

### **ЧИСЛЕННО-ПОЛЕВОЙ РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА И УГЛОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИДЕАЛИЗИРОВАННОГО ТУРБОГЕНЕРАТОРА**

Изложен принцип определения электромагнитного момента электрических машин по результатам численного расчета магнитного поля в их поперечном сечении. Этот метод протестирован расчетом угловой характеристики для идеализированной модели турбогенератора, которая позволяет получить теоретически обоснованные результаты посредством аналитического расчета. Рис. 5, табл. 1, ист. 12.

Силовое взаимодействие различных частей электротехнических устройств осуществляется, как правило, через посредство магнитного поля. В электрических машинах одна из основных величин - электромагнитный момент (ЭММ) - создается, если статор вызывает несимметричное искажение структуры магнитного поля, возбуждаемого ротором, или наоборот. Такие деформации магнитного поля «партнера» возникают из-за собственных источников поля (проводников с токами или постоянных магнитов) либо неоднородных по магнитным свойствам сердечников (явнополюсная структура, магнитный гистерезис).

Из сказанного следует, что «прямой» расчет ЭММ должен основываться на непосредственном расчете пространственной структуры результирующего магнитного поля электрической машины (ЭМ). Математические модели магнитного поля, свойственные классической теории ЭМ [1,2], не дают такой возможности. Поэтому в этой теории ЭММ обычно рассматривается как результат воздействия поля одной из частей (ротор или статор) на проводники с током - другой. Такое определение электромагнитных сил (на основе закона Ампера) и далее - ЭММ, выглядит естественным при расположении проводников обмотки в немагнитном слое на поверхности гладкого сердечника якоря либо при отсутствии последнего.

Для ЭМ традиционной конструкции приходится применять «искусственный прием» [1,2]: реальный зубчатый сердечник представляется гладким, а проводники с током выносятся из пазов на его поверхность, где и определяются электромагнитные взаимодействия. Фактически же на проводники в пазах действуют весьма малые силы, адекватные части поля, проникающей в пазы. А ЭММ возникает благодаря небалансу касательных сил, приложенным к зубцам, что вызывается искажением результирующего поля из-за магнитных полей проводников в пазах. В случае же явнополюсных сердечников (с обмотками или без них) указанный «искусственный прием» неестественен и неэффективен.

Таким образом, чтобы свести всякие условности к минимуму или чтобы вообще получить возможность рассчитать ЭММ, необходимо иметь распределение поля в ЭМ. Но это еще не все решение задачи: от магнитного поля надо перейти к силовым взаимодействиям. Разработанные для этого способы представлены в [3], а именно, определение электромагнитных сил возможно: 1) по изменению энергии или коэнергии магнитного поля при бесконечно малом перемещении выделенного объема; 2) по натяжению силовых линий магнитного поля; 3) по их объемной и поверхностной плотностям в магнитном поле.

Все эти способы, с присущими им достоинствами и недостатками, требуют соответствующего точного расчета магнитных полей, что в современных условиях уже нашло свое решение на основе численных методов и, прежде всего, метода конечных разностей (МКР) [4] и метода конечных элементов [5]. Однако преобразование результатов расчета магнитного поля в силовые взаимодействия на основе указанных способов имеет весьма сложную и недостаточно де-

терминированную реализацию. И, как развитие этих способов, появился так называемый метод «eggshell» [6-8], являющийся модификацией варианта 2 из указанных выше. Этот метод ориентирован на расчеты ЭММ вращающихся и электромагнитных сил линейных ЭМ, а его возможности показаны в [9,10] на примере вентильно-реактивного двигателя. Однако теория реактивных ЭМ не привела пока к надежным аналитическим выражениям для основных параметров, таких как, например, ЭММ. Поэтому достоверность метода «eggshell» еще требует подтверждения, тем более, что экспериментальные и расчетные данные в [10] имеют относительно большое расхождение.

Целью работы является тестирование метода «eggshell» посредством численно-полевого расчета угловой характеристики турбогенератора (ТГ) в сравнении с результатами аналитического расчета. Выбор этого объекта объясняется тем, что теория неявнополюсных синхронных машин достаточно хорошо проработана и аналитическое определение их ЭММ связано с меньшими погрешностями и допущениями, чем, например, в асинхронных машинах или машинах постоянного тока. В более широком плане целью работы является, как это определено в [11], адаптация численных расчетов магнитных полей к анализу все большего набора параметров и характеристик ЭМ, что должно послужить делу совершенствования системы их проектирования.

Структура магнитной системы ТГ, используемого для демонстрационных расчетов, уже представлялась в [11,12]. Для восприятия результатов проводимых исследований приведем следующие его номинальные параметры: активная мощность  $P_N=200$  МВт; фазные напряжения и ток  $U_N=9093$  В;  $I_{aN}=8625$  А; коэффициент мощности  $\cos\varphi_N=0,85$ ; частота  $f=50$  Гц. Из параметров конструкции отметим: число фаз  $m=3$ , число пар полюсов  $p=1$ , основной немагнитный зазор  $\delta=0,1$  м; активная длина  $l_a=5,286$  м; диаметр ротора  $D_R=1,075$  м; относительное укорочение обмотки – 4/5.

Расчет магнитного поля ТГ проводится МКР в той постановке, что и в [11,12]. Этот метод позволяет учесть реальную структуру магнитопровода и его насыщение. Однако в данной работе в магнитном отношении задача решилась, как линейная, чтобы обеспечить те же условия, которые в классической теории ЭМ связаны с минимумом допущений. Практически при расчетах полей магнитная проницаемость сталей сердечников принята соответствующей начальным линейным участкам кривых намагничивания и уже не изменялась.

Расчеты на основе классической теории ЭМ будем иллюстрировать векторной диаграммой Blondеля [1,2]. Она дана на рис.1, где  $\underline{U}$ ,  $I_a$  фазные напряжение и ток;  $\Psi_f$ ,  $\Psi_a$ ,  $\Psi_\Sigma$  - магнитные потокоцепления (МПС) фазной обмотки, вызванные полями обмотки возбуждения, собственным и результирующим;  $E_f$  - ЭДС, индуцируемая полем обмотки ротора. На рис. 1 соотношения величин соответствуют номинальному режиму.

Фазные ЭДС и напряжение при симметричной нагрузке ТГ и без учета активного сопротивления обмотки связывает уравнение

$$E_f = \underline{U} + jx_c I_a \quad (1)$$

Синхронное индукторное

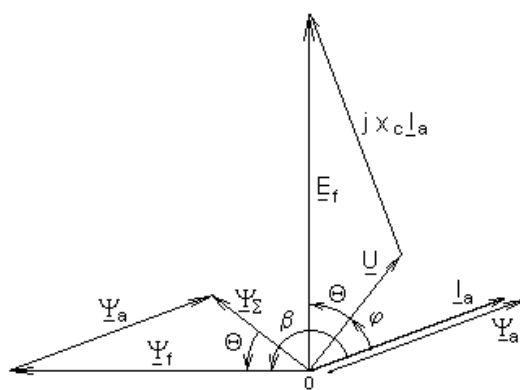


Рисунок 1 – Векторная диаграмма для номинального режима

сопротивление  $x_c$  для (1) определялось, как и в [11], через расчет магнитного поля трехфазной обмотки статора ТГ. В обусловленном состоянии ненасыщенного магнитопровода значения  $x_c$  составили 1,871 Ом - по продольной оси d и 1,837 Ом - по поперечной оси q, а для (1) единое значение  $x_c$  принято усредненным и равным 1,855 Ом.

Действующее значение ЭДС  $E_f$  вычисляется по формуле

$$E_f = \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (x_c I_a + U \sin \varphi)^2}, \quad (2)$$

и для номинального режима составило  $E_{fN}=22180$  В. В условиях принятой линейной модели ток возбуждения для номинального режима

$$I_{fN} = \frac{E_{fN}}{E_{f0}} \cdot I_{f0} \quad (3)$$

получен посредством расчета магнитного поля в режиме холостого хода при произвольном токе  $I_{f0}$ , который дал конкретное значение ЭДС  $E_{f0}$  (оно вычислялось в соответствии с описанием в [11,12]). В итоге по (3) ток  $I_{fN} = 17020$  А.

Аналитически угловая характеристика  $M_{ЭМ}(\Theta)$  рассчитывается следующим образом. Задается ряд значений угла нагрузки  $\Theta$  (рис.1) и при неизменных (номинальных) величинах  $U$  и  $E_f$  каждый раз определяются по известным выражениям [1, 2] электромагнитная мощность  $P_{ЭМ} = mUE_f \sin \Theta / x_c$  и ЭММ:

$$M_{ЭМ} = \frac{P_{ЭМ}}{\Omega}, \quad (4)$$

где  $\Omega = 2\pi \cdot f / p$  - угловая скорость ротора.

Заданные значения угла  $\Theta$  и результаты расчета ЭММ представлены в первых двух колонках таблицы (в скобках здесь и далее даны номера формул).

Таблица – Данные расчета угловой характеристики ТГ

$\Theta$ , градус	$M_{ЭМ}$ , (4) кН·м	$I_a$ , (5) А	$\varphi$ , (6) градус	$\beta$ , (7) градус	$M_{ЭМ}$ , (9) кН·м	$\zeta_{1\Sigma}$ , (11) градус	$\Theta$ , (12) градус	$E_{1\Sigma}$ , (13) В
0	0	7055	90	180	0,35	0,91	0	9001
10	180	7180	73.19	173,19	177	-9,05	9,96	8994
20	355	7539	57.15	167,15	349	-19,06	19,97	8989
30	519	8092	42.37	162,37	510	-29,10	30,01	8975
40	667	8786	28.98	158,98	656	-39,19	40,10	8965
50	795	9573	16.91	156,91	781	-49,31	50,22	8953
60	899	10411	5.94	155,94	892	-59,49	60,40	8947
70	976	11265	-4.14	155,86	956	-69,69	70,60	8953
80	1022	12109	-13.49	156,51	1000	-79,90	80,81	8963
90	1037	12923	-22.29	157,71	1015	-89,89	90,80	8987
100	1022	13688	-30.65	159,35	998	-100,28	101,19	9020
110	976	14391	-38.67	161,33	951	-110,39	111,30	9063
120	899	15020	-46.42	163,58	875	-120,42	121,33	9111
130	795	15567	-53.96	166,04	774	-130,38	131,21	9160
140	667	16025	-61.34	168,66	649	-140,26	141,17	9210
150	519	16386	-68.60	171,40	504	-150,06	150,97	9253
160	355	16648	-75.78	174,22	345	-159,78	160,69	9289
170	180	16806	-82.90	177,10	175	-169,47	170,38	9311
180	0	16859	-90	180	0,54	-179,11	180,02	9319

Чтобы достичь поставленной цели - получить значения  $M_{ЭМ}$  и проверить значения  $\Theta$  через расчет магнитного поля, готовим данные для этого, исходя из уже известных и заданных величин, следующим образом.

На основе векторной диаграммы (рис.1) фазный ток обмотки статора

$$I_a = \sqrt{E_f^2 + U^2 - 2 \cdot E_f \cdot U \cdot \cos \Theta} / x_c \quad (5)$$

и, исходя из известного [1, 2] соотношения  $E_f \sin \Theta = x_c I_a \cos \varphi$ , фазовый сдвиг между  $\underline{U}$  и  $\underline{I}_a$ :

$$\varphi = \arccos \left( \frac{E_f \sin \Theta}{x_c \cdot I_a} \right), \quad (6)$$

Тогда угол сдвига между МПС  $\underline{\Psi}_f$  и  $\underline{\Psi}_a$  и соответственно между МДС обмоток ротора и статора составляет (рис.1)

$$\beta = \Theta + \varphi + 90^\circ. \quad (7)$$

Множественная векторная диаграмма того же типа, что и на рис.1, но для различных значений угла  $\Theta$ , представлена на рис. 2. Точки 1,2,...,7 соответствуют изменению угла  $\Theta$  от 0 до 180° с шагом 30°. Данные расчетов  $I_a$ ,  $\varphi$  и  $\beta$  по формулам (5), (6) и (7) с шагом для  $\Theta$  в 10° показаны в таблице.

Используя угол  $\beta$  и амплитуду тока  $I_m = \sqrt{2} I_a$ , можно определить мгновенные значения токов в фазных обмотках статора

$$i_A = I_m \cos(-\beta); \quad i_B = I_m \cos(-\beta - 2/3 \cdot \pi); \quad i_C = I_m \cos(-\beta + 2/3 \cdot \pi), \quad (8)$$

Здесь учтено, что на диаграммах (рис. 1 и рис.2) вектор тока  $\underline{I}_a$  вместе с вектором  $\underline{\Psi}_a$  отстают по фазе от вектора  $\underline{\Psi}_f$  на угол  $\beta$ , а для  $\underline{\Psi}_f$  при расчете начальная фаза принята равной нулю ( $\underline{\Psi}_f$  обеспечивается магнитным полем, которое в целом в пространстве ориентировано по продольной оси ротора d).

Теперь для расчета магнитного поля в конкретном режиме задаются токи обмотки статора (8), а также неизменный ток обмотки ротора  $I_{fN}$  (3).

Картины магнитных полей при разных значениях  $\Theta$  даны на рис. 3 и рис.4. Это структуры линий равного векторного магнитного потенциала (ВМП) с шагом 0,05 от  $A_{max}$  – его максимального значения в конкретном расчетном режиме.

По результатам расчета поля в соответствии с методом «eggshell» [6-8] находится ЭММ, как это представлено в [9,10]:

$$M_{ЭМ} = \frac{I_a}{\mu_0 (r_S - r_R) S_\delta} \int r \cdot B_r \cdot B_\varphi \cdot dS, \quad (9)$$

где  $B_r$ ,  $B_\varphi$  - радиальная и касательная составляющие магнитной индукции;  $r_S$ ,  $r_R$  - радиусы, ограничивающие кольцевую зону зазора со сторон статора и ротора;  $S_\delta$  - площадь этой зоны, по которой и проводится интегрирование,  $r$  - радиус;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - магнитная постоянная.

Результаты численно-полевого расчета ЭММ по формуле (9) даны в таблице. Они достаточно близки к данным аналитического расчета по формуле (4).

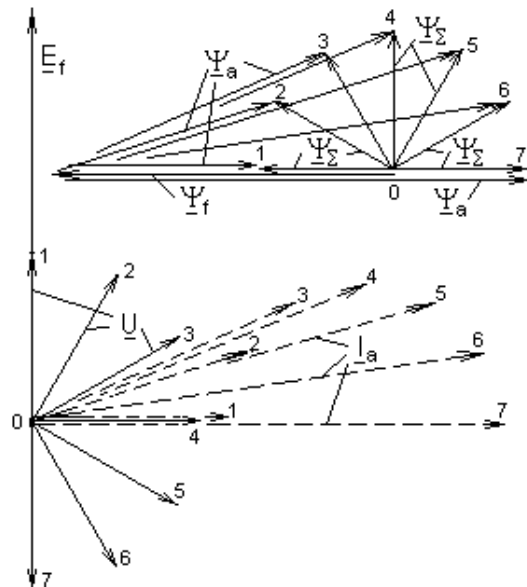


Рисунок 2 – Многопозиционная векторная диаграмма

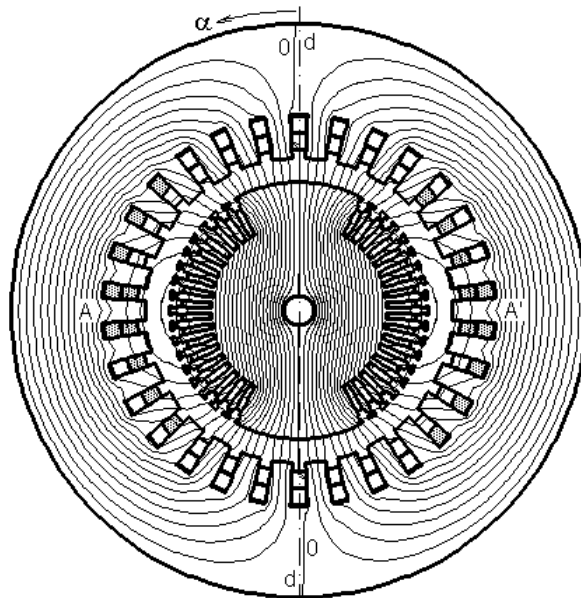


Рисунок 3 – Магнитное поле ТГ при угле нагрузки  $\Theta=0$  ( $A_{\max}=0.5472$  Вб/м)

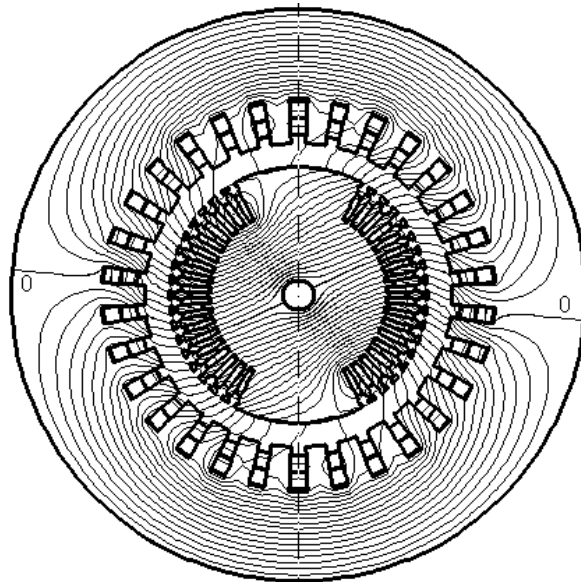


Рисунок 4 – Магнитное поле ТГ при угле нагрузки  $\Theta=90^\circ$  ( $A_{\max}=0.4582$  Вб/м)

Теперь определим, каким образом угол нагрузки  $\Theta$ , заданный в таблице и представленный на векторных диаграммах между векторами  $\Psi_\Sigma$  и  $\Psi_f$ , выявляется из полевого расчета.

Фаза МПС  $\Psi_f$  уже была принята равной нулю, что соответствует ориентации магнитного поля ротора по его продольной оси  $d$ . Фактически так же ориентировано и результирующее магнитное поле на рис.3, что соответствует совпадению по фазе на рис.2  $\Psi_\Sigma$  и  $\Psi_f$  при  $\Theta=0$ . Но уже на рис.4 угловое положение результирующего магнитного поля, которое должно давать  $\Theta=90^\circ$ , угадывается весьма расплывчато (если ориентироваться, например, на разграничивающую линию поля  $A_z=0$ , выделенную на рис.3 и 4).

Чтобы преодолеть приблизительность визуальной оценки угла нагрузки, определим угловое положение  $\Psi_\Sigma$  в соответствии с изложенным в [11], используя распределение ВМП  $A_z$ , которое является первичным результатом численного расчета магнитного поля в ТГ на основе МКР.

При фиксированной структуре рассчитанного магнитного поля будем располагать условно фазную обмотку А-А' статора (структуру ее секций, затемненных на рис.3) в разных угловых позициях к относительно ротора, определяя каждый раз МПС по формуле

$$\Psi_k = \frac{2I_a w_s}{S_A} \int_{S_A} A_z dS, \quad (10)$$

где интегрирование проводится по общей площади поперечного сечения  $S_A$  сторон секций фазной обмотки статора в пределах полюсного деления;  $w_s$  - число витков фазной обмотки статора.

Угловое положение  $\alpha$  фазной зоны обмотки статора определяется положением ее оси, перпендикулярной усредненной плоскости конкретной фазной обмотки. Так на рис.3 фазная обмотка А-А' лежит в плоскости, перпендикулярной

оси ротора, и значит здесь оси этой обмотки и ротора совпадают (положение  $\alpha=0$ ). Принимая  $k=1,2,\dots,K$ , где  $K$  – число фиксированных позиций фазной зоны обмотки статора, по формуле (10) получится численная зависимость  $\Psi_k(\alpha_k)$  которую можно разложить в гармонический ряд Фурье [11,12]

$$\Psi = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \Psi_{m,n} \cos(n\alpha + \zeta_n). \quad (11)$$

Ориентируясь далее на основную - первую гармоническую составляющую этой функции, по ее начальной фазе  $\zeta_1$  можно установить непосредственно направление оси намагничивания ТГ.

Применив такой подход сначала при расчете поля только обмотки ротора в режиме холостого хода, по (11) получили для  $\Psi_{1,f}$  начальную фазу  $\zeta_{1,f} = 0,91^\circ$ .

А значения  $\zeta_{1,\Sigma}$  для  $\Psi_\Sigma$  результирующего магнитного поля при заданных углах  $\Theta$ , определенные также по (11), представлены в таблице. При угле  $\Theta=0$  в таблице получена начальная фаза  $\zeta_{1,\Sigma} = 0,91^\circ$ , аналогичная  $\zeta_{1,f}$ . Такое проявления несимметрии магнитного поля ненагруженного ТГ вызвано несимметричной структурой двухслойной укороченной обмотки статора и подтверждается на рис.3 несовпадением разграничивающей линии поля 0 с продольной осью ротора d.

Используя полученные фазовые соотношения, уже можно определить угол нагрузки ТГ, как фазовый сдвиг МПС  $\Psi_\Sigma$  и  $\Psi_f$ :

$$\Theta = \zeta_{1,f} - \zeta_{1,\Sigma}. \quad (12)$$

Данные расчета угла нагрузки по этой формуле также представлены в таблице. Они близки к исходным заданным значениям  $\Theta$ , хотя есть и очевидные отличия, аналогичные по уровню тем отличиям, которые уже были проявлены для  $M_{ЭМ}$ . Причем этот уровень соответствует той погрешности, которая изначально заложена в уравнение (1), для которого принято единое значение синхронного сопротивления  $x_c$ , тогда как оно изменяется в зависимости от ориентации магнитного поля относительно сердечника ротора. Графически угловая характеристика представлена на рис.5, где Аналит – аналитический и Числ.Пол. – численно-полевой расчеты.

Фактически погрешность, заложенная в  $x_c$ , дала такие отклонения тока  $I_a$  (5), которые не позволили при расчете магнитного поля выдержать неизменное значение  $\Psi_\Sigma$  при различных углах

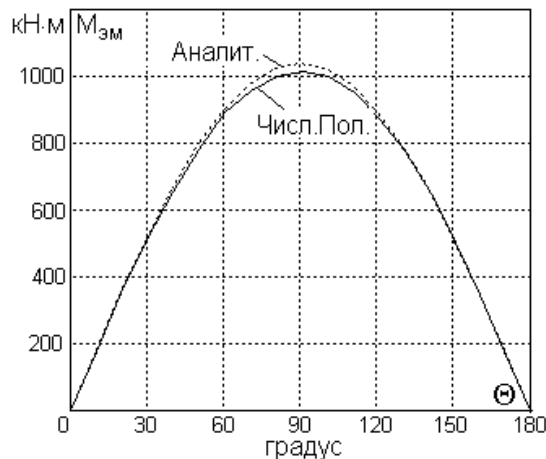


Рисунок 5 – Угловая характеристика ТГ

нагрузки  $\Theta$ . Это наглядно проявляется действующим значением ЭДС

$$E_{1\Sigma} = 4,44 f \Psi_{m,1}, \quad (13)$$

которая находится по амплитуде первой гармоники  $\Psi_{m,1}$  результирующего МПС  $\Psi_\Sigma$ . А эта амплитуда  $\Psi_{m,1}$  получается из гармонического разложения по (11) для любого режима возбуждения ТГ. В принципе ЭДС  $E_{1\Sigma}$  должна быть все время равна заданному напряжению  $U_N=9093$  В, что не выдерживается, как показывают данные из последней колонки таблицы.

#### Выводы.

1. Расчеты ЭММ на полупериоде угловой характеристики ТГ численно-полевым методом подтвердили высокую эффективность метода «eggshell», который дает возможность вычисления ЭММ по магнитному полю в зазоре, разделяющем ротор и статор ЭМ, при сохранении их реальных зубцово-пазовых структур.
2. Примененный численно-полевой метод определения угла нагрузки ТГ позволяет расчетным путем находить значения этого угла с достаточно высокой точностью по фазе результирующего магнитного потокосцепления фазной обмотки статора в любом расчетном режиме.
3. Расхождения между значениями ЭММ и угла нагрузки, полученными численно-полевым и аналитическими методами, находятся на уровне погрешности, которая изначально присуща второму из них.
4. Исследования на идеализированной модели ТГ, доступной аналитическому методу расчета, позволяют перейти к вычислению ЭММ и расчету угловой и других характеристик ЭМ в условиях реального насыщения их магнитопроводов, так как силовые взаимодействия находятся по магнитному полю вне сердечников. Ведь значение имеют величина и структура магнитного поля в основном зазоре ЭМ, а причины, сформировавшие это поле, могут быть любыми.

#### Список литературы

1. Вольдек А.И. Электрические машины. Л.: Энергия, 1978.- 832 с.
2. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. В 2-х ч. Ч.2-Машины переменного тока. Л.: Энергия, 1973.-648 с.
3. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. - М.: Высш. школа, 1989. - 312с.
4. Erdelyi E.A., Fuchs E.F. Nonlinear Magnetic Field Analysis of dc Machines. Part I: Theoretical Fundamentals. Part II: Application of the improved treatment // IEEE Trans. Power Appar. and Syst. 1970. PAS-89, N7, p.1546-1564.
5. Chari M.V.K., Silvester P. Element analysis of magnetically Saturated DC machines // IEEE Trans. Power Appar. and Syst. 1971. PAS-90, N2, p.2362-2372.
6. Arkkio A. Analysis of induction motors based of the numerical solution of the magnetic field and circuit equation //Acta Polytechnica Scandinavica. Helsinki, Finland, 1987. - 97 p.
7. McFee S., Webb J.P., Lowther D.A. A tunable volume integration formulation for force calculation in finite element based computational magnetostatics // IEEE Transactions on Magnetics. - 1998. Vol. 24, № 1. P. 439-442.
8. Henrotte F., Deliege A., Hameyer K. The eggshell method for the computation of electromagnetic forces on rigid bodies in 2D and 3D // The Tenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation Perugia, Italy, June 16-19, 2002.
9. Радимов И.Н., Рымша В.В., Малеванный О.Е. Моделирование режимов работы вентильного индукторного двигателя // Электротехніка і електромеханіка. – 2002. - № 2. – С. 60-64.
10. Рымша В.В. Моделирование и синтез реактивных и индукторных электромеханических преобразователей. – Дисс. на соиск. уч. ст. д-ра техн. наук / Национальный университет „Львовская политехника”, Львов, 2004.-336 с.
11. Милых В.И., Полякова Н.В. Анализ фазовых соотношений электромагнитных величин в турбогенераторе на основе численных расчетов магнитных полей. // Электротехніка і електромеханіка.-2003.-№4.-С.59-64.
12. Милых В.И., Полякова Н.В.. Гармонический анализ ЭДС в турбогенераторе на основе численных расчетов вращающихся магнитных полей в различных режимах.// Электротехніка і електромеханіка. - 2004.-№4.-46-51.

В.И. Милых, В.Г.Данько, Н.В. Полякова. Численно-полевой расчет электромагнитного момента и угловой характеристики идеализированного турбогенератора // Вісн. Східноукр. нац. ун-ту. -2005. -№ . -С. - .

Изложен принцип определения электромагнитного момента электрических машин по результатам численного расчета магнитного поля в их поперечном сечении. Этот метод протестирован расчетом угловой характеристики для идеализированной модели турбогенератора, которая позволяет получить теоретически обоснованные результаты посредством аналитического расчета. Рис. 5, табл. 1, ист. 12.

В.І. Мілих, В.Г. Данько, Н.В.Полякова. Чисельно-польовий розрахунок електромагнітного моменту та кутової характеристики ідеалізованого турбогенератора.

Викладено принцип визначення електромагнітного моменту електричних машин за результатами чисельного розрахунку магнітного поля у їх поперечному перерізі. Цей метод протестовано розрахунком кутової характеристики для ідеалізованої моделі турбогенератора, яка дозволяє отримати теоретично обґрунтовані результати шляхом аналітичного розрахунку.

V.I. Milikh, V.G. Danko, N.V. Polyakova. The numerical-field computation of the electromagnetic torque and the power-angle curve of the idealized turbogenerator.

The principle of the electrical machine electromagnetic torque determination according to the results of magnetic field numerical computation on their cross-section is stated. This method has been tested by the calculation of the power-angle curve for the idealized turbogenerator model that permits to obtain the theoretically well-grounded results by means of the analytical calculation