Частина ІІ.
Динаміка"

з курсу "Загальна фізика"

Харків 2010

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
"ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до розв'язання задач за темою

"МЕХАНІКА.

Частина II.

Динаміка"

з курсу "Загальна фізика"

для студентів усіх спеціальностей
та усіх форм навчання

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 3 від 28.12.2009

Харків НТУ «ХПІ» 2010

Методичні вказівки до розв'язання задач за темою "Механіка. Частина II. Динаміка" з курсу "Загальна фізика" для студентів усіх спеціальностей та усіх форм навчання / Уклад.: Ветчинкіна З.К., Дзюбенко Н.І., Любченко О.А., Тавріна Т.В. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – 48 с.

Укладачі: З.К. Ветчинкіна,
Н.І. Дзюбенко,
О.А. Любченко,
Т.В. Тавріна

Рецензент Н.Б. Фат'янова

Кафедра теоретичної та експериментальної фізики

ВСТУП

Методичні вказівки мають на меті допомогти студентам засвоїти теоретичний матеріал та знайти підходи до розв’язання типових задач та завдань підвищеної складності з теми "Динаміка".

Широкий за рівнем та тематикою спектр задач дозволяє використовувати їх студентами усіх спеціальностей та усіх форм навчання.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Динаміка – розділ механіки, що вивчає рух та причини, що його викликають.

Механічна система – сукупність тіл, обраних для спостерігання. Тіла цієї системи взаємодіють між собою з *внутрішніми* силами, а з тілами зовні системи – з *зовнішніми* силами.

Система, на яку не діють сили, або дією зовнішніх сил можна нехтувати в порівнянні з внутрішніми, є *замкнутою* (*ізольованою*).

Явище збереження тілом швидкості за відсутності зовнішніх дій на нього з боку інших тіл називають *інерцією,* а цю властивість тіла – *інертністю.*

Маса m – міра інертності тіла.

$\left[m\right]$ = кілограм = кг.

Сила $\vec{F}$ – це фізична векторна величина, що є мірою дії на деяке тіло інших тіл (або полів), яка може викликати прискорення і/або деформацію тіла.

$\left[F\right]$ = кг·м·с$^{-2}$ = Ньютон = Н.

Імпульс $\vec{p}$ – векторна величина, модуль якої дорівнює добутку маси тіла на його швидкість:

$$\vec{p} = m\cdot\vec{v}\,. \tag{2.1}$$

$\left[p\right]$ = кг·м·с$^{-1}$.

Інерціальними є такі системи, відносно яких тіло рухається рівномірно прямолінійно або перебуває у спокої. Системи відліку, які рухаються відносно інерціальних систем із прискоренням (поступально чи обертально), називаються *неінерціальними*.

Принцип відносності Галілея: ніякими механічними дослідами, що проводяться всередині інерціальної системи, неможливо встановити, перебуває ця система у спокої чи рухається рівномірно і прямолінійно.

Перший закон Ньютона: тіло знаходиться у стані спокою чи рівномірного прямолінійного руху, доки взаємодія з іншими тілами не змусить його змінити цей стан.

Другий закон Ньютона: швидкість зміни імпульсу тіла залежить від рівнодійної сил, що діють на це тіло:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}\ . \qquad (2.2)$$

В класичній фізиці, тобто при швидкостях об'єктів $v << c$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла в вакуумі, та при незмінній, не залежній від швидкості масі, другий закон Ньютона має вигляд

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}\ . \qquad (2.3)$$

Третій закон Ньютона: тіла взаємодіють одне з одним із силами, що є однаковими за модулем та направленими вздовж однієї прямої у протилежні боки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \qquad (2.4)$$

Закон всесвітнього тяжіння: будь-які дві матеріальні точки масами m_1 та m_2, притягуються одна до одної із силою, прямо пропорційною добутку їх мас і обернено пропорційною квадрату відстані r між ними:

$$\vec{F} = \gamma\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \vec{e}_r = \gamma\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \qquad (2.5)$$

де γ = 6,67·10^{-11} м^3·с$^{-2}$·кг$^{-1}$ – *гравітаційна стала,* $\vec{e}_r$ – одиничний вектор, що завдає положення центру одного тіла відносно центру іншого.

Вільне падіння – це рух тіл у вакуумі під дією однієї сили – сили тяжіння $m\vec{g}$, де $\vec{g}$ – прискорення вільного падіння ($g = 9{,}8$ м/с^2).

Силу $m\vec{g}$, з якою тіло притягується до Землі під дією поля тяжіння Землі, називають *силою тяжіння*.

Вага тіла – це сила, з якою тіло діє на горизонтальну опору чи розтягує підвіс, на якій воно підвішене, внаслідок притягання Землі.

Реакції опори – сила *нормальної реакції опори* $\vec{N}$ та *сила натягу* нитки підвісу $\vec{T}$.

Закон Гука: сила пружності пропорційна абсолютному видовженню (стисненню) і протилежна йому за напрямком

$$F_{\text{пр}} = -kx, \tag{2.6}$$

де $F_{\text{пр}}$ – сила пружності, k – коефіцієнт пружності – коефіцієнт пропорційності, що характеризує, наприклад, жорсткість пружини.

Сила тертя – сила, яка виникає у всіх видах тертя внаслідок переміщення тіл та спрямована вздовж поверхонь, які торкаються.

Тертя між поверхнями двох твердих тіл, які торкаються, за відсутності між ними рідкого чи газоподібного шару називають *сухим* тертям. Тертя між поверхнею твердого тіла і оточуючим його шаром рідини чи газу, в яких це тіло рухається, називають *рідким* (*в'язким*) тертям.

Сухе тертя поділяється на: *тертя спокою* (тертя за відсутності відносного переміщення тіл, що контактують), *тертя ковзання* та *тертя кочення* (види тертя, що виникають під час відносного руху тіл, що контактують).

Закон Амонтона – Кулона (для сухого тертя ковзання):

$$F_{\text{тер}} = kN, \tag{2.7}$$

де k – коефіцієнт тертя, N – нормальна реакція опори.

Сумарний імпульс $\vec{p}$ системи, який дорівнює алгебраїчній сумі імпульсів тіл, що складають систему, змінюється під дією результуючої зовнішніх сил, що діють на систему:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \,. \tag{2.8}$$

Якщо система замкнута, то $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$, отже,

$$\vec{p} = \mathrm{const}\,. \tag{2.9}$$

Закон збереження імпульсу (2.9): сума імпульсів тіл, які утворюють замкнуту систему, залишається незмінною за будь-яких взаємодій тіл цієї системи між собою.

Центр мас механічної системи – точка *C*, положення якої визначає радіус-вектор $\vec{r}_C$, що дорівнює

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + ... + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + ... + m_N} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i \,, \tag{2.10}$$

де m_i – маса *i*-ї частинки, *m* – маса системи, $\vec{r}_i$ – радіус-вектор *i*-ї частинки, що завдає її положення.

Теорема про рух центра мас: центр мас системи рухається так, як рухалася би матеріальна точка з масою, що дорівнює масі системи, під дією результуючої усіх зовнішніх сил, що прикладені до системи:

$$m\vec{a}_C = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \,. \tag{2.11}$$

Для замкнутої системи $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = 0$, отже,

$$m\vec{a}_C = 0\,. \tag{2.12}$$

Це означає, що центр мас замкнутої системи рухається рівномірно та прямолінійно або знаходиться у стані спокою.

Елементарна механічна робота dA – скалярна величина, яка дорівнює скалярному добутку сили $\vec{F}$ та переміщення $d\vec{s}$:

$$dA = (\vec{F}, d\vec{s}) = F \cdot ds \cdot \cos\alpha = F_S\, ds\ . \qquad (2.13)$$

$[A]$ = кг·м^2·с$^{-2}$ = Н·м = Джоуль = Дж.

Потужність – робота, що виконується за одиницю часу:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{(\vec{F}, d\vec{s})}{dt} = (\vec{F}, \frac{d\vec{s}}{dt}) = (\vec{F}, \vec{v})\ . \qquad (2.14)$$

$[P]$ = кг·м^2·с$^{-3}$ = Ватт = Вт.

Енергія – це скалярна фізична характеристика всіх форм руху матерії та варіантів їх взаємодій.

Кінетична енергія притаманна рухомим тілам

$$W_{\text{кін}} = \frac{mv^2}{2}\ . \qquad (2.15)$$

Потенціальна енергія залежить від взаємного розташування тіл або частин одного й того самого тіла.

Консервативні сили – сили, робота яких не залежить від форми шляху, а залежить виключно від початкового та кінцевого положень тіла. Поле консервативних сил зветься *потенціальним*.

Потенціальна енергія тіла відносно Землі

$$W_{\text{пот}} = mgh, \qquad (2.16)$$

де h – висота тіла над Землею.

Потенціальна енергія взаємодії двох матеріальних тіл

$$W_{\text{пот}} = \gamma \frac{m_1 m_2}{r}\ , \qquad (2.17)$$

де γ – гравітаційна стала, m_1, m_2 – маси матеріальних точок, що взаємодіють, r – відстань між їх центрами.

Потенціальна енергія пружної деформації

$$W_{\text{пот}} = \frac{kx^2}{2}\ , \qquad (2.18)$$

де k – жорсткість пружини, x – величина подовжнього розтягнення або стискання.

Теорема про зв'язок роботи та енергії:

$$A = W_{\text{кін}2} - W_{\text{кін}1} = \Delta W_{\text{кін}}\,, \qquad A = W_{\text{пот}1} - W_{\text{пот}2} = -\Delta W_{\text{пот}} \quad (2.19)$$

Закон збереження механічної енергії: повна механічна енергія замкнутої системи матеріальних точок, між якими діють виключно консервативні сили, залишається незмінною.

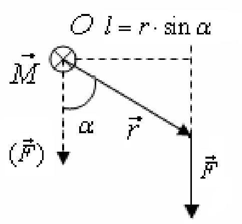

Рис. 2.1

Момент сили відносно точки О (рис. 2.1) та його модуль:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right], \qquad (2.20)$$

$$M = r \cdot F \cdot \sin\alpha = F \cdot l\,, \qquad (2.21)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що визначає положення точки, до якої прикладена сила $\vec{F}$ відносно точки О, l – довжина перпендикуляру, що проведений від точки О до лінії дії сили (*плече сили*).

$\left[M\right]$ = кг·м^2·с$^{-2}$ = Н·м.

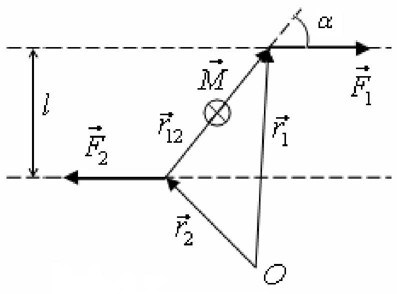

Рис. 2.2

Пара сил – дві рівні за модулем та протилежно спрямовані сили, що не діють вздовж однієї прямої (рис. 2.2).

Момент пари сил та його модуль:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}_{12}, F_1\right],$$

$$M = r_{12} F_1 \sin\alpha\,, \qquad (2.22)$$

де $\vec{r}_{12}$ – радіус-вектор, що завдає точку прикладення сили $\vec{F}_1$ відносно точки прикладення сили $\vec{F}_2$.

Момент імпульсу матеріальної точки відносно точки O (рис. 2.3) та його модуль:

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}], \qquad (2.23)$$

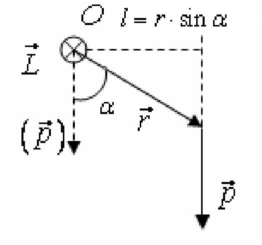

Рис. 2.3

$$L = r \cdot p \cdot \sin\alpha = r \cdot m \cdot v \cdot \sin\alpha = mvl\,, \qquad (2.24)$$

де $\vec{r}$ – радіус-вектор, що визначає положення матеріальної точки відносно точки O, $\vec{p} = m\vec{v}$ – імпульс точки.

Швидкість зміни моменту імпульсу у часі дорівнює сумарному моменту сил, що діють на матеріальну точку (або тіло):

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}\,. \qquad (2.25)$$

Закон збереження моменту імпульсу: момент імпульсу замкнутої системи матеріальних точок, що є векторною сумою моментів імпульсу всіх точок системи, залишається незмінним.

$$\vec{L} = \text{const}\,. \qquad (2.26)$$

Основне рівняння динаміки обертального руху (другий закон Ньютона для обертального руху):

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}\,. \qquad (2.27)$$

Момент інерції матеріальної точки – міра інертності тіла при обертальному русі:

$$I = mr^2. \qquad (2.28)$$

$[I]$ = кг·м^2.

Момент інерції твердого тіла

$$I = \int r^2 dm\,. \qquad (2.29)$$

Моменти інерції тіл відносно осі, що проходить через їх центри мас:

- *диск (циліндр)* масою m та радіусом R (рис. 2.4, *а*)

$$I = \frac{mR^2}{2}; \qquad (2.30)$$

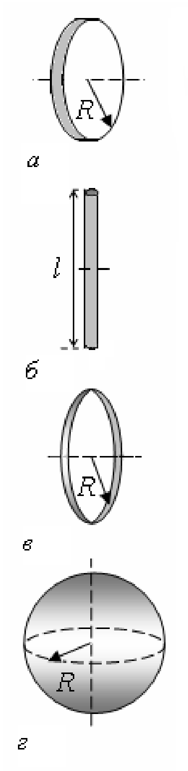

Рис. 2.4

- *стрижень* масою m та довжиною l (рис. 2.4, *б*)

$$I = \frac{ml^2}{12}; \tag{2.31}$$

- *тонкостінний обруч* масою m та радіусом R (рис. 2.4, *в*)

$$I = mR^2; \tag{2.32}$$

- *куля* масою m та радіусом R (рис. 2.4, *г*)

$$I = \frac{2}{5}mR^2. \tag{2.33}$$

Теорема Штейнера (теорема про паралельні осі): момент інерції відносно довільної осі I_x дорівнює сумі моменту інерції відносно осі, що йде паралельно даній та проходить через центр мас тіла, та добутку маси тіла і квадрата відстані x між осями:

$$I_x = I + mx^2. \tag{2.34}$$

Кінетична енергія тіла, що обертається

$$W_{\text{кін}} = \frac{I\omega^2}{2}. \tag{2.35}$$

Кінетична енергія тіла, яке котиться без ковзання, складається з кінетичних енергій поступального руху центра мас та обертального руху:

$$W_{\text{кін}} = W_{\substack{\text{кін}\\ \text{пост}}} + W_{\substack{\text{кін}\\ \text{оберт}}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}. \tag{2.36}$$

Елементарна *робота*, що здійснює зовнішня сила при обертанні твердого тіла

$$dA = M_\omega d\varphi. \tag{2.37}$$

Таблиця 2.1 – Величини, що характеризують поступальний та обертальний рух матеріальної точки або тіла

Поступальний рух	*Обертальний рух*
Шлях s	Кут повороту φ
Лінійна швидкість $v=\dfrac{ds}{dt}$	Кутова швидкість $\omega=\dfrac{d\varphi}{dt}$
Лінійне прискорення $a=\dfrac{dv}{dt}$	Кутове прискорення $\varepsilon=\dfrac{d\omega}{dt}$
Маса m	Момент інерції $I=mr^2$
Імпульс $p=m\vec{v}$	Момент імпульсу $\vec{L}=I\vec{\omega}$
Сила $\vec{F}$	Момент сили $\vec{M}$
Другий закон Ньютона $\vec{F}=d\vec{p}/dt=m\vec{a}$	Основне рівняння обертального руху $\vec{M}=d\vec{L}/dt=I\vec{\varepsilon}$
Кінетична енергія $W_{\text{кін}}=\dfrac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія $W_{\text{кін}}=\dfrac{I\omega^2}{2}$
Робота $dA=F_S ds=F_v ds$	Робота $dA=M_{\omega}d\varphi$

ПРИКЛАДИ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Знайти силу натягу T нитки, до якої підвішений вантаж масою m = 1 кг, якщо: 1) нитка з вантажем покоїться; 2) рухається вниз з прискоренням a = 5 м/с^2; 3) рухається вгору з прискоренням a = 5 м/с^2.

Розв’язання

На тіло діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки $\vec{T}$. Рівняння руху тіла згідно з другим законом Ньютона (2.3) має вигляд

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Оберемо напрямок осі y донизу та спроектуємо на неї вектори сил і прискорення.

1) Коли $\vec{a} = 0$, то рівняння руху

$$0 = mg - T,$$

звідки сила натягу

$$T = mg = 1 \cdot 9{,}8 = 9{,}8 \text{ Н.}$$

2) Коли $\vec{a}$ спрямоване донизу, то

$$ma = mg - T,$$

а сила натягу

$$T = m(g - a) = 1(9{,}8 - 5) = 4{,}8 \text{ Н.}$$

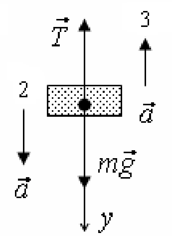

Рис. 2.5

3) Коли $\vec{a}$ спрямоване догори, то

$$-ma = mg - T,$$

а сила натягу

$$T = m(g + a) = 1(9{,}8 + 5) = 14{,}8 \text{ Н.}$$

Задача 2

На тіло масою m = 50 кг, що рухається горизонтальною площиною, діє сила F = 300 Н під кутом $\alpha = 30°$ до горизонталі. Коефіцієнт тертя між тілом та площиною дорівнює k = 0,1. З яким прискоренням рухається тіло? Визначити роботи усіх сил, що діють на тіло, а також сумарну роботу сил при переміщенні тіла вздовж площини на відстань s = 10 м.

Розв’язання

На тіло (рис. 2.6) діють: сила тяжіння $\vec{F}_{т} = m\vec{g}$, сила $\vec{F}$, сила нормальної реакції опори $\vec{N}$, сила тертя $\vec{F}_{тер}$, модуль якої $F_{тер} = kN$.

1) Рівняння руху тіла згідно з другим законом Ньютона (2.3):

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{тер}.$$

Оберемо напрямки осей x і y та спроектуємо на них сили та прискорення:

$$\begin{cases} ma = F\cos\alpha - F_{тер}, \\ 0 = -mg + N + F\sin\alpha. \end{cases}$$

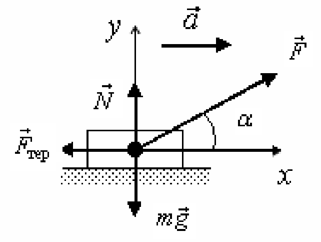

Рис. 2.6

Оскільки сила тертя (2.7) $F_{тер} = kN$, а із другого рівняння $N = mg - F\sin\alpha$, тоді

$$F_{тер} = k(mg - F\sin\alpha).$$

Із першого рівняння прискорення

$$a = \frac{1}{m}\cdot\left[F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha)\right] =$$

$$= \frac{300\cdot 0,87 - 0,1(50\cdot 9,8 - 300\cdot 0,5)}{50} = 4,54 \text{ м/с}^2.$$

2) Робота (2.13) сили $\vec{F}$ при переміщенні тіла на відстань s:

$$A_F = Fs\cos\alpha = 300\cdot 10\cdot\cos 30^0 = 2600 \text{ Дж} = 2,6 \text{ кДж}.$$

Робота сили тертя

$$A_{F\text{тер}} = F_{\text{тер}} s\cos\alpha_1 ,$$

де α_1 – кут між напрямками сили тертя та переміщення, який дорівнює π , отже,

$$A_{F\text{тер}} = -F_{\text{тер}} s = -kNs \ .$$

Силу N визначимо із розгляду проекцій сил на вісь y:

$$N + F\sin\alpha - mg = 0 ,$$

звідки

$$N = mg - F\sin\alpha.$$

Тоді

$$A_{F\text{тер}} = -k(mg - F\sin\alpha)s = -0{,}1\left(50\cdot 9{,}8 - 300\cdot 0{,}5\right)10 = 340 \text{ Дж} = 0{,}34 \text{ кДж}.$$

Робота сили нормальної реакції опори є

$$A_N = Ns\cos\alpha_2 ,$$

де α_2 – кут між векторами $\vec{N}$ та $\vec{s}$, що дорівнює $\pi/2$.

Отже,

$$A_N = 0 .$$

Робота сили тяжіння

$$A_{F\text{т}} = mgs\cos\alpha_3 ,$$

де α_3 – кут між векторами $\vec{F}_{\text{т}}$ та $\vec{s}$, що дорівнює $-\pi/2$, звідки

$$A_{F_{\text{т}}} = 0 .$$

Сумарна робота A усіх сил, що діють на тіло, дорівнює

$$A = A_F + A_{F\text{тер}} + A_{F\text{т}} + A_N = A_F + A_{F\text{тер}} = \left[F\cos\alpha - k(mg - F\sin\alpha)\right]s \ .$$

Підставивши числові дані $A_F = 2600$ Дж та $A_{F\text{тер}} = -340$ Дж, одержуємо:

$$A = A_F + A_{F\text{тер}} = 2600 - 340 = 2260 \text{ Дж} = 2{,}26 \text{ кДж},$$

Задача 3

Тіло лежить на похилій площині, що утворює з горизонтом кут $\alpha = 5^\circ$. *При якому граничному коефіцієнті тертя* $k_{\text{гр}}$ *тіло почне ковзати по похилій площині? З яким прискоренням рухатиметься тіло, якщо коефіцієнт тертя* k *= 0,02? За який час t в цих умовах буде пройдений шлях* s *= 10 м. Яку швидкість тіло матиме наприкінці похилої площини?*

Розв'язання

Запишемо другий закон Ньютона (2.3) для тіла, що рухається рівноприскорено:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}},$$

або в проекціях на осі x та y (рис. 2.7):

$$\begin{cases} ma = mg\sin\alpha - F_{\text{тер}}, \\ 0 = -mg\cos\alpha + N. \end{cases}$$

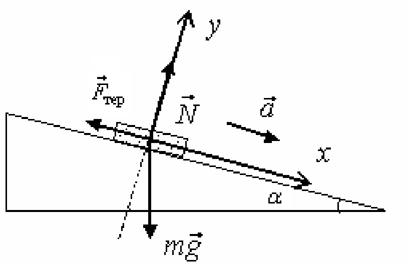

Рис. 2.7

1) У першому випадку, коли $k = k_{\text{гр}}$ та $a = 0$, маємо

$$0 = mg \cdot \sin\alpha - k_{\text{гр}} \cdot mg \cdot \cos\alpha,$$

звідки

$$k_{\text{гр}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\alpha = \text{tg}5^\circ = 0,08.$$

2) У другому випадку $k < k_{\text{гр}}$, тому тіло ковзатиме вздовж похилої площини з прискоренням

$$a = g \cdot \sin\alpha - \frac{F_{\text{тер}}}{m} = g \cdot \sin\alpha - \frac{kN}{m} = g \cdot \sin\alpha - \frac{kmg\cos\alpha}{m} =$$

$$= g(\sin\alpha - k\cos\alpha) = 9,8(0,087 - 0,02 \cdot 0,996) = 0,66 \text{ м/с}^2.$$

Оскільки тіло рухається рівноприскорено із стану спокою, то час проходження ним відстані $s = 10$ м та швидкість наприкінці цього шляху можна знайти із рівнянь кінематики:

$$\begin{cases} s = v_0 t + \dfrac{at^2}{2}, \\ v = v_0 + at. \end{cases}.$$

Враховуючи, що $v_0 = 0$, одержуємо:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{0,66}} = 5,5 \text{ с};$$

$$v = at = 0,66 \cdot 5,5 = 3,6 \text{ м/с}.$$

Задача 4

Два тягарця масами $m_1 = 2$ кг і $m_2 = 1$ кг сполучені ниткою та перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення, з яким рухаються тягарці, та силу натягу нитки. Тертям у блоці знехтувати.

Розв'язання

Якщо нитка нічого не важить та не розтягується, то сила її натягу на всіх ділянках однакова, а тягарці рухаються з однаковим прискоренням, тобто:

$$T = T_1 = T_2; \quad a = a_1 = a_2.$$

Запишемо рівняння руху згідно з другим законом Ньютона (2.3) для кожного з тягарців:

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}, \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}. \end{cases}.$$

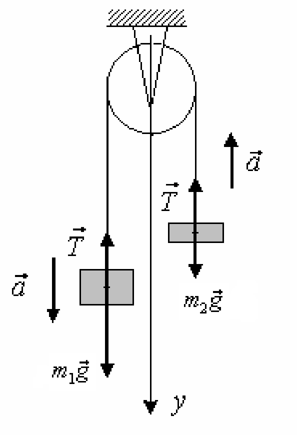

Рис. 2.8

Оберемо напрямок осі y донизу та спроектуємо на нього сили та прискорення:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T, \\ -m_2 a = m_2 g - T. \end{cases}.$$

Звідки прискорення, з яким рухаються тягарці на нитці, становить

$$a = \frac{g\left(m_1 - m_2\right)}{m_1 + m_2} = \frac{9{,}8\left(2-1\right)}{2+1} = 3{,}27 \text{ м/с}^2,$$

а сила натягу нитки

$$T = m_1\left(g - a\right) = m_1 g\left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 9{,}8}{2+1} = 13{,}07 \text{ Н}.$$

Задача 5

Автомобіль масою m = 5 тон проходить по опуклому мосту зі швидкістю v = 36 км/год. З якою силою F від тисне на середину моста, якщо радіус кривини моста $R = 100$ м? Якою буде сила тиску, якщо міст буде вгнутий з тим же радіусом кривини?

Розв'язання

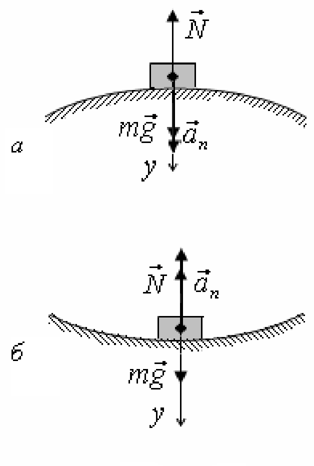

Рис. 2.9

Згідно з другим законом Ньютона (2.3) запишемо рівняння руху автомобіля:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

Оберемо напрямок осі y та спроектуємо на неї сили та прискорення. З огляду на те, що рух автомобіля рівномірний криволінійний, прискорення у нього доцентрове (нормальне) (1.15):

$$a = a_n = \frac{v^2}{R}.$$

За третім законом Ньютона (2.4) сила, з якою автомобіль тисне на міст, дорівнює за модулем силі, з якою міст тисне на автомобіль, тобто силі нормальної реакції опори N.

1) Спроектуємо на вісь y сили та прискорення у випадку руху автомобіля по опуклому мосту (рис. 2.9, *а*):

$$ma_n = mg - N ,$$

звідки

$$F = N = m\left(g - a_n\right) = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right) = 5\cdot10^3\left(9{,}8 - \frac{10^2}{100}\right) = 4{,}4\cdot10^4 \text{ Н.}$$

2) Спроектуємо на вісь y сили та прискорення у випадку руху автомобіля по вгнутому мосту (рис. 2.9, *б*):

$$-ma_n = mg - N ,$$

тоді

$$F = N = m\left(g + a_n\right) = m\left(g + \frac{v^2}{R}\right) = 5\cdot10^3\left(9{,}8 + \frac{10^2}{100}\right) = 5{,}4\cdot10^4 \text{ Н.}$$

Задача 6

Стальна кулька масою m = 10 г летить зі швидкістю $v = 100$ *м/с по нормалі до стінки, ударяється об стінку та пружно відскакує без втрати швидкості. Знайти імпульс, який отримує стінка за час удару.*

Розв'язання

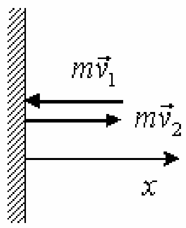

Рис. 2.10

Із другого закону Ньютона (2.3):

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} ,$$

звідки

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} .$$

Величина $\vec{F}\Delta t$ має назву *імпульс сили*. Видно, що за модулем імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла:

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} = \Delta(m\vec{v}) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p} .$$

Оберемо вісь *x* та спроектуємо імпульси кульки до та після удару:

$$F\Delta t = mv_2 - \left(-mv_1\right) = mv_2 + mv_1.$$

Оскільки за умов задачі $v_1 = v_2 = v$, то

$$F\Delta t = 2mv = 2\cdot 10^{-2}\cdot 10^{2} = 2 \text{ кг·м/с.}$$

Задача 7

На рейках стоїть платформа масою m_1 *=10 т. На платформі закріплена гармата масою* m_2 *= 5 т, з якої робиться постріл вздовж рейок. Маса снаряду* m_3 *= 100 кг, його початкова швидкість відносно гармати* v_0 *= 500 м/с. Знайти швидкість* $\vec{u}$ *платформи у перший момент після пострілу, якщо:*

1) платформа стояла нерухомо (v = 0);

2) платформа рухалась зі швидкістю v *= 18 км/год, а постріл був зроблений у напрямку її руху;*

3) платформа рухалась зі швидкістю v *= 18 км/год, а постріл був зроблений у напряму, протилежному напрямку її руху.*

Розв'язання

Для розв'язання задачі скористуємося законом збереження імпульсу (2.9), який стверджує, що імпульс замкнутої системи залишається незмінним.

Запишемо імпульс системи, що складається із платформи, гармати та снаряду, до ($\vec{p}$) та після $\left(\vec{p}\,'\right)$ пострілу, в результаті якого цей імпульс змінюється. Нагадаємо, що сумарний імпульс системи є векторною сумою імпульсів тіл, що складають систему.

1) Імпульс системи до пострілу

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = m_1\vec{v} + m_2\vec{v} + m_3\vec{v} = (m_1 + m_2 + m_3)\vec{v} = 0,$$

оскільки спочатку платформа, гармата та снаряд знаходилися у стані спокою ($v = 0$).

Після пострілу імпульс системи

$$\vec{p}' = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' + \vec{p}_3' = m_1\vec{u} + m_2\vec{u} + m_3\vec{v}_0 = (m_1 + m_2)\vec{u} + m_3\vec{v}_0 .$$

За законом збереження імпульсу $\vec{p} = \vec{p}'$, отже,

$$0 = (m_1 + m_2)\vec{u} + m_3\vec{v}_0 .$$

Спроектуємо це рівняння на обрану вісь x (рис. 2.11, *а*):

$$0 = (m_1 + m_2)u + m_3 v_0 .$$

Звернемо увагу на наступний факт. З життєвого досвіду ми знаємо, що в результаті пострілу платформа відкотиться у бік, протилежний напрямку пострілу. З огляду на це, при проектуванні ми одразу можемо записати знак «мінус» перед швидкістю u платформи. Тоді отримаємо

$$(m_1 + m_2)u = m_3 v_0 ,$$

звідки

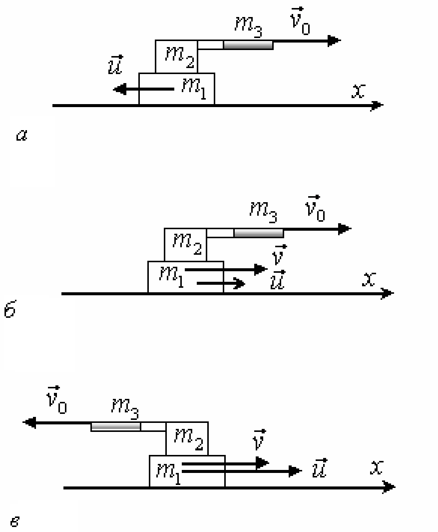

Рис. 2.11

$$u = \frac{m_3 v_0}{m_1 + m_2} = \frac{100 \cdot 500}{10000 + 5000} = 3{,}33 \text{ м/с.}$$

У ряді випадків, коли насамперед немає розуміння, в який бік рухатиметься об’єкт після взаємодії, вважаємо, що швидкість спрямована вздовж додатного напрямку осі *x*. У цьому випадку додатне значення отриманого результату розрахунків підтвердить наше припущення, а від’ємне – вкаже на те, що рух відбувається у напрямку, протилежному обраному.

2) У випадку, коли платформа рухається зі швидкістю $v = 18$ км/год = 5 м/с, а постріл робиться у напрямку її руху, закон збереження імпульсу має вигляд

$$(m_1 + m_2 + m_3)\vec{v} = \left(m_1 + m_2\right)\vec{u} + m_3\left(\vec{v}_0 + \vec{v}\right) .$$

Спроектуємо це рівняння (рис. 2.11, *б*), вважаючи при цьому, що платформа після пострілу рухатиметься у від'ємному напрямку осі x:

$$(m_1 + m_2 + m_3)v = -\left(m_1 + m_2\right)u + m_3\left(v_0 + v\right).$$

Звідси

$$u = \frac{m_3\left(v_0 + v\right) - (m_1 + m_2 + m_3)v}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{100 \cdot (500 + 5) - (10000 + 5000 + 100) \cdot 5}{10000 + 5000} = -1,67 \text{ м/с}.$$

Звернемо увагу на наступне. Вважаючи, як у попередньому випадку, що платформа після пострілу почне рухатися в протилежний бік, ми помилилися, на що вказує знак «мінус» в одержаній відповіді. Отже, напрямок руху платформи залишився незмінним, але швидкість її зменшилася.

3) Закон збереження імпульсу в третьому випадку має вигляд, аналогічний тому, що був записаний для другого випадку, тобто

$$(m_1 + m_2 + m_3)\vec{v} = \left(m_1 + m_2\right)\vec{u} + m_3\left(\vec{v}_0 + \vec{v}\right),$$

з тією лише різницею, що при проектуванні на вісь x (рис. 2.11, *в*) інший знак матиме швидкість снаряду v_0 відносно гармати та платформи:

$$(m_1 + m_2 + m_3)v = \left(m_1 + m_2\right)u + m_3\left(-v_0 + v\right).$$

Тоді швидкість платформи після пострілу

$$u = \frac{-m_3\left(-v_0 + v\right) + (m_1 + m_2 + m_3)v}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{-100 \cdot (-500 + 5) + (10000 + 5000 + 100) \cdot 5}{10000 + 5000} = -8,33 \text{м/с}.$$

Таким чином, платформа рухатиметься в тому ж напрямку, але зі швидкістю, більшою, ніж була до пострілу.

Задача 8

Куля масою m_1 *=2 кг рухається зі швидкістю* v_1 *=3 м/с та наздоганяє іншу кулю масою* m_2 *= 8 кг, що рухається зі швидкістю* v_2 *= 1 м/с. Вважаючи, що удар є центральним та абсолютно пружнім, знайти швидкості* $\vec{u}_1$ *та* $\vec{u}_2$ *куль після удару.*

Розв'язання

У випадку абсолютно пружного удару виконуються закони збереження імпульсу (2.9) та енергії:

$$\begin{cases} m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \\ \dfrac{m_1\vec{v}_1^{\,2}}{2} + \dfrac{m_2\vec{v}_2^{\,2}}{2} = \dfrac{m_1\vec{u}_1^{\,2}}{2} + \dfrac{m_2\vec{u}_2^{\,2}}{2}, \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \\ \left[m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1)\right](\vec{v}_1 + \vec{u}_1) = \left[m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2)\right](\vec{u}_2 + \vec{v}_2). \end{cases}$$

Звідси випливає, що

$$\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2 .$$

Помноживши цей вираз на m_2 та віднявши результат із $m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2)$, а потім, помноживши цей вираз на m_1 та додавши результат до $m_1(\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2(\vec{u}_2 - \vec{v}_2)$, одержимо швидкості куль після абсолютно пружного удару:

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + \left(m_1 - m_2\right)\vec{v}_1}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 + \left(m_2 - m_1\right)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Спроектувавши швидкості на вісь x (рис.2.12) та підставивши дані задачі, отримаємо:

$$u_1 = \frac{2\cdot 8\cdot 1+\left(2-8\right)\cdot 3}{2+8} = -0,2 \text{ м/с};$$

$$u_2 = \frac{2\cdot 2\cdot 3+(8-2)\cdot 1}{2+8} = 1,8 \text{ м/с}.$$

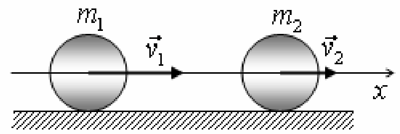

Рис. 2.12

Знак «мінус» в першому виразі означає, що в результаті абсолютно пружного удару перша куля почала рухатися в напрямку, що є протилежним початковому. Друга куля продовжує рух в колишньому напрямку, але з більшою швидкістю.

Задача 9

Людина масою m_1 *= 60 кг, що біжить зі швидкістю* v_1 *= 2 м/с, вскакує на візок масою* m_2 *= 80 кг, що рухається зі швидкістю* v_2 *= 1 м/с. З якою швидкістю рухатиметься візок з людиною на ній, якщо:*

1) людина наздоганяє візок;

2) візок і людина рухаються назустріч один одному?

Розв'язання

Коли два тіла, що рухаються окремо одне від одного, після взаємодії починають рухатися як одне ціле, то цей тип взаємодії в механіці називають «непружний удар». Закон збереження імпульсу (2.9) у даному випадку має вигляд

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \left(m_1 + m_2\right)\vec{u}\,.$$

1) Коли людина наздоганяє візок, то швидкості двох тіл спрямовані в один бік, отже, при проектуванні на горизонтальну вісь маємо

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \left(m_1 + m_2\right)u\,,$$

звідки

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 2 + 80 \cdot 1}{60 + 80} = 1{,}43 \text{ м/с.}$$

2) Коли людина і візок рухаються назустріч один одному, то їх швидкості мають різні знаки. Тоді рівняння у проекціях на горизонтальну вісь має вигляд

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = \left(m_1 + m_2\right) u \ ,$$

звідки

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 2 - 80 \cdot 1}{60 + 80} = 0{,}29 \text{ м/с.}$$

Додатне значення результату вказує на те, що візок з людиною на ній рухатиметься у напрямку, який збігається із напрямком руху людини і є протилежним тому, куди рухався візок до взаємодії.

Задача 10

Снаряд, випущений вертикально вгору, розірвався у верхній точці траєкторії. Перший уламок масою m_1 *= 1 кг набув швидкості* v_1 *= 400 м/с, що спрямована горизонтально. Другий уламок масою* m_2 *= 1,5 кг злетів вгору зі швидкістю* v_2 *= 200 м/с. Яка швидкість третього уламка, якщо його маса дорівнює* m_3 *= 2 кг?*

Розв'язання

Оскільки снаряд розірвався у найвищій точці траєкторії, його швидкість та імпульс до розриву дорівнювали нулю. За законом збереження імпульсу (2.9) векторна сума імпульсів уламків після розриву повинна також дорівнювати нулю:

$$0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \ .$$

Розрахуємо імпульси перших двох уламків після розриву та складемо їх графічно (рис. 2.15):

$$p_1 = m_1 v_1 = 1 \cdot 400 = 400 \text{ кг·м/с}$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 1{,}5 \cdot 200 = 300 \text{ кг·м/с.}$$

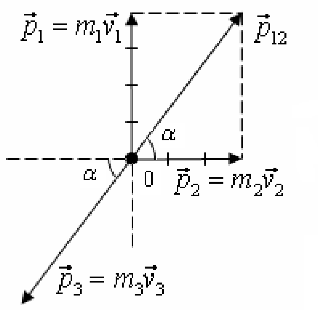

Рис. 2.15

Їх векторна сума $\vec{p}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ повинна дорівнювати імпульсу третього уламку за модулем та бути протилежною за напрямком, тобто $p_{12} = p_3$. Модуль вектора p_{12} становить

$$p_{12} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{400^2 + 300^2} = 500 \text{ кг·м/с.}$$

Тому імпульс третього уламку

$$p_3 = m_3 v_3 = p_{12} = 500 \text{ кг·м/с.}$$

Звідси швидкість третього уламку

$$v_3 = \frac{p_{12}}{m_3} = \frac{500}{2} = 250 \text{ м/с.}$$

Кут, що вектор $\vec{p}_3$ та швидкість $\vec{v}_3$ третього уламку утворюють з горизонтальною віссю, дорівнює куту α у трикутнику імпульсів, тангенс якого

$$\text{tg}\alpha = \frac{p_1}{p_2} = \frac{4}{3} = 1{,}33,$$

а сам кут

$$\alpha = \text{arctg}1{,}33 = 53^0.$$

Задача 11

Куля після пострілу з рушниці летить горизонтально та потрапляє у тягарець, що висить на невагомому жорсткому стрижні (рис. 2.16), і застряє в ньому. Маса кулі у 1000 разів менша за масу тягарця. Відстань від центру тягарця до точки підвісу стрижня l = 1 м. Знайти швидкість v кулі, якщо відомо, що стрижень із тягарцем відхилився від удару кулі на кут $\alpha = 10^o$.

Розв'язання

Для розв'язання задачі необхідно використовувати закони збереження. Запишемо закон збереження імпульсу (2.9) для системи «куля-тягарець», припускаючи, що їх взаємодія є так званим «непружним ударом», у результаті якого два окремих до взаємодії тіла після неї починають рухатися як одне ціле:

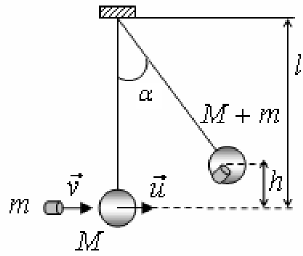

Рис. 2.16

$$m\vec{v} + M\vec{V} = \left(m + M\right)\vec{u} .$$

Руху кулі, а потім і рух тягарця з кулею всередині, відбуваються в один бік (рис. 2.16), тому рівняння у проекціях на горизонтальну вісь має вигляд

$$mv = \left(m + M\right)u .$$

Запишемо закон збереження енергії, згідно якому тягарець із кулею рухатиметься, доки його кінетична енергія не перейде в потенціальну енергію, що відповідає висоті підйому тіла h. Тоді приріст кінетичної енергії $\Delta W_{\text{кін}}$ дорівнює спаду потенціальної енергії:

$$\Delta W_{\text{кін}} = -\Delta W_{\text{пот}} ,$$

$$W_{\text{кін}2} - W_{\text{кін}1} = W_{\text{пот}1} - W_{\text{пот}2} .$$

З огляду на те, що тягарець з кулею має початкову швидкість u і нульову кінцеву швидкість, а початкова потенціальна енергія дорівнює нулю через те, що нульовою вважаємо висоту, де куля потрапила у тягарець, одержимо:

$$0-\frac{\left(m+M\right)u^2}{2}=0-\left(m+M\right)gh,$$

$$\frac{\left(m+M\right)u^2}{2}=\left(m+M\right)gh.$$

Оскільки

$$h=l-l\cos\alpha=l\left(1-\cos\alpha\right),$$

$$u=\sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha\right)},$$

тоді швидкість кулі до потрапляння у тягарець

$$v=\frac{\left(m+M\right)u}{m}=\frac{\left(m+M\right)\sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha\right)}}{m}.$$

Враховуючи, що $M=1000\,m$, одержимо

$$v=1001\sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha\right)}=1001\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1\left(1-\cos 10^\circ\right)}=546 \text{ м/с.}$$

Задача 12

Ковзаняр масою M = 70 кг, стоячи на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою m = 3 кг зі швидкістю v = 8 м/с. На яку відстань відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя ковзанів о лід k= 0,02?

Розв'язання

1 спосіб.

Система «ковзаняр – камінь» є замкнутою, тому сумарний імпульс цієї системи зберігається (2.9), отже

$$\left(M+m\right)\vec{v}_0=M\vec{u}+m\vec{v}.$$

Враховуючи, що спочатку ковзаняр із каменем знаходився у стані спокою, тобто $v_0 = 0$, а після кидання почав рухатися у бік, протилежний напрямку руху каменя, одержуємо рівняння в проекціях на горизонтальну вісь *x* (рис. 2.17, *а*) у вигляді

$$Mu = mv,$$

звідки швидкість ковзаняра

$$u = \frac{mv}{M}.$$

Оскільки рух ковзаняра до зупинки протягом часу *t* можна вважати рівносповільненим, кінематичні рівняння (1.17) для нього матимуть вигляд:

$$\begin{cases} v = 0 = u - at, \\ s = ut - \dfrac{at^2}{2}. \end{cases},$$

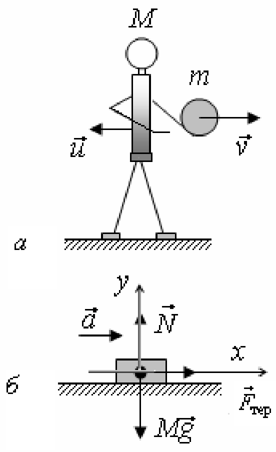

Рис. 2.17

Звідси

$$s = \frac{u^2}{2a}.$$

Згідно з другим законом Ньютона (2.3) рівняння руху ковзаняра

$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}},$$

а в проекціях на осі *x* та *y* (рис. 2.17, *б*):

$$\begin{cases} Ma = F_{\text{тер}}, \\ 0 = N - Mg. \end{cases}$$

Звідки

$$a = kg.$$

Остаточно

$$s = \frac{u^2}{2a} = \frac{u^2}{2kg} = \frac{m^2v^2}{2kM^2g} = \frac{9 \cdot 64}{2 \cdot 0{,}02 \cdot 4900 \cdot 9{,}8} = 0{,}3.$$

2 спосіб.

Цю задачу можна розв’язати іншим способом, а саме, за допомогою законів збереження.

Із закону збереження імпульсу (див. спосіб 1) ми знайдемо швидкість ковзаняра $u = \dfrac{mv}{M}$.

Тепер використаємо закон збереження енергії, з якого випливає, що кінетична енергія ковзаняра витрачається ним на роботу проти сили тертя, тому:

$$A_{\text{тер}} = \Delta W_{\text{кін}} .$$

$$A_{\text{тер}} = \left(\vec{F}_{\text{тер}}, \vec{s}\right) = \vec{F}_{\text{тер}} \cdot s \cdot \cos\alpha = -\vec{F}_{\text{тер}} \cdot s ,$$

де $\cos\alpha = -1$, оскільки сила тертя направлена протилежно напрямку переміщення тіла.

Приріст кінетичної енергії (2.19)

$$\Delta W_{\text{кін}} = 0 - \frac{Mu^2}{2} = -\frac{Mu^2}{2} .$$

Тоді

$$-\vec{F}_{\text{тер}} \cdot s = -\frac{Mu^2}{2} .$$

Шлях, який подолає ковзаняр до зупинки, становить

$$s = \frac{Mu^2}{2F_{\text{тер}}} = \frac{Mu^2}{2kMg} = \frac{u^2}{2kg} = \frac{m^2v^2}{2kM^2g} .$$

Отже, ми одержали той самий результат, що й при розв’язанні задачі першим способом.

Задача 13

Від удару вантажу масою M = 50 кг, що вільно падає з висоти h = 4 м, паля масою m = 150 кг занурюється в ґрунт на Δs = 10 см. Визначити силу опору ґрунту, вважаючи її сталою, а удар абсолютно непружним.

Розв'язання

При падінні вантажу на палю потенційна енергія $W_{\text{пот}} = mgh$ (2.16) згідно із законом збереження енергії переходить у його кінетичну енергію $W_{\text{кін}} = \frac{mv^2}{2}$ (2.15).

Тому $\frac{mv^2}{2} = mgh$, звідки швидкість вантажу в момент контакту із палею становить $v_0 = \sqrt{2gh}$.

За умов абсолютно непружної взаємодії після удару вантаж та паля рухаються разом зі швидкістю $\vec{v}$.

Використаємо закон збереження імпульсу (2.9) для системи «вантаж – паля», вважаючи, що імпульс рівнодійної зовнішніх сил (сили тяжіння та сили опору) є малим у порівнянні з імпульсом сили взаємодії. Тоді в проекції на вертикальну вісь маємо

$$Mv_0 = (m+M)v,$$

звідки швидкість системи «вантаж – паля» становить

$$v = \frac{Mv_0}{m+M} = \frac{M\sqrt{2gh}}{m+M}.$$

Кінетична енергія системи «вантаж – паля» після удару

$$W_{\text{кін}} = \frac{(m+M)v^2}{2}.$$

Приріст кінетичної енергії $\Delta W_{\text{кін}} = W_{\text{кін}2} - W_{\text{кін}1}$ визначається сумою роботи сили тяжіння $A_{\text{т}}$ та роботи сили опору $A_{\text{оп}}$:

$$\Delta W_{\text{кін}} = A_{\text{т}} + A_{\text{оп}} ,$$

$$0 - \frac{(m+M)v^2}{2} = (M+m)g\Delta s - F_{\text{оп}}\Delta s ,$$

звідки

$$F_{\text{оп}} = (M+m)g + \frac{(M+m)v^2}{2\Delta s} ,$$

або, враховуючи вираз для *v*,

$$F_{\text{оп}} = (M+m)g + \frac{ghM^2}{\Delta s(M+m)} =$$

$$= (50+150)9{,}8 + \frac{9{,}8 \cdot 4 \cdot 50^2}{0{,}1(50+150)} = 6{,}86 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Задача 14

На яку відстань віддалиться від поверхні Землі ракета, що запущена вертикально зі швидкістю 9 км/с? Опором повітря знехтувати.

Розв'язання

Під час руху відстань між ракетою та Землею змінюється, тому на ракету діє змінна сила тяжіння (2.5)

$$F = \gamma \frac{mM_З}{r^2} ,$$

де m, $M_З$ – маси ракети та Землі, відповідно; r – відстань між ракетою та центром Землі.

При підйомі ракети на висоту h ця сила виконає роботу (2.13)

$$A = \int_R^{R+h} F \cos\alpha dr ,$$

де $\alpha = \pi$ – кут між напрямками сили та переміщення; R – радіус Землі. Тоді, зважаючи на те, що $\cos\pi = -1$, а $F = \gamma \dfrac{mM_З}{r^2}$, робота

$$A = -\int_R^{R+h} \gamma \frac{mM_З}{r^2} dr = \gamma \frac{mM_З}{r}\Bigg|_R^{R+h} = \gamma m M_З \left(\frac{1}{R+h} - \frac{1}{R} \right) = -\gamma \frac{mM_З h}{R(R+h)}.$$

З іншого боку, робота дорівнює приросту кінетичної енергії (2.19) ракети:

$$A = \Delta W_{кін} = W_{кін2} - W_{кін1}.$$

У найвищій точці підйому ракети на висоті h її кінетична енергія $W_{кін2} = 0$, тоді

$$A = -W_{кін1} = -\frac{mv^2}{2}.$$

Прирівняємо праві частини обох виразів для роботи:

$$\gamma \frac{mM_З h}{R(R+h)} = \frac{mv^2}{2}.$$

Помноживши та розділивши ліву частину на R, одержимо

$$\gamma \frac{RM_З h}{R^2(R+h)} = \frac{v^2}{2}.$$

Оскільки $\dfrac{\gamma M_З}{R^2} = g$ (прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі), тоді

$$\frac{Rhg}{R+h} = \frac{v^2}{2},$$

звідки шукана висота

$$h = \frac{v^2 R}{2Rg - v^2}.$$

Підставляючи числові значення, одержимо

$$h = \frac{(9 \cdot 10^3)^2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6}{2 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8 - (9 \cdot 10^3)^2} = 1{,}17 \cdot 10^7 \text{ м} = 1170 \text{ км}.$$

Задача 15

Мотоцикліст їде по горизонтальній площині, описуючи дугу радіуса 90 м. На який кут від вертикалі відхилиться мотоцикліст при максимальній швидкості 20 м/с?

Розв'язання

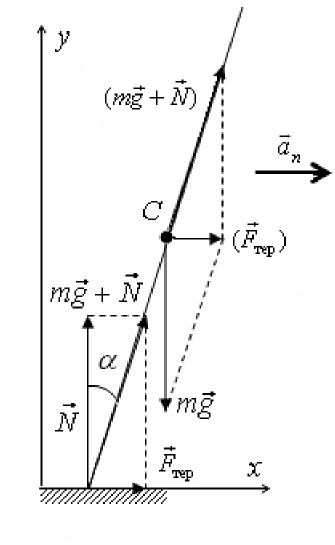

Рис. 2.18

В цій задачі ми не можемо вважати мотоцикліста матеріальною точкою, оскільки розміри мотоцикліста не є малими в порівнянні із відстанями, що розглядаються, а задача про кут нахилу, якщо б ми вважали мотоцикліста матеріальною точкою, втратила би сенс.

Розглянемо сили, що діють на мотоцикліста в площині рисунка 2.18: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила нормальної реакції $\vec{N}$ та сила, що може забезпечити рух мотоцикліста вздовж кола, – сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$. Щодо сил, діючих перпендикулярно площині рисунка, то їх сума дорівнює нулю, оскільки швидкість мотоцикліста за умов задачі не змінюється за модулем, отже, при русі $\vec{a}_\tau = 0$.

Для того, щоб мотоцикліст зміг рухатися вздовж криволінійної траєкторії, він повинен нахилитися так, щоб рівнодійна сил, прикладених до нього, а саме, сил $m\vec{g}$, $\vec{N}$ та $\vec{F}_{\text{тер}}$, забезпечувала доцентрове (нормальне) прискорення $\vec{a}_n$, а щоб мотоцикліст не втратив рівноваги, необхідно, щоб рівнодійна сил $\vec{N}+\vec{F}_{\text{тер}}$ була направлена вздовж прямої, що проходить через його центр мас.

Запишемо другий закон Ньютона (2.3)

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} ,$$

та спроектуємо сили та прискорення на осі *x* та *y*, враховуючи, що $a = a_n$:

$$\begin{cases} ma_n = F_{\text{тер}}, \\ 0 = N - mg. \end{cases}$$

$$\begin{cases} m\dfrac{v^2}{R} = kN, \\ N = mg. \end{cases}$$

З огляду на друге рівняння системи, перше має вигляд

$$m\frac{v^2}{R} = kmg ,$$

звідки

$$\frac{v^2}{Rg} = k .$$

Тангенс шуканого куту α знайдемо з трикутника сил:

$$tg\alpha = \frac{F_{\text{тер}}}{N} = \frac{kmg}{mg} = k = \frac{v^2}{Rg} .$$

Підставляючи дані задачі, отримаємо:

$$tg\alpha = \frac{v^2}{gR} = \frac{20^2}{9,8 \cdot 90} = 4,54 \cdot 10^{-1} ,$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} 4,54 \cdot 10^{-1} = 24,4^0 .$$

Задача 16

Один тягарець знаходиться на невагомому стрижні довжиною l, а інший – на нитці, що не розтягується, теж довжиною l. Яку мінімальну горизонтальну швидкість треба надати тягарцю в найнижчій точці, щоб він здійснив оберт у вертикальній площині?

Розв'язання

1) У випадку невагомого стрижня (рис. 2.19, *а*) мінімальна швидкість тягарця в найнижчій точці визначається умовою: зміна його потенційної енергії при підйомі від нижньої до верхньої точки дорівнює початковій кінетичній енергії тягарця ($W_{\text{пот}} = W_{\text{кін}0}$):

$$mg \cdot 2l = \frac{mv_0^2}{2},$$

звідки

$$v_0 = 2\sqrt{gl}.$$

2) Коли тягарець обертається на нитці, що не розтягується, наведеної вище умови недостатньо. Треба додати ще одну: нитка повинна бути весь час натягнута аж до верхної точки (рис. 2.19, *б*). Тільки в цей момент сила натягу нитки стає рівною нулю: $T = 0$.

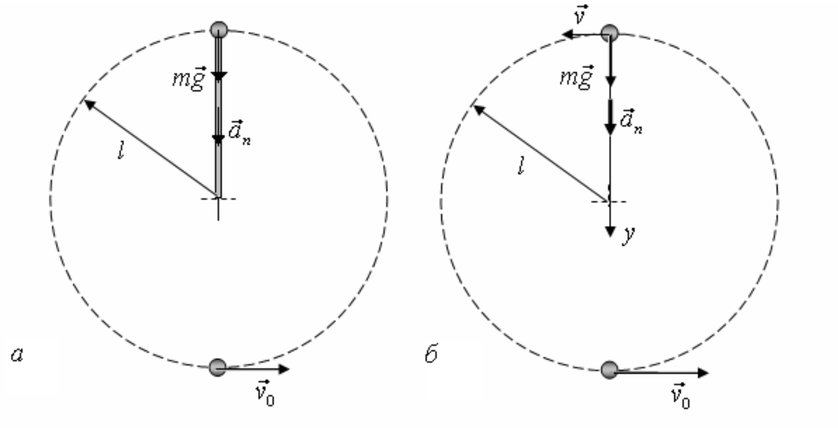

Рис. 2.19

Запишемо другий закон Ньютона для руху тягарця:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

У верхній точці в проекціях на вертикальну вісь, враховуючи те, що $T = 0$, одержимо:

$$ma_n = mg\ ,$$

$$m\frac{v^2}{l} = mg\ ,$$

звідки

$$v = \sqrt{gl}\ .$$

Згідно з законом збереження енергії кінетична енергія в найнижчій точці переходить в потенційну енергію та кінетичну, відповідну швидкості *v* в верхній точці траєкторії, а саме:

$$W_{\text{кін}0} = W_{\text{пот}} + W_{\text{кін}}\ ,$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg \cdot 2l + \frac{mv^2}{2}\ .$$

Звідки швидкість у найнижчій точці, враховуючи вираз для швидкості *v*, дорівнює

$$v_0 = \sqrt{4gl + v^2} = \sqrt{5gl}\ .$$

Задача 17

Два однакових поїзди масою m = 1000 тон кожний рухаються вздовж екватору назустріч один одному зі швидкостями v = 30 м/с. Наскільки відрізняються сили, з якими вони тиснуть на рейки?

Розв'язання

Розглянемо рух поїздів відносно системи відліку, що пов'язана із Сонцем.

Якщо лінійна швидкість добового обертання Землі v_3, то швидкість поїзда, що рухається у напрямку обертання Землі, згідно з

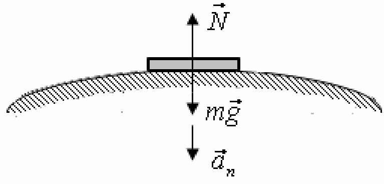

Рис. 2.20

законом складання швидкостей (1.5) становить

$$v_1 = v_3 + v .$$

Швидкість поїзда, що рухається в протилежний бік

$$v_2 = v_3 - v .$$

На кожний з поїздів діють дві сили: сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила нормальної реакції опори $\vec{N}$, тому другий закон Ньютона (2.3) має вигляд

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} .$$

З врахуванням напрямків сил та прискорення, а також того, що $a = a_n = \frac{v^2}{R_3}$ (R_3 – радіус Землі) для кожного з поїздів запишемо:

$$\frac{mv_1^2}{R_3} = mg - N_1 ,$$

$$\frac{mv_2^2}{R_3} = mg - N_2 .$$

Віднімаючи з першого рівняння друге, одержимо:

$$\frac{m}{R_3}(v_1^2 - v_2^2) = N_2 - N_1 .$$

Оскільки сили тиску P на рейки чисельно дорівнюють силам реакції опори N ($N_1 = P_1$ і $N_2 = P_2$), то різниця сил тиску, враховуючи значення v_1 та v_2 , а також те, що $v_3 = \frac{2\pi R_3}{T}$, дорівнюватиме

$$P_2 - P_1 = N_2 - N_1 = \frac{m}{R_3}(v_1^2 - v_2^2) = \frac{4v \cdot v_3 \cdot m}{R_3} = \frac{4v \cdot m}{R_3} \cdot \frac{2\pi R_3}{T} = \frac{8\pi v m}{T} .$$

Після підстановки числових даних одержуємо

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{8 \cdot 3{,}14 \cdot 30 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} = 8{,}72 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Задача 18

До ободу однорідного диска радіусом R = 0,2 м прикладена дотична сила F = 100 Н. При обертанні на диск діє момент сил тертя $M_{\text{тер}} = 5$ *Н·м. Визначити масу диска, якщо він обертається із кутовим прискоренням* $\varepsilon = 100$ *рад/с*^{2}.

Розв'язання

Рух диска описується другим законом Ньютона для обертального руху (або основним рівнянням динаміки обертального руху) (2.27):

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M} ,$$

де I – момент інерції диска, ε – його кутове прискорення, а M – сумарний момент сил, що діють на диск.

Момент інерції диска (2.30) відносно осі, що проходить через його центр мас, дорівнює

$$I = \frac{mR^2}{2} .$$

Момент сил, що діють на диск

$$M = F \cdot R - M_{\text{тер}} .$$

Підставивши це до основного рівняння динаміки обертального руху, отримаємо

$$\frac{mR^2\varepsilon}{2} = F \cdot R - M_{\text{тер}} .$$

Звідки маса диску

$$m = \frac{2(F \cdot R - M_{\text{тер}})}{R^2\varepsilon} = \frac{2(100 \cdot 0,2 - 5)}{0,04 \cdot 100} = 7,5 \text{ кг.}$$

Задача 19

Дві гирі масами m_1 = 2 *кг і* m_2 = 1 *кг зв'язані ниткою та перекинуті через блок масою* m = 1 *кг. Знайти їх прискорення* a *та сили натягу* T_1 *та* T_2 *ниток. Блок вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.*

Розв'язання

На відміну від задачі 4, в цій задачі блок обертається і його обертання обумовлено різницею сил натягу ниток по обидва боки блока. Тому для розв'язання задачі необхідно записати рівняння руху для трьох тіл, що рухаються. Зазначимо, що рух гирь є поступальним, а блоку – обертальним. Тому для гирь запишемо другий закон Ньютона для поступального руху (2.3), а для блоку – для обертального руху, тобто основне рівняння обертального руху (2.27):

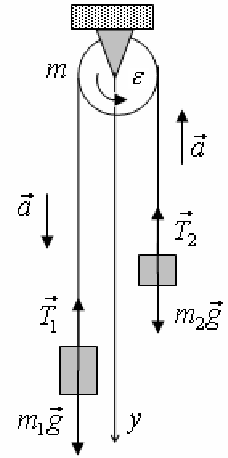

Рис. 2.21

$$\begin{cases} m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1, \\ m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2, \\ I\vec{\varepsilon} = \vec{M}. \end{cases}$$

Враховуючи, що $I = \dfrac{mR^2}{2}$, $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$ та $M = T_1R - T_2R$, запишемо в проекціях на вертикальну вісь y:

$$\begin{cases} m_1a = m_1g - T_1, \\ -m_2a = m_2g - T_2, \\ \dfrac{mR^2}{2}\cdot\dfrac{a}{R} = \left(T_1 - T_2\right)\cdot R. \end{cases}$$

Звідки

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1, \\ -m_2 a = m_2 g - T_2, . \\ \dfrac{ma}{2} = \left(T_1 - T_2\right). \end{cases}$$

Розв’язавши систему рівнянь, знайдемо прискорення, з яким рухаються гирі:

$$a = \frac{\left(m_1 - m_2\right) g}{m_1 + m_2 + m/2} = \frac{(2-1)\cdot 9{,}8}{2+1+0{,}5} = 2{,}8 \text{ м/с},$$

а також сили натягу ниток:

$$T_1 = \frac{m_1 g\left(2m_2 + m/2\right)}{m_1 + m_2 + m/2} = 14 \text{ Н},$$

$$T_2 = \frac{m_2 g\left(2m_1 + m/2\right)}{m_1 + m_2 + m/2} = 12{,}6 \text{ Н}.$$

Задача 20

Знайти лінійні швидкості та прискорення центрів кулі, диска та обруча, що скочуються з похилої площини висотою h *= 1 м та кутом нахилу* $\alpha = 30^o$*. Початкова швидкість усіх тіл* $v_0 = 0$*. Порівняти знайдені значення зі швидкістю та прискоренням бруска, що зісковзує з тієї ж похилої площини за відсутності тертя.*

Розв’язання

Кінетична енергія тіла, яке котиться без ковзання, складається з кінетичної енергії поступального руху центра мас тіла та кінетичної енергії його обертального руху.

Для усіх перерахованих в умовах задачі тіл закон збереження енергії записується у вигляді $W_{\text{пот}} = W_{\text{кін}}$. Різниця полягає у тому, що для кулі, диска та обруча кінетична енергія (2.36)

$$W_{\text{кін}} = W_{\underset{\text{пост}}{\text{кін}}} + W_{\underset{\text{оберт}}{\text{кін}}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

а для бруска (2.15)

$$W_{\text{кін}} = W_{\underset{\text{пост}}{\text{кін}}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Враховуючи, що моменти інерції перерахованих тіл відповідно складають $I_{\text{кулі}} = \frac{2}{5}mR^2$ (2.33), $I_{\text{диска}} = \frac{1}{2}mR^2$ (2.30), $I_{\text{обруча}} = mR^2$ (2.32), а $\omega = \frac{v}{R}$, запишемо:

$$W_{\text{пот}} = W_{\text{кін}} = \begin{cases} W_{\underset{\text{кулі}}{\text{кін}}} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{2mR^2v^2}{5 \cdot 2 \cdot R^2} = 0{,}7mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{gh}{0{,}7}} = 3{,}74 \text{ м/с}, \\ W_{\underset{\text{диска}}{\text{кін}}} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{mR^2v^2}{2 \cdot 2 \cdot R^2} = 0{,}75mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{gh}{0{,}75}} = 3{,}61 \text{ м/с}, \\ W_{\underset{\text{обруча}}{\text{кін}}} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{mR^2v^2}{2 \cdot R^2} = mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{gh} = 3{,}13 \text{ м/с}, \\ W_{\underset{\text{бруска}}{\text{кін}}} = \dfrac{mv^2}{2} \qquad \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 4{,}43 \text{ м/с}. \end{cases}$$

Прискорення знайдемо, скориставшись формулою $a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$, де $v_0 = 0$, а $s = \frac{h}{\sin\alpha}$. Тоді

$$a = \frac{v^2 \cdot \sin\alpha}{2h} = \begin{cases} a_{\text{кулі}} = \dfrac{g \cdot \sin\alpha}{0,7 \cdot 2} = \dfrac{9,8 \cdot 0,5}{1,4} = 3,5 \text{ м/с}^2, \\ a_{\text{диска}} = \dfrac{g \cdot \sin\alpha}{0,75 \cdot 2} = \dfrac{9,8 \cdot 0,5}{1,5} = 3,27 \text{ м/с}^2, \\ a_{\text{обруча}} = \dfrac{g \cdot \sin\alpha}{2} = \dfrac{9,8 \cdot 0,5}{2} = 2,45 \text{ м/с}^2, \\ a_{\text{бруска}} = \dfrac{2g \cdot \sin\alpha}{2} = 9,8 \cdot 0,5 = 4,9 \text{ м/с}^2. \end{cases}$$

Задача 21

Колесо, що обертається рівносповільнено, зменшило за проміжок часу t = 60 с частоту обертання з n_1 = 5 об/с до n_1 = 3 об/с. Знайти кутове прискорення колеса ε, момент сил гальмування M, роботу сил гальмування A та кількість обертів N, що колесо зробило за час t = 60 с. Колесо вважати тонкостінним обручем масою m =1 кг та радіусом R = 0,2 м.

Розв'язання

Оскільки рух колеса є рівносповільненим, він описується формулами кінематики (1.18):

$$\begin{cases} 2\pi N = 2\pi n_1 t - \dfrac{\varepsilon t^2}{2}, \\ 2\pi n_2 = 2\pi n_1 - \varepsilon t. \end{cases}$$

Тоді модуль кутового прискорення

$$\varepsilon = \frac{2\pi(n_1 - n_2)}{t} = \frac{2\pi(5-3)}{60} = 0,21 \text{ рад/с}^2,$$

а кількість обертів

$$N = n_1 t - \frac{\varepsilon t^2}{4\pi} = 5 \cdot 60 - \frac{0,21 \cdot 60^2}{4\pi} = 240 \text{ об.}$$

Момент інерції обруча (2.32)

$$I = mR^2 = 1 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}04 \text{ кг·м}^2.$$

Із основного рівняння (2.27) динаміки обертального руху $I\vec{\varepsilon} = \vec{M}$ знайдемо момент сил гальмування:

$$M = I\varepsilon = 0{,}04 \cdot 0{,}21 = 8{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ Н·м}.$$

Робота сил гальмування виконується за рахунок кінетичної енергії колеса, що обертається, тому

$$A = W_{\text{кін2}} - W_{\text{кін1}} = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2} = \frac{I4\pi^2}{2}\left(n_2^2 - n_1^2\right) =$$

$$= 2 \cdot I\pi^2\left(n_2^2 - n_1^2\right) = 2 \cdot 0{,}04 \cdot \pi^2\left(3^2 - 5^2\right) = -12{,}63 \text{ Дж}.$$

Задача 22

Тонкий однорідний стрижень довжиною l може обертатися відносно горизонтальної осі, що проходить через кінець стрижня. Стрижень відхилили на кут 90^o від положення рівноваги та відпустили. Визначити швидкість v нижнього кінця стрижня у момент проходження положення рівноваги.

Розв'язання

Під час руху стрижня виконується закон збереження енергії:

$$W_{\text{пот}} = W_{\text{кін}},$$

де $W_{\text{пот}}$ – потенціальна енергія стрижня в початковому (піднятому) положенні, а $W_{\text{кін}}$ – кінетична енергія в момент проходження положення рівноваги.

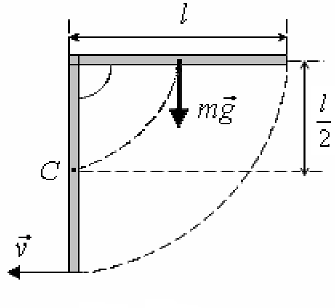

Рис. 2.22

Якщо в якості «нульового» рівня потенціальної енергії взяти рівень центру мас C (рис. 2.22) стрижня в положенні рівноваги, тоді потенціальна енергія у «піднятому» положенні

$$W_{\text{пот}} = mgl/2 .$$

Згідно із законом збереження енергії під час повернення стрижня у положення рівноваги потенціальна енергія переходить у кінетичну, причому, оскільки стрижень обертається, то його кінетична енергія (2.35)

$$W_{\text{кін}} = \frac{I\omega^2}{2} .$$

Для визначення моменту інерції I стрижня відносно осі, що проходить через його кінець, скористаємося теоремою Штейнера (2.34):

$$I = I_0 + mx^2 = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3} .$$

Зважаючи на те, що кутова швидкість стрижня $\omega = \frac{v}{l}$, кінетична енергія

$$W_{\text{кін}} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{ml^2}{3}\cdot\frac{v^2}{l^2} = \frac{mv^2}{6} .$$

Тоді закон збереження енергії можна записати у вигляді

$$\frac{mgl}{2} = \frac{mv^2}{6} ,$$

звідки можна визначити швидкість нижнього кінця стрижня в момент проходження положення рівноваги:

$$v = \sqrt{3gl} .$$

Задача 23

Горизонтальна платформа масою m = 100 кг обертається навколо горизонтальної осі, що проходить через центр платформи, с частотою n_1 = 10 об/хв. Людина масою m_0 = 60 кг стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою n_{21} почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центра? Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою. Яку роботу виконає людина при цьому переході, якщо радіус платформи R = 1,5 м?

Розв'язання

1) Для розв'язання задачі скористаємося законом збереження моменту імпульсу (2.26) для замкнутої системи «людина-платформа»:

$$\vec{L} = \vec{L}' .$$

У початковому стані момент імпульсу системи складався із моменту імпульсу платформи та моменту імпульсу людини, яка стоїть на краю платформи, тобто

$$L = L_{пл} + L_{\text{люд}} = I_{\text{пл}}\omega_1 + I_{\text{люд}}\omega_1 = 2\pi n_1 (I_{\text{пл}} + I_{\text{люд}}) .$$

У другому стані момент імпульсу системи змінився за рахунок того, що момент імпульсу людини став дорівнювати нулю, оскільки вона перейшла до центру платформи, де вісь обертання стала проходити через неї, тому момент інерції людини як матеріальної точки дорівнює нулю. Тоді момент імпульсу у другому стані

$$L' = 2\pi n_2 I_{\text{пл}} .$$

Прирівняємо згідно із законом збереження знайдені моменти імпульсу:

$$2\pi n_1 (I_{\text{пл}} + I_{\text{люд}}) = 2\pi n_2 I_{\text{пл}} .$$

Частота обертання платформи

$$n_2 = \frac{n_1 (I_{\text{пл}} + I_{\text{люд}})}{I_{\text{пл}}} = \frac{n_1 (\frac{mR^2}{2} + m_0 R^2)}{\frac{mR^2}{2}} =$$

$$= \frac{n_1 (m + 2m_0)}{m} = \frac{10(100 + 2 \cdot 60)}{100} = 22 \text{ об/хв.}$$

2) При переході від краю платформи до її центра людина виконує роботу, яка дорівнює приросту кінетичної енергії обертання, тобто

$$A=\frac{I_2\omega_2^2}{2}-\frac{I_1\omega_1^2}{2}=\frac{1}{2}\Big[I_{\text{пл}}(2\pi n_2)^2-(I_{\text{пл}}+I_{\text{люд}})(2\pi n_1)^2\Big]=$$
$$=\frac{1}{2}\left[\frac{mR^2}{2}(2\pi n_2)^2-\left(\frac{mR^2}{2}+m_0R^2\right)(2\pi n_1)^2\right]=\pi^2R^2\left[m(n_2^2-n_1^2)-2m_0n_1^2\right]$$

Підставивши числові значення, одержуємо A = 162 Дж.

Задача 24

Обруч радіусом R =1 м висить на цвяху, вбитому в стіну, та виконує коливання у вертикальній площині. Знайти період коливань обруча.

Розв'язання

Обруч – це фізичний маятник, період коливань якого

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgx}}\ ,$$

де m – маса обруча, I – момент інерції обруча відносно точки підвісу, x – відстань між точкою підвісу та центром мас обруча.

Момент інерції I знайдемо за допомогою теореми Штейнера (2.34):

$$I=I_0+mx^2=mR^2+mR^2=2mR^2\,.$$

Відстань $x=R$. Тоді період коливань

$$T=2\pi\sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}}=\sqrt{\frac{2R}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0,5}{9,8}}=0,32\text{ с.}$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1987. – 432 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1. Механика / Д.В. Сивухин. – М. : Наука., 1989. – 576 с.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики / В.С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1990. – 400 с.
4. Чертов А.Г. Задачник по физике: учеб. пособ. / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М. : Высш. шк., 1981. – 496 с.
5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике / И.Е. Иродов. – М. : Наука, 1988. – 416 с.
6. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Е.В. Фирганг. – М. : Высш. шк., 1978. – 351 с.
7. Мясников С.П. Пособие по физике / С.П. Мясников, Т.Н. Осанова. – М. : Высш. шк., 1988. – 399 с.
8. Російсько-український фізичний словник / В.В. Гейченко, О.З. Жмудський, П.П. Кузьменко, Є.Д. Майборода. – Харків : Основа, 1990 – 211 с.
9. Російсько-український словник наукової термінології: Математика. Фізика. Техніка. Науки про землю та космос / В.В. Гейченко, В.М. Завірюхіна, О.О. Зеленюк, В.Г. Коломієць, М.І. Кратко, В.В. Тельнюк-Адамчук, М.П. Хоменко. – К. : Наук. думка, 1998. – 892 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки до розв'язання задач за темою "Механіка. Частина II. Динаміка" курсу "Загальна фізика" українською мовою для студентів усіх спеціальностей та усіх форм навчання

Укладачі: ВЕТЧИНКІНА Зоя Костянтинівна
ДЗЮБЕНКО Наталя Іванівна
ЛЮБЧЕНКО Олена Анатоліївна
ТАВРІНА Тетяна Володимирівна

Роботу до видання рекомендував проф. О.П. Сук
Відповідальний за випуск – проф. О.Г. Багмут

В авторській редакції

План 2010 р., поз. 21 / 55-10

Підп. до друку 22.03.2010. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.
Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 1,7. Обл.-вид. арк. 2,1.
Наклад 200 прим. Зам. №____ Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ "ХПІ"
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ "ХПІ". 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21