

*М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, О. В. ХЛАНЬ, М. С. САВЕРСЬКА, Г. В. ТКАЧУК*

### **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ КУЛЬКОВОГО ПОРШНЯ РАДІАЛЬНОЇ ГІДРОПЕРЕДАЧІ З ПРОФІЛЬОВАНОЮ БІГОВОЮ ДОРІЖКОЮ**

Експериментальні дослідження взаємодії кулькового поршня радіальної гідропередачі із біговою доріжкою здійснювалися з використанням методу контактних відбитків, орієнтованого на технологію із застосуванням чутливих до контактної тиску плівок. Результати дослідження контактної взаємодії кулькового поршня радіальної гідрооб'ємної передачі із її статорним кільцем (із біговою доріжкою складного поперечного профілю) однозначно свідчать про справедливість чисельно визначених тенденцій зміни картини розподілу контактної тиску при варіюванні форми бігової доріжки та властивостей проміжного шару. При цьому прослідковується збіжність як форми областей контакту та розподілів контактної тиску, так і характеру їх збурення при зміні тих чи інших чинників. При зміні радіуса поперечного перерізу бігової доріжки від значення, меншого за радіус поршня, до більшого відбувається поступовий перехід від двох краплевидних контактних плям до однієї гантелевидної, а надалі – до еліпсоїдної. Контактний тиск при цьому змінює свій розподіл, знижуючи максимум на периферії та поступово змінюючи розташування максимуму на центральне. При цьому у геометричному центрі можливого контакту спочатку (зі зростанням критичної сили) контактний тиск нульовий, потім зростає, набуваючи локального мінімуму, а врешті – глобального максимуму (за певних параметрів геометричної форми та рівня навантаження).

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, контактна взаємодія, кінематично генерована поверхня, радіальна гідропередача, контактний тиск

### *Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. А. ТКАЧУК, А. В. ХЛАНЬ, М. С. САВЕРСКАЯ, А. В. ТКАЧУК* **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШАРИКОВОГО ПОРШНЯ РАДИАЛЬНОЙ ГИДРОПЕРЕДАЧИ С ПРОФИЛИРОВАННОЙ БЕГОВОЙ ДОРОЖКОЙ**

Экспериментальные исследования взаимодействия шарикового поршня радиальной гидropередачи с беговой дорожкой осуществлялись с использованием метода контактных отпечатков, ориентированного на технологию с применением чувствительных к контактному давлению пленок. Результаты исследования контактного взаимодействия шарикового поршня радиальной гидрообъемной передачи с ее статорным кольцом (с беговой дорожкой сложного поперечного профиля) однозначно свидетельствуют о справедливости определенных численно тенденций изменения картины распределения контактного давления при варьировании формы беговой дорожки и свойств промежуточного слоя. При этом прослеживается сходимость как формы областей контакта и распределений контактного давления, так и характера их возмущения при изменении тех или иных факторов. При изменении радиуса поперечного сечения беговой дорожки от значения, меньшего радиуса поршня, к большему, происходит постепенный переход от двух каплевидных контактных пятен в одном гантелевидном, а в дальнейшем – к эллиптическому. Контактное давление при этом меняет свое распределение, снижая максимум на периферии и постепенно меняя расположение максимума на центральное. При этом в геометрическом центре возможного контакта сначала (с ростом критической силы) контактное давление нулевое, затем растет, достигая локального минимума, а в конце – глобального максимума (при определенных параметрах геометрической формы и уровне нагрузки).

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, контактное взаимодействие, кинематически генерируемая поверхность, радиальная гидropередача, контактное давление

### *M.M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, M.A. TKACHUK, O. KHLAN, M. SAVERSKA, G. TKACHUK* **EXPERIMENTAL RESEARCH OF CONTACT INTERACTION OF RADIAL HYDROTRANSMISSION'S BALL ROLLER WITH PROFILED BACKGROUND**

Experimental research of the interaction of the radial hydrotransmission's ball roller with a treadmill were carried out using the contact marks method, oriented on the technology, using sensitive to the contact pressure of the films. The research results of contact interaction of the ball piston of the radial hydrotransmission with its stator ring (with a treadmill of complex transverse profile) clearly indicate the validity of numerically determined tendencies in the pattern of the contact pressure distribution when changing the shape of the track and the properties of the intermediate layer. At the same time, convergence is observed as the form of contact areas and distribution of contact pressure, as well as the nature of their perturbation when changing certain factors. When the radius of the cross-section of the treadmill changes from a value less than the radius of the piston, to a greater extent, there is a gradual transition from two drop-like contact spots to one dumbbell, and then to an elliptic one. The contact pressure at the same time changes its distribution, reducing the maximum at the periphery and gradually changing the maximum position at the central. At the same time, at the geometric center of the possible contact, the contact pressure is initially zero (with increasing critical force), and then it increases, gaining a local minimum, and eventually it reaches the global maximum (for certain parameters of the geometric form and level of loading).

**Keywords:** stress-strain state, contact interaction, kinematically generated surface, radial hydrovolumetric drive, contact pressure

**Вступ.** Значна кількість машинобудівних конструкцій містить елементи, які знаходяться в умовах контактної силового та кінематичного сполучення. З метою зменшення контактної тиску в цих зонах проектувальники прагнуть використовувати як спряжені поверхні близької, а також частково, фрагментарно або майже співпадаючої (конгруентної) форми. Це, наприклад, «бочкування» робочих поверхонь зубів різних зубчастих передач, модифікація поверхонь роликотітників, профілювання форми бігових доріжок гідрооб'ємних передач (ГОП) і поршнів двигунів внутрі-

шнього згоряння (ДВЗ) за висотою та в оточуючому напрямку тощо. Традиційні методи моделювання контактної взаємодії призводять у таких випадках або до значних похибок в одержуваних результатах, або до надмірно громіздких чисельних моделей. Ще одним суттєвим чинником є недостатньо адекватне моделювання умов контактної сполучення на границях тіл.

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. А. Ткачук, О. В. Хлань, М. С. Саверська, Г. В. Ткачук, 2019

Найчастіше для цього записується, наприклад, умова непроникнення для гладких тіл у лінеаризованому вигляді. Як один із найбільш адекватних варіантів – урахування шорсткості, що моделюється, наприклад, вінклеровим шаром, що дає дещо уточнені, але також лінеаризовані умови контактної взаємодії, які є умовами сумісності переміщень відповідних точок сполучених поверхонь.

У той же час сам поверхневий шар шорсткості володіє в загальному випадку нелінійними властивостями у залежності «тиск – переміщення», і, крім того, в зоні контактної взаємодії може реалізовуватися контакт із мастильними матеріалами або через гідродинамічний шар, сама поверхня деталей може бути піддана хімічній, механічній або температурній обробці, а також здійснене розміщення між тілами пружних прокладок, прошарків, напилень, плівок, ущільнень, що істотно позначається сукупно на фізико-механічних характеристиках контактуючих поверхневих шарів (або проміжних шарів між гладкими тілами). У результаті отримувані залежності «локальної» контактної жорсткості (податливості) від тиску, швидкостей, температури, режимів і технологій зміцнення тощо, що базуються на мікромеханічних моделях, стають істотно нелінійними. До теперішнього часу для формування цих залежностей залучаються або дані експериментальних досліджень, або різні спрощені моделі контактної взаємодії мікронерівностей у вигляді стрижнів, напівсфер тощо. У цьому випадку на основі одержуваних даних встановлюються різні моделі локальної податливості, які народжуються мікронерівностями поверхні (або іншими джерелами).

Тут слід виділити, зокрема, роботи І.В. Крагельського, Н.Б. Дьомкіна, Перссона (Persson BNJ), Грінвуда (Greenwood JA) та інших. У той же час до теперішнього часу відсутня єдина завершена теорія мікромеханіки контактної взаємодії, що зумовлено складною формою мікронерівностей, стохастичним розподілом їх на площі контакту, неоднорідністю та анізотропією властивості матеріалу поверхневих шарів деталей тощо. Однак відразу можна відмітити, що вже запропоновані до теперішнього часу нові моделі, які описують зв'язок «нормальні переміщення – контактний тиск», є істотно нелінійними, тобто такими, що не лінеаризуються без втрати фізичної адекватності, математичної коректності та чисельної точності.

Таким чином, у записі умов контактної взаємодії (непроникнення) з'являються нелінійні доданки, зумовлені нелінійністю фізико-механічних характеристик матеріалів шарів шорсткості, що принципово відрізняє їх від традиційних лінеаризованих. У результаті структурна нелінійність задачі доповнюється фізичною, причому друга присутня у співвідношеннях, які відображають суть першої. Для розв'язання таких задач, що містять нелінійні доданки в умовах контактної взаємодії, необхідне розроблення нових методів і підходів. Більш того, потрібна розробка нових шляхів розв'язання обернених задач, тобто геометричного синтезу таких профілів поверхонь взаємодіючих тіл і фізико-механічних властивостей проміжних або поверхневих шарів, які дають можливість управляти (наприклад, мінімізувати) контактним тиском, напруженнями або

іншими характеристиками, що впливають на конструкційну міцність деталей машин. Ці обставини формують актуальну наукову проблему розробки нових методів аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням не тільки структурної, а й додаткової фізичної нелінійності, а також обґрунтування геометричної форми поверхонь і властивостей поверхневих шарів матеріалів контактуючих тіл за критеріями міцності.

Це визначило напрямок досліджень, описаних у роботі.

**Аналіз методів контактної взаємодії.** Аналіз контактної взаємодії є одним із найбільш важливих напрямків у механіці. Це викликано як потребами машинобудування, де потужність у багатьох випадках передається за допомогою механічного контакту деталей, так і багатством математичних постановок контактних задач. Таким чином, сформувався цілий напрямок – механіка контактної взаємодії (або контактна механіка) [1].

Піонерською роботою у механіці контактної взаємодії вважається робота Г. Герца [2]. Аналітичний розв'язок, що був запропонований, із певними змінами, доповненнями та уточненнями дійшов до нашого часу. Дійсно, він має надзвичайну привабливість, адже оперує із обмеженою кількістю параметрів – кривизнами контактуючих тіл у зоні стикання, фізико-механічними властивостями їхніх матеріалів та величиною притискового зусилля. Разом із тим модель Герца має жорсткі обмеження щодо геометричної форми та розмірів тіла у співставленні із розмірами контактної плями. Задача у загальному випадку зводиться до контакту двох параболоїдів, реакція котрих на дію контактних зусиль аналогічна реакції пружних напівпросторів.

Більш широка постановка задач контактної взаємодії та їх виділення у окремий клас сформульована у роботі Сіньоріні [3]. У ній була описана загальна постановка задачі про контакт двох пружних тіл з гладкою границею без урахування тертя – т.з. задача Сіньоріні.

На розв'язання контактних задач у різних постановках були спрямовані зусилля багатьох дослідників: [1–16]. Ними були задіяні та розвинені методи математичної фізики та функціонального аналізу, у т.ч. – асимптотичні методи [14], методи однорідних розв'язків [15], парних рівнянь [16], R-функцій [13] тощо.

Постановки і методи розв'язання контактних задач про кочення із проковзуванням твердих і деформованих тіл за наявності між ними тонкого в'язкопружного шару, що моделює вплив проміжного середовища на характер взаємодії, викладені у [4]. Результати використовуються для аналізу залежності величини сили опору перекочування від властивостей цього шару, а також від коефіцієнта тертя ковзання між шаром і тілом, що котиться по ньому.

Разом із тим бурхливий розвиток останнім часом отримали чисельні методи, пов'язані із дискретизацією тіл методом скінченних (МСЕ) [17] та граничних елементів (МГЕ) [18]. Теоретичною базою цих чисельних методів для контактних задач можуть бути відповідно варіаційні формулювання та граничні інтегральні рів-

няння.

Що стосується варіаційних постановок, то вони, починаючи із роботи [19], отримали суттєвий розвиток на основі теорії варіаційних нерівностей [20-28]. Ця теорія адаптована для глибокого аналізу задач такого типу, оскільки не передбачає ніяких додаткових гіпотез відносно форми та розмірів контактних плям. Сам розподіл контактного тиску, а також форма і розміри контактної плями не задаються, а визначаються, наприклад із умов екстремуму деяких функціоналів. Зокрема, одним із варіантів такого типу постановок є варіаційний принцип Калькера [24]. Він оперує із функціоналом, визначеним на множині невід'ємних розподілів контактного тиску, на якій, власне, і розшукується його мінімум.

Крім того, можливі самі розманітні напрямки розвитку варіаційних постановок [1, 9-31].

Метод граничних елементів як один із варіантів дискретизації граничних інтегральних рівнянь має свої переваги та недоліки. Перші відзначаються тим, що за його допомогою фізична розмірність задачі знижується на одиницю. Тим самим різко зменшується обсяг дискретизованої моделі. З іншого боку, йому властиві й недоліки, пов'язані із труднощами застосування до випадку контакту тіл скінчених розмірів, а також із тим, що у дискретизованій моделі доводиться оперувати не із рідкозаповненою, а із матрицею загального вигляду.

Різноманітні постановки, формулювання та методи й моделі разом із тим не вичерпують усього набору чинників, які потрібно врахувати. Так, у загальній постановці важко об'єднати довільну форму контактуючих тіл, нелінійні властивості поверхневих шарів, шорсткості, прокладок, напильних, плівок тощо. У той же час, як показано, у роботах [32, 33] є певна кореляція між гранично-елементною постановкою контактної задачі та варіаційним формулюванням: за певних умов дискретизовані їх форми співпадають. Це спонукає шукати загальні формулювання, які об'єднують, з одного боку, гранично-інтегральні та варіаційні постановки, а з іншого – різні додаткові чинники. Серед них значну роль відіграють неканонічність форми розподілів зазорів, а також нелінійні властивості приповерхневих, поверхневих або міжповерхневих шарів у системі контактуючих тіл.

На основі розвитку варіаційних формулювань та методу граничних елементів у роботах [30, 31, 34-38] розроблені нові підходи до розв'язання задач контактної взаємодії складнопрофільних тіл. Разом із тим вони потребують експериментального підтвердження.

**Постановка задач та методика досліджень.** Наведений і описаний у роботах [30, 31, 34-38] комплекс чисельних досліджень стосовно реальних машинобудівних виробів вимагає обґрунтування адекватності створених математичних і докладності створених чисельних методів і моделей, точності отриманих із їх застосуванням результатів та достовірності розроблених на цій основі рекомендацій щодо обґрунтування проектних і технологічних параметрів. При цьому важливо виділити 2 аспекти:

- *методологічний*, тобто об'єктивне обґрунту-

вання адекватності розроблених у цих роботах підходів, методів і моделей для аналізу напружено-деформованого стану складнопрофільних тіл з урахуванням контактної взаємодії;

- *практичний*, тобто створення нових виробів з підвищеними технічними та тактико-технічними характеристиками на основі технічних рішень, які одержані із урахуванням властивостей характеристик поверхневих шарів матеріалів і модифікації геометричної форми контактуючих поверхонь в зонах контактної взаємодії.

Для розв'язання цих задач, що виникають, необхідно спиратися на результати експериментальних досліджень. З огляду на масштаб і ресурсомісткість цих досліджень, були залучені результати серії експериментів стосовно аналізу контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою гідропередачі. Це викликано тим, що при створенні нової гідропередачі для перспективних важких бойових машин виникає ряд проблемних ситуацій. Вони зумовлені, з одного боку, обмеженнями на габаритні розміри гідропередачі унаслідок оригінальних компоувальних рішень моторно-трансмісійного відділення вітчизняних танків, а з іншого, – із-за високого рівня потужності, яку необхідно передавати від двигуна до рушія. Відповідно, в зонах контактної взаємодії елементів гідропередачі діють високі контактні навантаження. Саме вони є основним стримуючим чинником при забезпеченні високих технічних характеристик проектованих гідропередач.

Це зумовлює необхідність визначити вплив форми поверхонь контактуючих тіл і властивостей поверхневих шарів на величину і характер розподілів контактного тиску у сполученні найбільш навантаженої пари деталей – кулькового поршня та складнопрофільної бігової доріжки гідропередачі.

Гідропередача ГОП-900, створена в ДП «Харківське конструкторське бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова» [www.morozov.com.ua], є ключовою ланкою при створенні перспективних важких бойових броньованих машин з високим рівнем рухливості, маневреності та керованості (рис. 1), а в табл. 1 наведені її технічні характеристики.

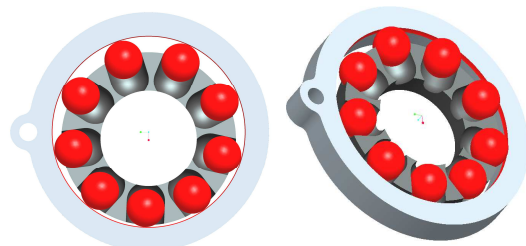


Рисунок 1 – Гідропередача ГОП-900 із кульковими поршнями [www.morozov.com.ua]

Основним найбільш навантаженим і відповідальним елементом гідропередачі є пара «кульковий поршень – бігова доріжка». У зоні їх контактної взаємодії виникає контактний тиск, на який істотний вплив чинять два фактори: форма поверхонь контактуючих тіл і фізико-механічні властивості поверхневих шарів. З огляду на те, що форма і розміри кулькового поршня радіальної гідропередачі визначаються її проектними

характеристики, то варіативність геометричної форми забезпечується тільки формою профілю осьового перерізу бігової доріжки (рис. 2).

Що стосується властивостей поверхневих шарів контактуючих деталей, то вони визначаються механічною обробкою, термообробкою і властивостями матеріалу кулькового поршня та бігової доріжки. При цьому раніше останній чинник не отримував експериментального дослідження свого впливу на контактну взаємодію цих СПТ, а був досліджений у обмеженій постановці без урахування впливу іншого.

Таблиця 1 – Базові параметри елементів ГОП-900

| Позн.                                              | Параметри                                            | Значення |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|----------|
| <i>Геометричні параметри</i>                       |                                                      |          |
| $R_p$                                              | радіус поршня, м                                     | 0.03175  |
| $R_{sp}$                                           | радіус кругової траєкторії центра поршня, м          | 0.128    |
| $R_{st}$                                           | радіус статорного кільця, м                          | 0.15975  |
| $R_{rot}$                                          | радіус корпусу ротора, м                             | 0.145    |
| $\delta$                                           | максимальний ексцентриситет, м                       | 0.012    |
| <i>Пружні константи матеріалу поршня і статора</i> |                                                      |          |
| $E$                                                | модуль пружності, ГПа                                | 200      |
| $\nu$                                              | коефіцієнт Пуасона                                   | 0.3      |
| <i>Параметри навантаженості передачі</i>           |                                                      |          |
| $P$                                                | притискне зусилля у спряженні поршня зі статором, кН | 15 ÷ 120 |

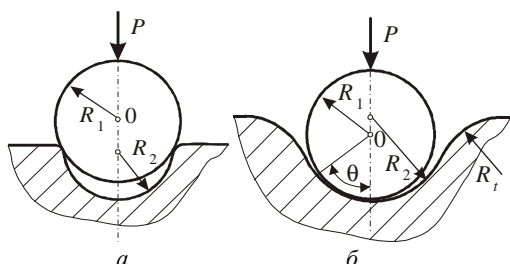


Рисунок 2 – Характер профілю бігової доріжки початкового контакту з кульковим поршнем при значеннях радіуса її центральної частини: а – менших радіуса поршня, б – більших радіуса поршня

З огляду на перелічені обставини, з досліджуваного об'єкта був вицлений базовий елемент – кульковий поршень і фрагмент бігової доріжки. Цей фрагмент матеріалізований у вигляді фізичного макету (рис. 3). У зборі об'єкт досліджень наведений на рис. 4. Кульковий поршень був узятий оригінальним (із дослідного зразка ГОП-900), а фрагмент бігової доріжки виготовлений з блоку плексигласу. З точки зору варіативності форми у блоці плексигласу виконані вирізи різного профілю (рис. 5).



Рисунок 3 – Фізичний макет об'єкта у розборі



Рисунок 4 – Об'єкт досліджень у зборі

Для реалізації ж варіативності фізико-механічних

характеристик поверхневих шарів між контактуючими тілами розміщувався багатошаровий набір з гумової смуги. Властивості і товщина цієї смуги відповідають наведеним у роботі [39] (рис. 6), однак максимальну кількість шарів збільшено з трьох до п'яти. Це відчутно розширило діапазон варіювання фізико-механічних властивостей модельованого таким чином проміжного шару. Таким чином, потрібне проведення додаткових експериментальних досліджень у лабораторних умовах.



Рисунок 5 – Профілі бігової доріжки

Для реалізації навантаження досліджуваного об'єкта був зібраний спеціальний стенд (рис. 7). Він складається з основи 1, на якій змонтована збірка універсально-збірного пристосування 2. Вона призначена для розміщення і базування блоку плексигласу 3 з фігурними вирізами. Кульковий поршень 4 розміщується у відповідному фігурному вирізі та навантажується за допомогою гвинта 5, вмонтованого в силову рамку 6.

Як реєструюча апаратура застосовувалися: прилад тензометричний набору ІСД-3, приєднаний до тензодатчиків типу КФ-5 на силовому гвинті (на рис. 7 – № 5) (рис. 8); чутлива до контактного тиску плівка фірми Фуїї, яка розміщена між притискуваною кулею та профільним вирізом у блоці (рис. 9).

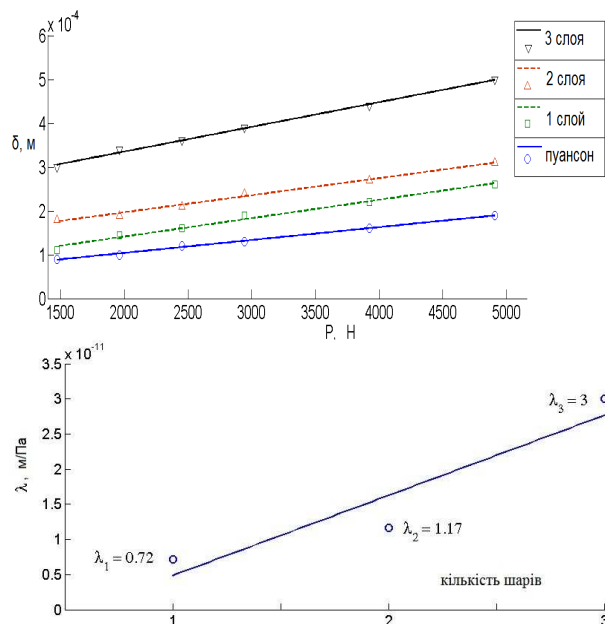


Рисунок 6 – Фізико-механічні властивості гумової смуги при дії притискного зусилля [39]:

а – залежність переміщень пуансона при варіюванні прикладеним навантаженням для різної кількості шарів гуми; б – крива для варіювання податливості гуми, використовуваної для проведення експериментів

Цим забезпечується вимірювання притискного зусилля кулі  $P$  і контактного тиску  $p$  між цією кулею та профільним вирізом у блоці плексигласу. Система

«гвинт – тензодатчики – ІСД-3» протарована за допомогою динамометра зразкового стиснення ДОСМ-3.

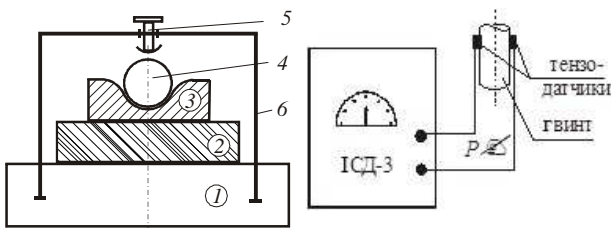


Рисунок 7 – Схема спеціального стенда

Рисунок 8 – Схема вимірювання притискного зусилля

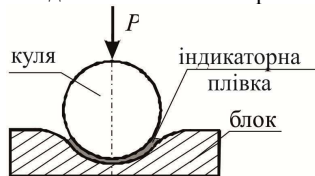
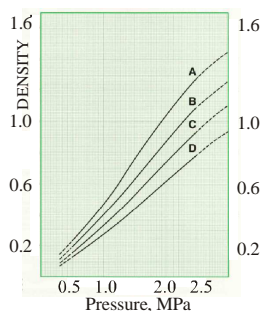
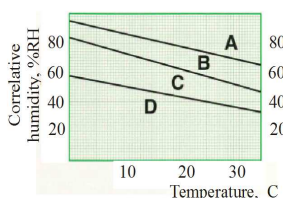


Рисунок 9 – Схема вимірювання розподілу контактної тиску

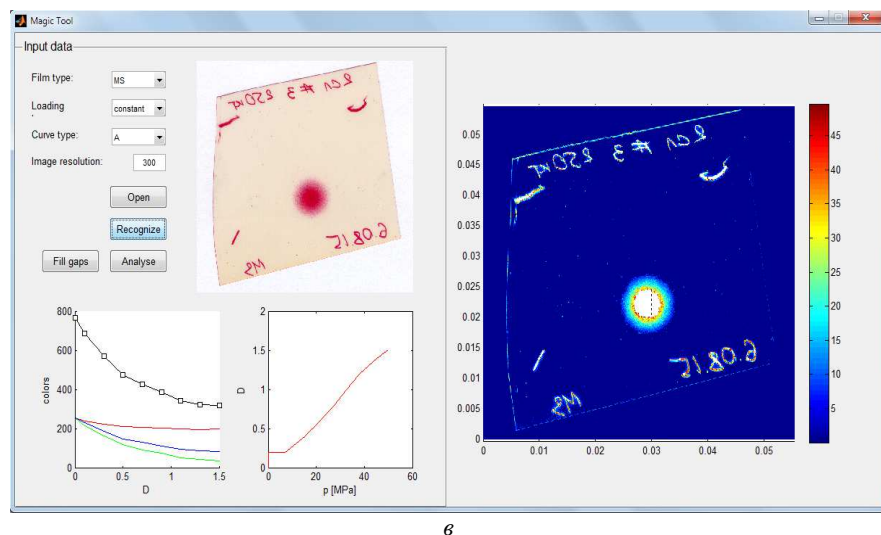
Чутлива до тиску плівка різних типів працює у рі-



а



б



в

Рисунок 10 – Програма розшифровки картини розподілу контактної тиску: а – криві залежності «тиск – інтенсивність кольору відбитка» для плівки LLW, б – залежність кривих від умов проведення вимірювань, в – робоче вікно програми Pressure Mapping Tool (PMT)

У ході досліджень варіювався діаметр профілю бігової доріжки і податливість проміжного шару між нею та кульковим поршнем. У табл. 2 зібрані варіанти характеристик досліджуваної збірки.

Таблиця 2 – Варіанти поєднання характеристик досліджуваного макета складання «кульковий поршень – проміжний шар – бігова доріжка гідропередачі»

| № п/п | № експ. | Радіус профіля бігової доріжки, мм | Кількість шарів гумової полоси | Типи плівки     |
|-------|---------|------------------------------------|--------------------------------|-----------------|
| 1     | 8       | 62                                 | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 2     | 9       |                                    | 1                              |                 |
| 3     | 10      |                                    | 4                              | «М», «Н»        |
| 4     | 0       | 68,5                               | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 5     | 4       |                                    | 1                              |                 |
| 6     | 6       |                                    | 4                              |                 |
| 7     | 12      | 73                                 | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 8     | 14      |                                    | 2                              |                 |

зних діапазонах чутливості. Використовувані у роботі типи плівок із зазначенням діапазону вимірюваних тисків, МПа: *складені* – Ultra Super Low Pressure (LLLW), діапазон вимірюваного тиску – 0,2–0,6 МПа; Super Low Pressure (LLW), 0,5–2,5 МПа; Low Pressure (LW), 2,5–10 МПа; Medium Pressure (MW), 10–50 МПа; *одинарні* – Medium Pressure (MS), 10–50 МПа; High Pressure (HS), 50–130; Super High Pressure (HHS), 130–300 МПа. Кожен забезпечений калібрувальною таблицею кольорів, що ставить у відповідність інтенсивності контактної відбитки відповідний контактний тиск. Крім того, для розшифровки картини розподілу контактної тиску була залучена розроблена раніше [33] і вдосконалена (для проведення поточних випробувань) програма Pressure Mapping Tool (PMT) (рис. 10). Зокрема, вона доповнена можливостями визначення площі контакту, дво- та одновимірних розподілів тиску (вздовж площадок та ліній), а також можливістю роботи не з одним, а з декількома пакетами плівок, зібраними в єдиний фіксуєуючий шар.

Крім того, у деяких випадках здійснювалися вимірювання з п'ятьма шарами з гумової смуги. Навантаження здійснювалося або за допомогою ударника, або на стенді (див. рис. 7). Вимірювання проводилися по 3÷5 разів із застосуванням як вимірювача або чутливої плівки MS, або HS, або їх набору. Відповідно, наведені у табл. 2 варіанти забезпечуються індексами «М», «Н» і «НМ».

**Результати досліджень.** На рис. 11 представлені стенд і робочі моменти випробувань, на рис. 12–19 та у табл. 3 наведені результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 2) для плівок «Н», «М» і «НМ» відповідно. На рис. 18 і у табл. 4 наведені результати окремої серії експериментів для радіусу профіля бігової доріжки 68,5 мм, у яких притискання здійснювалося поступово за допомогою гвинтового важеля. Отримані контактні відбитки були проаналізовані із більш

точно обчисленими значеннями притискної сили, площі контакту та максимального контактного тиску, які наведені в табл. 5.

Як видно з представлених картин розподілів контактних майданчиків і тиску, спостерігається повна якісна і задовільна кількісна відповідність отриманих експериментально (див. табл. 3) і чисельно [30–38] даних. Зокрема, простежується (для випадку, див.

рис. 2, а) відповідно, варіанти 0/62, 9/62, 4/68,5 і 6/68,5 (див. табл. 3), гантелевидний вигляд контактних майданчиків і розподілів контактного тиску. Також при цьому простежується згладжувальний ефект від наявності пружного проміжного шару: зі зростанням кількості шарів контактна площадка збільшується, максимальний контактний тиск зменшується, а їх розподіл набуває більш рівномірного характеру.

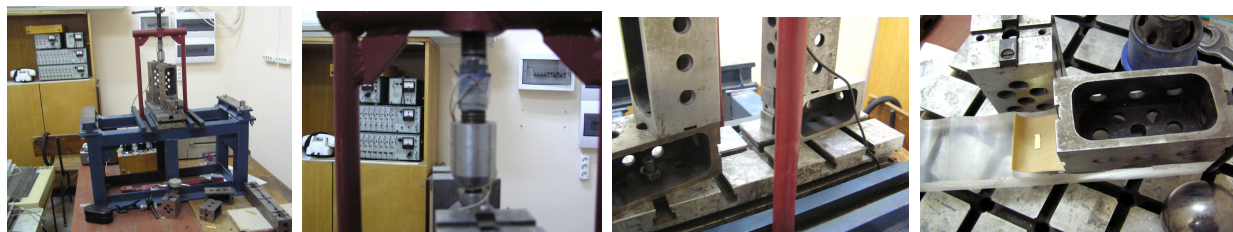
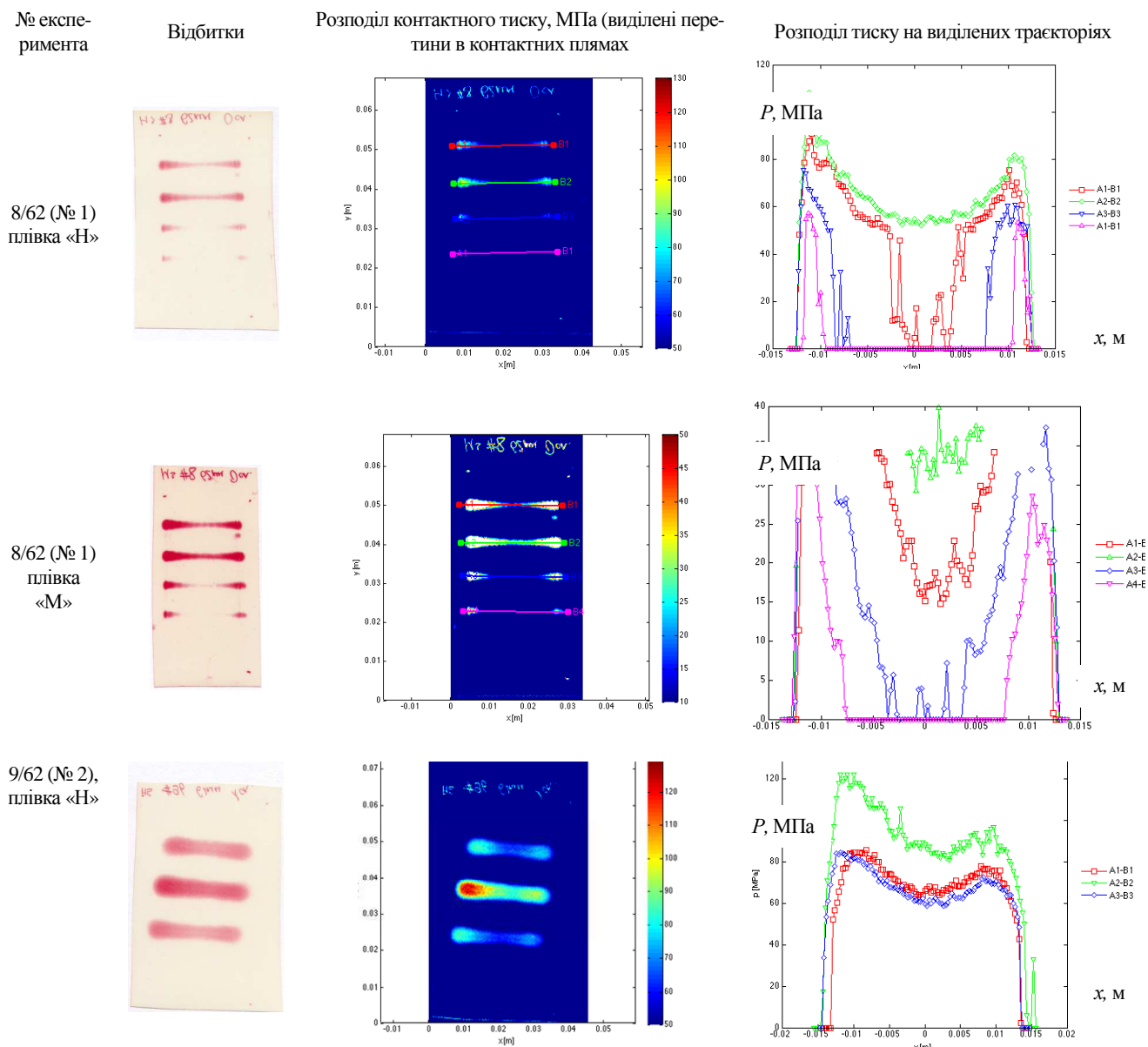


Рисунок 11 – Стенд і робочі моменти випробувань контактної взаємодії кульового поршня з макетом бігової доріжки гідропередачі ГОП-900

Таблиця 3 – Результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 2) для плівок «Н» і «М»

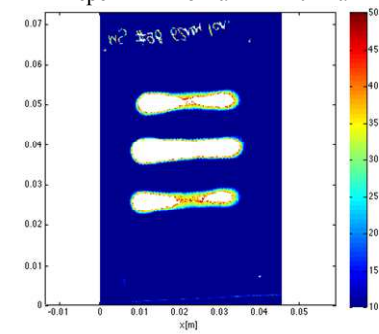


№ експе-  
римента  
9/62  
(№ 2)  
плівка  
«М»

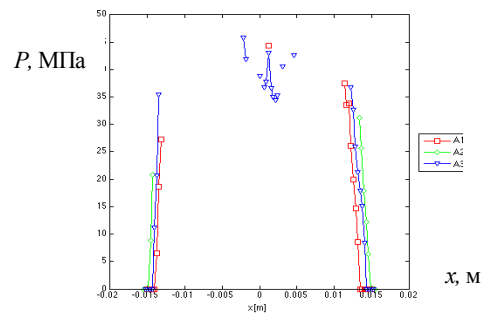


Відбитки

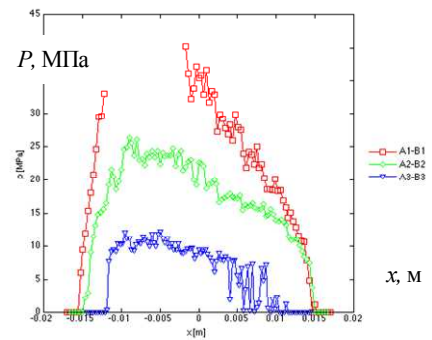
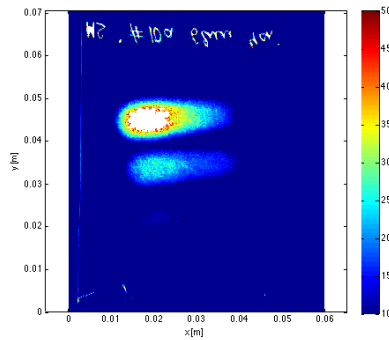
Розподіл контактного тиску, МПа (виділені перетини в контактних плямах)



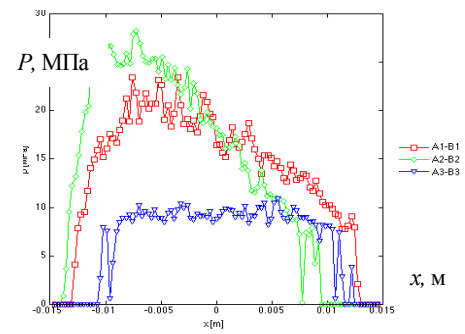
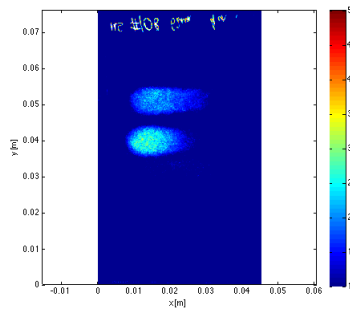
Розподіл тиску на виділених траекторіях



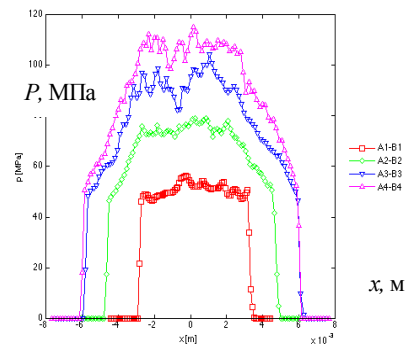
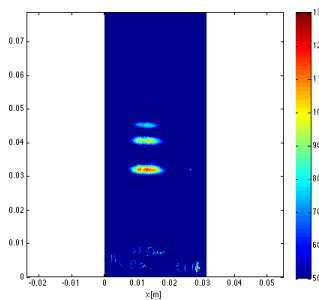
10/62  
(№ 3)  
плівка «Н»



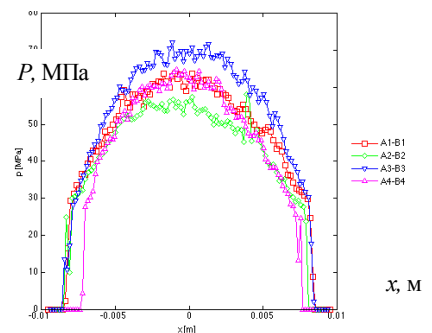
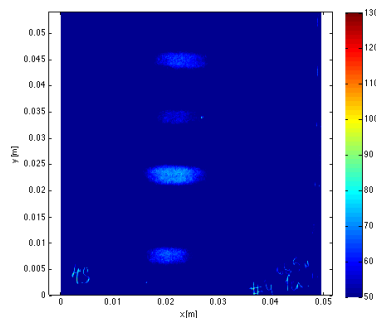
10/62  
(№ 3)  
плівка  
«М»



0/68,5  
(№ 4)  
плівка «Н»



4/68,5  
(№ 5)  
плівка «Н»



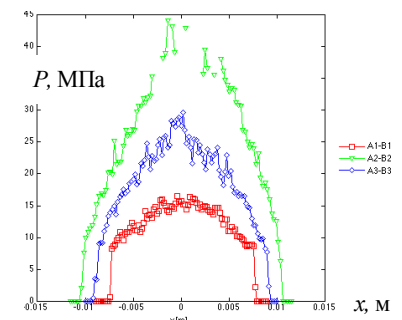
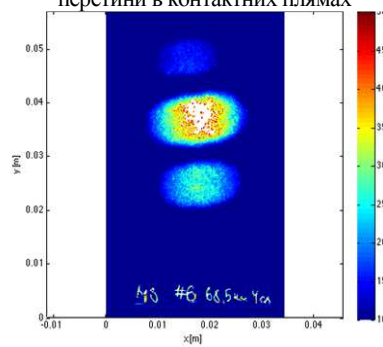
№ експе-  
римента

Відбитки

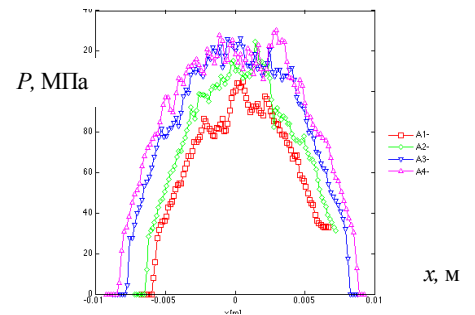
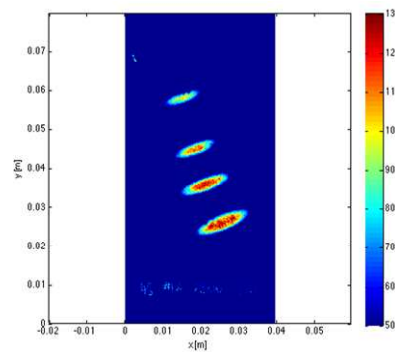
Розподіл контактного тиску, МПа (виділені  
перетини в контактних плямах

Розподіл тиску на виділених траекторіях

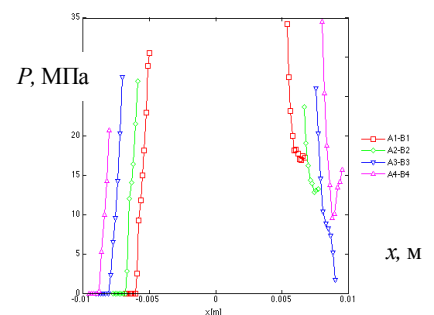
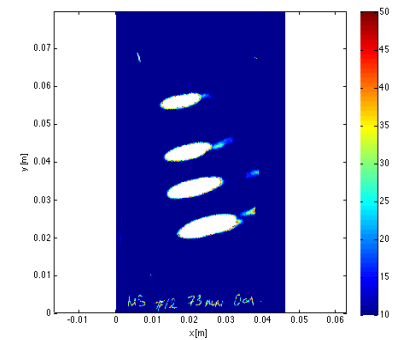
6/68,5  
(№ 6)  
(див. табл.  
2), плівка  
«М»



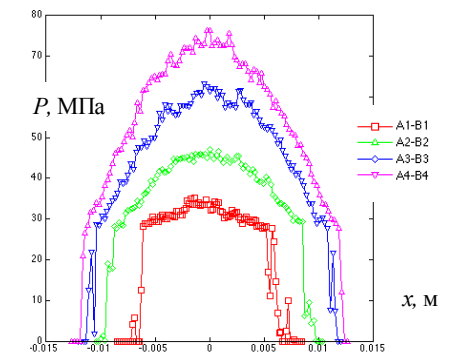
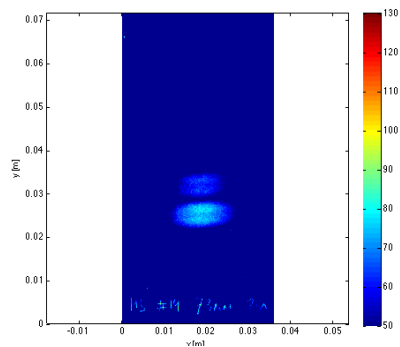
12/73  
(№ 7)  
плівка  
«Н»:



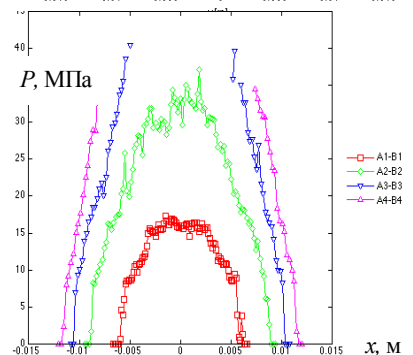
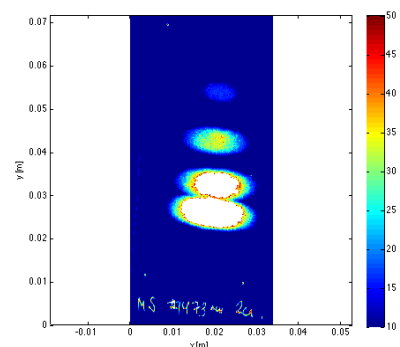
12/73  
(№ 7)  
плівка  
«М»:



14/73  
(№ 8)  
плівка  
«Н»:



Експери-  
мент 14/73  
(№ 8)  
плівка  
«М»:





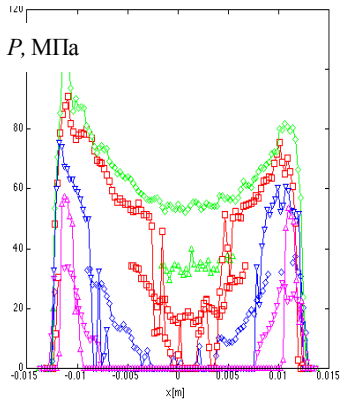


Рисунок 12 – Експеримент 8/62 (№ 1) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

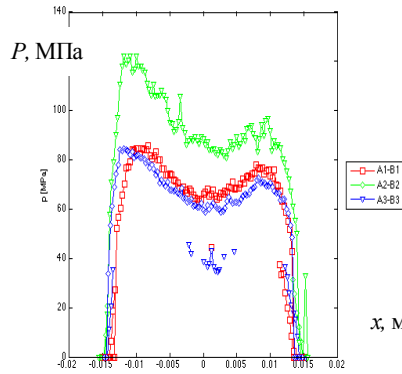


Рисунок 13 – Експеримент 9/62 (№ 2) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

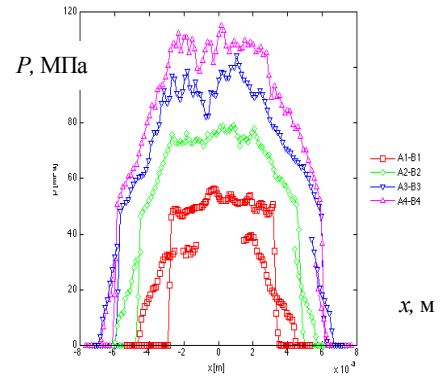


Рисунок 14 – Експеримент 0/68,5 (№ 4) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

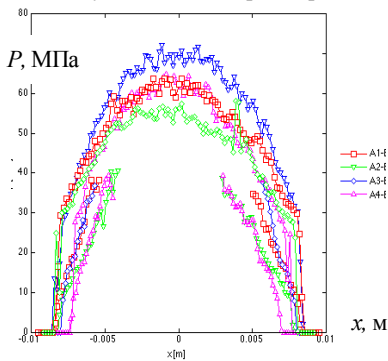


Рисунок 15 – Експеримент 4/68,5 (№ 5) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

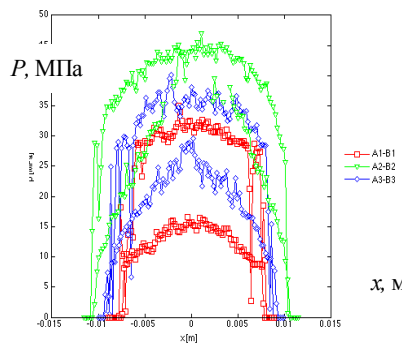


Рисунок 16 – Експеримент 6/68,5 (№ 6) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

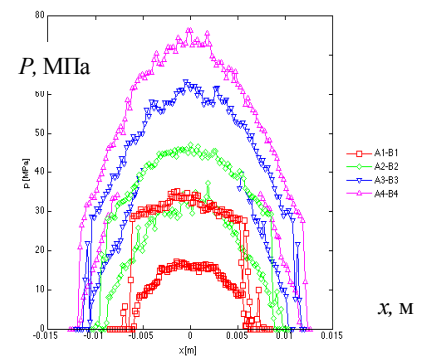
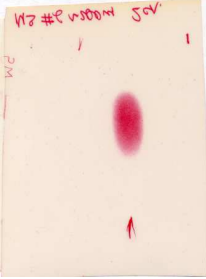
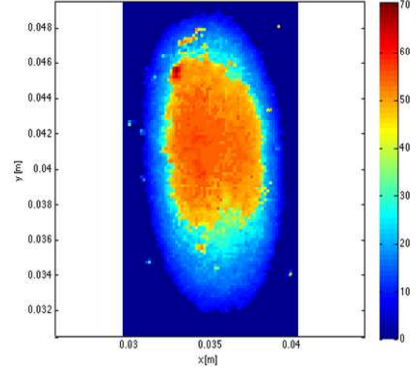
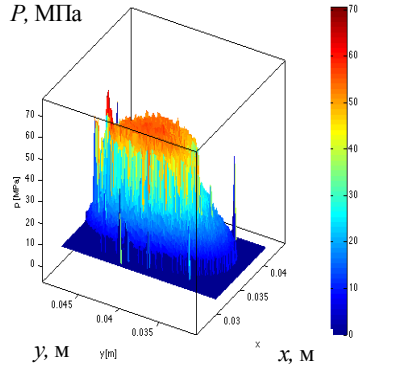

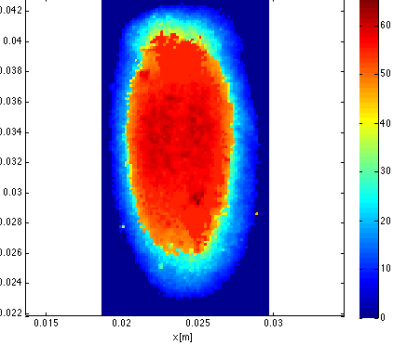
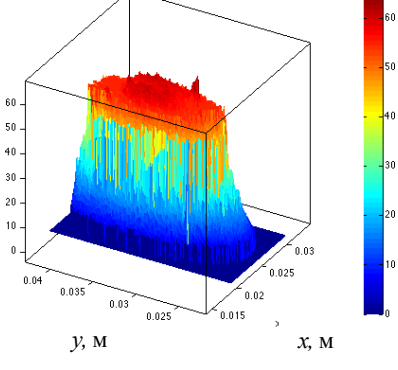

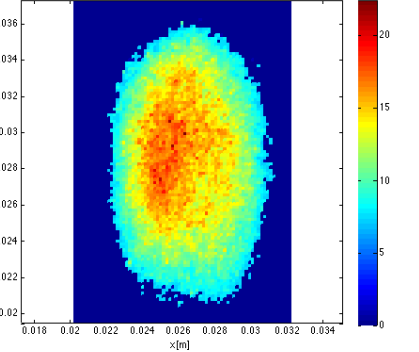
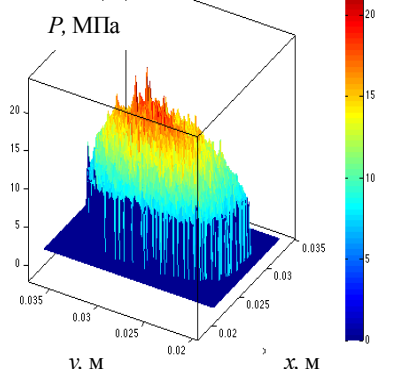

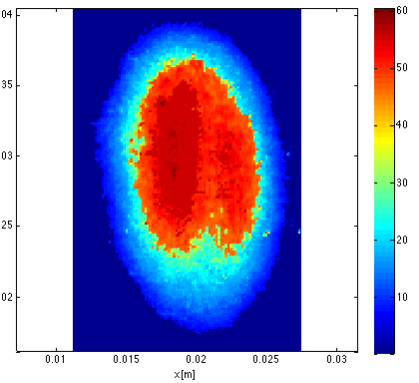
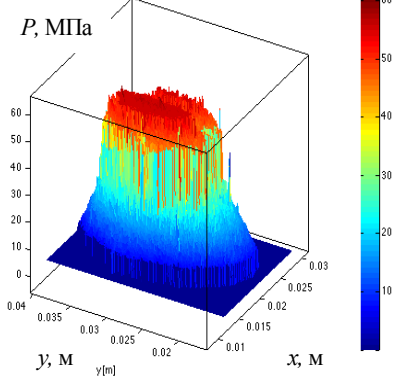


Рисунок 17 – Експеримент 14/73 (№ 8) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

Таблиця 4 – Результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 5) для плівок «Н», «М»

| № експеримента               | Відбитки | Розподіл контактного тиску, МПа | Розподіл контактного тиску (ізометрія) |
|------------------------------|----------|---------------------------------|----------------------------------------|
| 4 (№ 1)<br>плівки «Н» і «М»: |          |                                 |                                        |
| 5 (№ 2)<br>плівки «Н» і «М»: |          |                                 |                                        |

| № експе-<br>римента                                          | Відбитки                                                                            | Розподіл контактного тиску, МПа                                                     | Розподіл контактного тиску (ізометрія)                                                |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 (№ 3)<br>(див. табл.<br>3), плівки<br>«Н» і «М»            |    |    |    |
| 7 (№ 4)<br>(див. табл.<br>3), плівки<br>«Н» і<br>«М»:        |   |   |   |
| 8 (№ 5)<br>(см. табл.<br>3), плівка<br>«М»:                  |  |  |  |
| 9 (№ 6)<br>(див. табл.<br>7.4.3),<br>плівки<br>«Н» і<br>«М»: |  |  |  |

Таблиця 5 – Значення притискової сили ( $P$ ), площі контакту ( $A$ ) та максимального контактної тиску ( $p_{\max}$ ), отримані у серії експериментів для радіусу профілю бігової доріжки 68,5 мм

| № п/п | nr | Число шарів | Плівки | $P$ , Н | $A$ , мм <sup>2</sup> | $P_{\max}$ , МПа | № п/п | nr | Число шарів | Плівки | $P$ , Н | $A$ , мм <sup>2</sup> | $P_{\max}$ , МПа |
|-------|----|-------------|--------|---------|-----------------------|------------------|-------|----|-------------|--------|---------|-----------------------|------------------|
| 1     | 4  | 1           | HS+MS  | 4202,27 | 88,2                  | 83,44            | 4     | 7  | 2           | HS+MS  | 5730,74 | 158,22                | 65,56            |
| 2     | 5  | 1           | HS+MS  | 3235,89 | 80,97                 | 68,47            | 5     | 8  | 4           | MS     | 1300,5  | 108,73                | 22,375           |
| 3     | 6  | 2           | HS+MS  | 3657,25 | 119,37                | 57,65            | 6     | 9  | 4           | HS+MS  | 6983,37 | 230,14                | 60,47            |

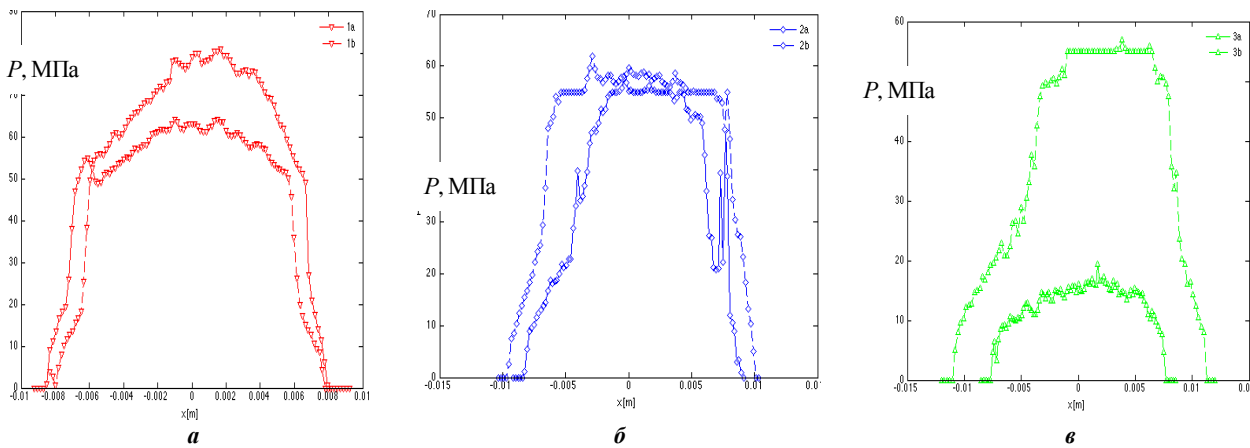


Рисунок 18 – Осьові розподіли контактної тиску, МПа (див. табл. 5) для експериментів: а – 4 та 5; б – 6 та 7; в – 8 та 9

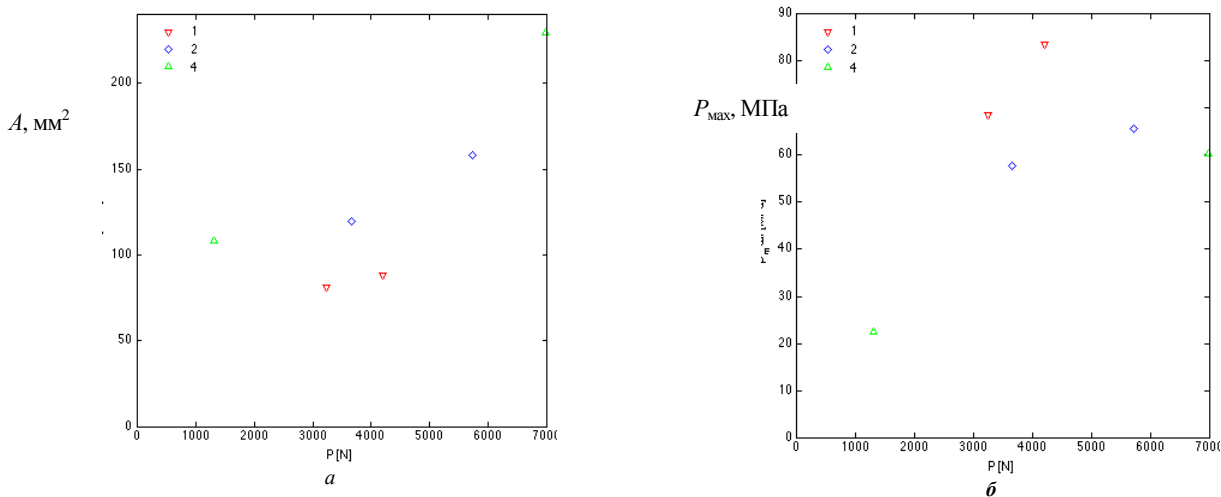


Рисунок 19 – Залежність площі контакту (а) та максимальних значень контактної тиску (б) від притискової сили в експериментах 4–9 з різною кількістю шарів (1, 2 та 4)

Такий же згладжувальний ефект спостерігається і для інших випадків. Крім того, встановлена істотно нелінійна залежність між притисковою силою, з одного боку, і площею контакту та тиском, – з іншого (рис. 19). Так, для випадку з одним проміжним шаром при збільшенні притискової сили з 3,24 кН до 4,2 кН (тобто на третину) контактна площадка зростає лише на 10%, а максимальний контактний тиск – менше, ніж на 25%. Для варіанту двох проміжних шарів зростання сили з 3,66 кН до 5,73 кН (тобто майже на 60%) призводить до зростання контактних майданчиків лише на третину, а тиску – менш ніж на 15%.

Таким чином, отримано підтвердження адекватності розробленої математичної та точності чисельних моделей, а також точності і достовірності одержаних

результатів розв'язання тестових і прикладних задач, а також обґрунтованості розроблених на їх основі рекомендацій.

**Висновки.** У роботі здійснено дослідження контактної тиску в зоні сполучення тіл, що відрізняється від традиційних урахуванням властивостей нелінійно деформованого поверхневого шару. Цим доповнюється ступінь достовірності одержаних чисельним шляхом результатів. При цьому дослідження контактної взаємодії кулькового поршня радіальної гідрооб'ємної передачі із її статорним кільцем (із біговою доріжкою складного поперечного профілю) однозначно свідчить про справедливості чисельно визначених тенденцій зміни картини розподілу контактної тиску при варіюванні форми

бігової доріжки та властивостей проміжного шару. При цьому прослідковується збіжність як форми областей контакту та розподілів контактної тиску, так і характеру їх збурення при зміні тих чи інших чинників. При зміні радіуса поперечного перерізу бігової доріжки від значення, меншого за радіус поршня, до більшого, відбувається поступовий перехід від двох краплевидних контактних плям до однієї гантелевидної, а надалі – до еліпсоїдної. Контактний тиск при цьому змінює свій розподіл, знижуючи максимум на периферії та поступово змінюючи розташування максимуму на центральне. Також при цьому у геометричному центрі можливого контакту спочатку (зі зростанням критичної сили) контактний тиск нульовий, потім зростає, набуваючи локального мінімуму, а врешті – глобального максимуму (за певних параметрів геометричної форми та рівня навантаження).

#### Список літератури

- Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
- Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. *J. Reine Angew. Math.* 1881. Vol. 92. P. 156–171.
- Signorini A. Sopra alcune questioni di elastostatica // *Atti della Societa Italiana per il Progresso delle Scienze*. 1933. P. 513–533.
- Горячева И. Г. Контакт упругих тел в условиях трения качения при наличии промежуточного слоя // *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения, 2016. № 4 (64). С. 24–28.
- Панасюк В.В., Теплий М.Й. *Деякі контактні задачі теорії пружності*. Київ: Наукова думка, 1975. 196 с.
- Подгорный А.Н., Гонтаровский П.П., Киркач Б.Н. *Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций* / ред. В.Л. Рвачев. Киев: Наукова думка, 1989. 229 с.
- Развитие теории контактных задач в СССР* / Под ред. Л. А. Галина. Москва: Наука, 1976. 493 с.
- Штаерман И.Я. *Контактная задача теории упругости*. Москва, Ленинград: Гостех-издат, 1949. 272 с.
- Gladwell G.M.L. *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Alphen an den Rijn: Sijthog and Noordhoff. 1980. 717 p.
- Угрімов С., Шупіков О. Динамічна контактна задача для двох смуг // *Машинознавство*. 2003. № 4. С. 13–17.
- Пожарский Д. А. Пространственные контактные задачи для упругих тел сложной геометрии // *Механика контактных взаимодействий*. Москва: Физматлит, 2001. С. 181–198.
- Гузь А.Н., Зозуля В.В. Упругие динамические одностронние контактные задачи для тел с трещинами // *Прикладная механика*. 2002. №8. С. 3–45.
- Рвачев В.Л., Проценко В.С. *Контактные задачи теории упругости для неклассических областей*. Киев: Наукова думка, 1977. 235 с.
- Александров В.М. Асимптотические методы в контактных задачах теории упругости // *Прикладная математика и механика*. 1968. Т. 32, вып. 4. С. 672–683.
- Стеклов В.А. О равновесии упругих тел вращения // *Сообщения Харьк. мат. об-ва. Сер. 2*. 1982. Т. 3. №4–5. С. 172–251.
- Уфлянд Я.С. *Метод парных уравнений в задачах математической физики*. Ленинград: Наука, 1977. 220 с.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
- Крауч С., Старфилд А. *Методы граничных элементов в механике твердого тела*. Москва: Мир, 1987. 328 с.
- Signorini A. Questioni di elasticitanon linearizzata o semilinearizzata e semilinearizzata // *Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni*. 1959. Т. 18. № 1–2. P. 95–139.
- Дюво Г., Лионс Ж.–Л. *Неравенства в механике и физике*. Москва: Наука, 1980. 383 с.
- Kikuchi N., Oden J.T. Contact Problems in Elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods // *SIAM Studies in Applied and Numerical Mathematics*, Philadelphia. 1986. Vol. 8. P. 156–161.
- Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно– и нелинейно–упругих тел конечных размеров // *Прикладная математика и механика*. 1977. Том 41. С. 329–337.
- Львов Г.И. Вариационная постановка контактной задачи для линейно упругих и физически нелинейных пологих оболочек // *Прикладная математика и механика*. 1982. Т. 46, вып. 5. С. 841–846.
- Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. 199–221.
- Wriggers P. *Computational Contact Mechanics* / P. Wriggers.– Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 518 p.
- Simo J.C., Wriggers P., Taylor R.L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985. Vol. 50. P. 163–180.
- Wohlmuth B.I. A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 2000. Vol. 38. P. 989–1012.
- Fischer K.A., Wriggers P. Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. P. 641–656.
- Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. *Основы теории упругого дискретного контакта*. Санкт-Петербург: Политехника, 2003. 233 с.
- Ткачук М. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 3/7(93). P. 34–41.
- Ткачук М.М., Скрипченко Н., Ткачук М.А., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 5/7(95). P. 22–31.
- Скрипченко Н.Б. *Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя*: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – Динаміка та міцність машин. Харьков, 2016. 20 с.
- Ткачук М.М. *Аналіз контактної взаємодії складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій з кінематично спряженими поверхнями*. Дис. кандидата технічних наук: 05.02.09. Харків, 2011. 203 с.
- Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А., Мухин Д.С. Аналіз контактної взаємодії гладких і шерохуватих тел методом граничних елементів // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2013. № 41. С. 133–142.
- Ткачук Н.Н., Мовшович І.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. Аналіз контактної взаємодії гладких і шерохуватих тел методом граничних елементів: моделі і розрешаючі співвідношення. 1. Постановка задачі. 2. Кінематична модель контакту гладких тел // *Кузнечно-штамповочне виробництво. Обробка матеріалів тиском*. Москва, ООО «Тисо Принт». 2014. № 3. С. 3–10.
- Ткачук Н.Н., Мовшович І.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. Аналіз контактної взаємодії гладких і шерохуватих тел методом граничних елементів: моделі і розрешаючі співвідношення. 3. Прямий і варіаційний методи рішення задачі негерцевського нормального контакту гладких тел. 4. Модель контакту шерохуватих тел // *Кузнечно-штамповочне виробництво. Обробка матеріалів тиском*. Москва, ООО «Тисо Принт». 2014. № 4. С. 3–8.
- Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А. Контакт складнопрофільних тел: зв'язана задача аналізу напружено-деформованного стану і геометричного синтезу // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2014. №14 (1057). С. 155–169.
- Ткачук Н.Н., Львов Г.И., Грабовский А.В., Скрипченко Н.Б. Контактное взаимодействие элементов машин с нелинейно упругим промежуточным слоем // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2018. № 33 (1309). С. 43–63.
- Dal H., Kaliske M. A micro-continuum-mechanical material model for failure of rubberlike materials: Application to ageing-induced fracturing. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009. No. 57(8). P. 1340–1356.

#### References (transliterated)

- Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University

- Press, 1987. 464 p.
2. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper // *J. Reine Angew. Math.* 1881, vol. 92, pp. 156–171.
  3. Signorini A. Sopra alcune questioni di elastostatica // *Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.* 1933, pp. 513–533.
  4. Goryacheva I. G. Kontakt uprugih tel v usloviyah treniya kacheniya pri nalichii promezhutochnogo sloya [Contact of elastic bodies under rolling friction in the presence of an intermediate layer] *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobscheniya. Rostov-na-Donu, Rostovskiy gosudarstvennyy universitet putey soobscheniya*, 2016, no. 4 (64), pp. 24–28.
  5. Panasyuk V.V., Teplyy M.Y. *Deyaki kontaktni zadachi teorii pruzhnosti* [Some contact problems of elasticity theory]. Kyiv: Naukova dumka, 1975. 196 p.
  6. Podgomyiy A.N., Gontarovskiy P.P., Kirkach B.N. *Zadachi kontaktynogo vzaimodeystviya elementov konstruksiy* [Tasks of contact interaction of structural elements] / red. V.L. Rvachev. Kiev: Naukova dumka, 1989. 229 p.
  7. *Razvitiye teorii kontaktynih zadach v SSSR* [Development of the theory of contact problems in the USSR] / Pod red. L. A. Galina. Moskva: Nauka, 1976. 493 p.
  8. Shtaerman I.Ya. *Kontaktynaya zadacha teorii uprugosti*. [The contact problem of the theory of elasticity]. Moskva, Leningrad: Gostehizdat, 1949. 272 p.
  9. Gladwell G.M.L. *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Alphen an den Rijn: Sijthog and Noordhoff. 1980. 717 p.
  10. Ugrimov S., Shupikov O. Dy`namichna kontaktna zadacha dlya dvox smug [The dynamic contact problem for two bands] // *Mashynoznavstvo*. 2003, no. 4, pp. 13–17.
  11. Pozharskiy D. A. Prostranstvennyye kontaktnyye zadachi dlya uprugih tel slozhnoy geometrii [Spatial contact problems for elastic bodies of complex geometry] // *Mekhanika kontaktynih vzaimodeystviy*. Moskva: Fizmatlit, 2001. P. 181–198.
  12. Guz A.N., Zozulya V.V. Uprugie dinamicheskie odносторонnie kontaktnyye zadachi dlya tel s treschinami [Elastic dynamic one-sided contact problems for bodies with cracks] *Prikladnaya mehanika*. 2002, no. 8, pp. 3–45.
  13. Rvachev V.L., Protsenko B.C. *Kontaktynyye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Contact problems of elasticity theory for nonclassical domains]. Kiev: Naukova dumka, 1977. 235 p.
  14. Aleksandrov V.M. Asimptoticheskie metody v kontaktnyykh zadachah teorii uprugosti [Asymptotic methods in contact problems of elasticity theory] *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1968. T. 32, issue 4, pp. 672–683.
  15. Steklov V.A. O ravnesovii uprugih tel vrascheniya // *Soobscheniya Hark. mat. ob-va*. Ser. 2. 1982, T. 3, no. 4–5, pp. 172–251.
  16. Uflyand Ya.S. Metod pamyih uravneniy v zadachah matematicheskoy fiziki. Leningrad: Nauka, 1977. 220 p.
  17. Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
  18. Krauch S., Starfield A. *Metody granichnykh elementov v mehanike tverdogo tela*. Moscow: Mir, 1987. 328 p.
  19. Signorini A. Questioni di elasticitanon linearizzata o semilinearizzata e semilinearizzata // *Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni*. 1959, T. 18, no. 1–2, pp. 95–139.
  20. Dyuvo G., Lions Zh.-L. *Neravenstva v mehanike i fizike*. Moskva: Nauka, 1980. 383 p.
  21. Kikuchi N., Oden J.T. Contact Problems in Elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods // *SIAM Studies in Applied and Numerical Mathematics*, Philadelphia. 1986, vol. 8, pp. 156–161.
  22. Kravchuk A.S. K zadache Gertsya dlya lineynoy– i nelineynoy–uprugih tel konechnykh razmerov. *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1977, T. 41, pp. 329–337.
  23. Lvov G.I. Variatsionnaya postanovka kontaktnoy zadachi dlya lineynoy uprugih i fizicheski nelineynykh pologih obolochek // *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1982, T. 46, vol. 5, pp. 841–846.
  24. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977, vol. 20, pp. 199–221.
  25. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p.
  26. Simo J.C., Wriggers P., Taylor R.L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985, vol. 50, pp. 163–180.
  27. Wohlmuth B.I. A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 2000, vol. 38, pp. 989–1012.
  28. Fischer K.A., Wriggers P. Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006, pp. 641–656.
  29. Argatov I.I., Dmitriev N.N. *Osnovnyy teorii uprugogo diskretnogo kontakta*. Sankt-Peterburg: Politehnika, 2003. 233 p.
  30. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker’s Variational Principle // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 3/7(93), pp. 34–41.
  31. Tkachuk M.M., Skripchenko N., Tkachuk M.A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 5/7(95), pp. 22–31.
  32. Skripchenko N.B. *Kontaktnoye vzaimodeystviye slozhnoprofilnykh detaley mashinostroitelnykh konstruksiy s uchedom lokalnoy podatlivosti poverhnostnogo sloya: avtoref. dis. na zdobutyya nauk. stupeniya kand. tehn. nauk: spets. 05.02.09*. Dinamika ta mitsnist mashin . Kharkov, 2016. 20 p.
  33. Tkachuk M.M. *Analiz kontaktnoyi vzyayemodiyi skladnoprofilny`x elementiv mashynobudivny`x konstruksiy z kinematy`chno spryazheny`my` poverknyamy`*. Dy`s. kandydata texnichny`x nauk: 05.02.09. Xarkiv, 2011. 203 p.
  34. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A., Muhiin D.S. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2013, no. 41, pp. 133–142.
  35. Tkachuk N.N., Movshovich I.Ya., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov: modeli i razreshayuschie sootnosheniya. 1. Postanovka zadachi. 2. Kinematicheskaya model kontakta gladkih tel. *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. Moskva, OOO «Tiso Print». 2014, no. 3, pp. 3–10.
  36. Litvinenko A.V. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov: modeli i razreshayuschie sootnosheniya. 3. Pryamoy i variatsionnyy metody resheniya zadachi negertsevskogo normalnogo kontakta gladkih tel. 4. Model kontakta sherohovatyih tel // *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. Moskva, OOO «Tiso Print». 2014, no. 4, pp. 3–8.
  37. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A. Kontakt slozhnoprofilnykh tel: svyazannaya zadacha analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i geometricheskogo sinteza. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2014, no. 14 (1057), pp. 155–169.
  38. Tkachuk N.N., Lvov G.I., Grabovskiy A.V., Skripchenko N.B. Kontaktnoye vzaimodeystviye elementov mashin s nelineynoy uprugim promezhutochnym sloem. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2018, no. 33 (1309), pp. 43–63.
  39. Dal H., Kaliske M. A micro-continuum-mechanical material model for failure of rubberlike materials: Application to ageing-induced fracturing. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009, no. 57(8), pp. 1340–1356.

Поступила (received) 09.12..2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapir.org.

**Грабовський Андрій Володимирович (Grabovskiy Andrey Vladimirovich, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Ткачук Микола Анатолійович (Tkachuk Nikolai Anatolyevich, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Хлань Олександр Володимирович (Khlan Oleksandr Vladimirovich, Khlan Oleksandr)** – генеральний директор ДП «Завод ім. В.О. Малишева», м. Харків, Україна; тел. (057) 7076902, e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org)

**Саверська Марія Сергіївна (Saverska Mariia Sergeevna, Saverska Mariia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: [m.saverska@tmm-sapr.org](mailto:m.saverska@tmm-sapr.org).

**Ткачук Ганна Володимирівна (Tkachuk Anna Vladimirovna, Tkachuk Ganna)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: [TkachuckAV@tmm-sapr.org](mailto:TkachuckAV@tmm-sapr.org)