

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ВЕНТИЛЬНО-ИНДУКТОРНОГО ГЕНЕРАТОРА

Милых В.И., д.т.н., [Иваненко В.Н.], к.т.н.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПИ", кафедра "Электрические машины"
тел. (057) 707-65-14, e-mail: mvikpi@kpi.kharkov.ua

Гречко Н.В.

Горный факультет Украинской инженерно-педагогической академии,
Украина, 94000, Стаханов, ул. Тельмана, 53, e-mail: ngretchko@ukr.net

Розглянута математична модель вентильно-індукторного генератора з суміщеними обмотками збудження і якоря, працюючого з вентильним навантаженням активного характеру і допоміжними діодами в фазах обмотки якоря.

Рассмотрена математическая модель вентильно-индукторного генератора с совмещенными обмотками возбуждения и якоря, работающего с вентильной нагрузкой активного характера и вспомогательными диодами в фазах обмотки якоря.

Из большого разнообразия известных конструктивных исполнений вентильно-индукторных генераторов (ВИГ) интерес представляет генератор, рассмотренный в [1, 2]. Особенностью такого генератора является возможность использования реакции якоря в режиме нагрузки для увеличения магнитного потока возбуждения, что приводит к уменьшению числа витков обмотки возбуждения или, с другой стороны, к увеличению напряжения на выходе генератора и увеличению его мощности, что было подтверждено многочисленными экспериментальными исследованиями.

Электромагнитная схема генератора приведена на рис. 1. На явно выраженных полюсах магнитной системы статора расположены трехфазная катушечная обмотка якоря ($A-A'$, $B-B'$, $C-C'$) и обмотка возбуждения (ОВ) (i_f – ток возбуждения, i_a, i_b, i_c – фазные токи якорной обмотки). В конкретном варианте исполнения катушки обмотки якоря и возбуждения на полюсах на рис. 1 не разделены, так как намотаны параллельно сдвоенными проводниками.

Из основных параметров расчетной модели генератора отметим следующие: наружные диаметры ротора и статора – 80,4 и 128 мм, зазор – 0,3 мм, числа витков обмотки возбуждения и якоря, приходящиеся на один зубец статора – 52; осевые длины сердечников ротора и статора – 52 и 50 мм; коэффициент заполнения сталью – 0,95.

Электрическая схема генератора, работающего на выпрямительную нагрузку активного характера, показана на рис. 2. Благодаря последовательно включенным диодам в фазах обмотки якоря создается добавочный магнитный поток возбуждения, увеличивающий общий поток возбуждения.

Идеализированная диаграмма предполагаемых изменений токов в фазных обмотках генератора на периоде повторяемости циклов 2π , с допущением синусоидальности фазных ЭДС e_a, e_b, e_c , представлена на рис. 3, где $\gamma_e = z_r \gamma$ – угол поворота ротора в электрических радианах, выраженный через абсолютный

угол γ и число зубцов ротора z_r . Угол γ_e можно рассматривать и как относительное время, учитывая, что $\gamma_e = \omega_e t$, где $\omega_e = z_r \frac{\pi n}{30}$ – угловая электрическая частота; n – частота вращения в об/мин, t – время.

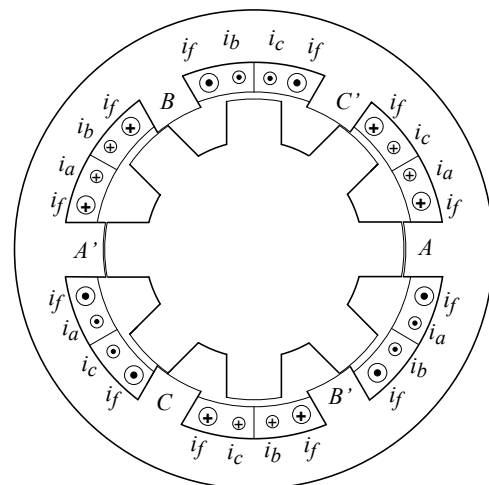


Рис. 1. Электромагнитная система ВИГ

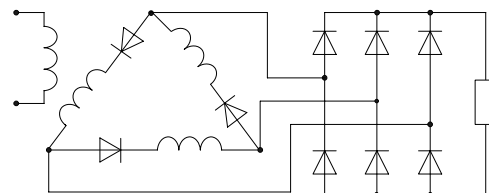


Рис. 2. Электрическая схема ВИГ

Жирной обводной линией по верхним волнам ЭДС показан возможный характер изменения напряжения на нагрузке генератора.

Математическое моделирование ВИГ рассматриваемого типа встречает трудности, связанные со сложной магнитной системой и наличием полупроводниковых элементов в фазах генератора, а также работой генератора на выпрямительную нагрузку активного характера или нагрузку с противо-ЭДС.

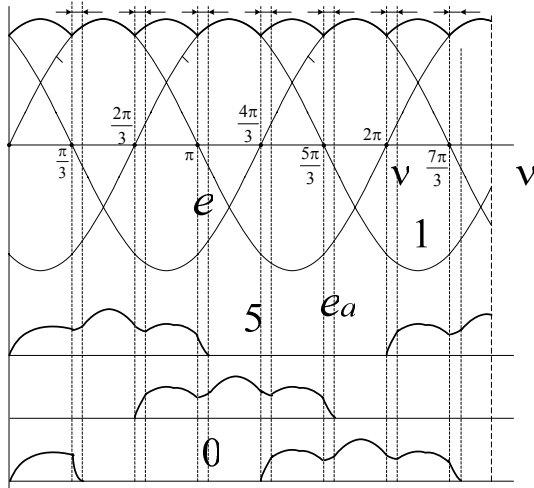


Рис. 3. Гипотетический идеализированный характер изменения ЭДС и токов в фазных обмотках ВИГ

В реальных условиях работы генератора ЭДС фаз оказываются несинусоидальными за счет влияния переменной составляющей тока обмотки возбуждения. В этом случае коммутация фаз начинается не в опорных точках синусоиды, а со сдвигом на некоторый угол β , при котором ЭДС фазы становится равной нулю и далее меняет свой знак (направление). Тогда физические процессы в генераторе можно представить шестью циклами, которые начинают повторяться с периодом 2π , но только после завершения первой серии циклов в интервале $0 \div 2\pi + \beta + \nu$, где ν – угол коммутации вентилях. Отличие первой серии возникает из-за нулевых начальных условий, впоследствии же эти условия наследуются из предыдущих циклов.

Работающие фрагменты полной схемы (рис. 2) для первых двух циклов включающих в себя рабочий режим и режим коммутации вентилях, показаны на рис. 4. На интервале $\gamma_e = 0 \div \pi/3 + \beta$ работают фазы a и c при включенных вентилях моста $V4$ и $V5$ (рис. 4,а). В момент $\gamma_e = \pi/3 + \beta$, когда ЭДС e_c меняет знак, начинается процесс коммутации: вентиль $V5$ отключается и включается вентиль $V1$ (рис. 4,б).

В момент времени $\gamma_e = \pi/3 + \beta + \nu$ ток в фазе c равен нулю и вентиль $V5$ закрывается, начинается второй цикл длительностью $\gamma_e = \pi/3 + \beta + \nu \div 2\pi/3 + \beta$, при котором работает фаза a (рис. 4,в). При $\gamma_e = 2\pi/3 + \beta$, когда ЭДС e_b меняет знак, начинается новый процесс коммутации, в результате которой вентиль $V4$ отключается и включается вентиль $V6$, присоединяя фазу b к нагрузке (рис. 4,г). Коммутация заканчивается в момент равенства токов в фазах a и b . В дальнейшем в интервале $\gamma_e = 2\pi/3 + \beta + \nu \div \pi + \beta$ работают фазы a и b , соединенные последовательно. Физические процессы в генераторе в последующие моменты времени могут быть охарактеризованы такими же циклами, но с изменением чередования фаз, что вытекает из диаграммы рис. 3.

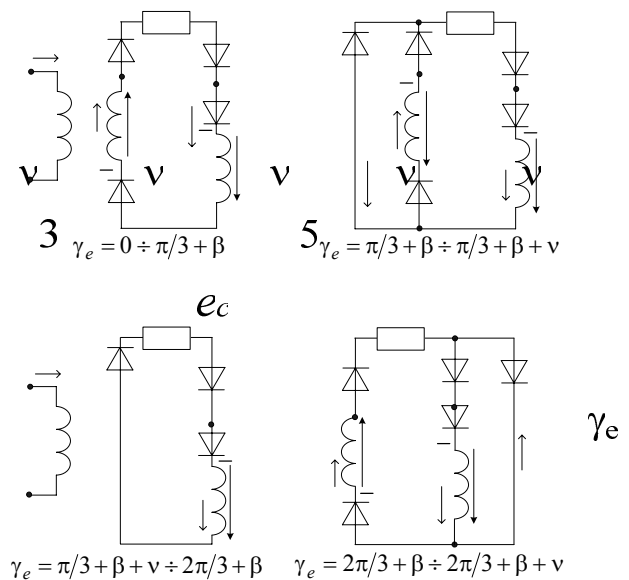


Рис. 4. Схемы двух циклов работы генератора

Электромагнитные процессы в фазах генератора описываются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$-u_\varphi = r i_\varphi + \frac{d\psi_\varphi}{dt}, \quad (1)$$

где $\varphi = a, b, c$ – индексы фаз; $u_\varphi, i_\varphi, \psi_\varphi, r$ – напряжение; ток; полное магнитное потокосцепление и активное сопротивление фазной обмотки.

Эта система дополняется уравнением для обмотки возбуждения:

$$u_f = r_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt}, \quad (2)$$

где обозначения величин и структура уравнения аналогичны предыдущему, но имеют свой индекс f .

Входящие в систему уравнений полные магнитные потокосцепления обмоток генератора включают в себя собственные потокосцепления и потокосцепления взаимной связи между обмотками:

$$\begin{aligned} \psi_a &= l_a i_a + m_{ab} i_b + m_{ac} i_c + m_{af} i_f; \\ \psi_b &= l_b i_b + m_{ba} i_a + m_{bc} i_c + m_{bf} i_f; \\ \psi_c &= l_c i_c + m_{ca} i_a + m_{cb} i_b + m_{cf} i_f; \\ \psi_f &= l_f i_f + m_{fa} i_a + m_{fb} i_b + m_{fc} i_c. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь l и m – коэффициенты собственных и взаимных индуктивностей, а система индексов соответствует уже принятому в выражениях (1) и (2).

Изменения собственных индуктивностей обмоток l и индуктивностей взаимной связи m носит сложный характер в зависимости от углового положения ротора. Наиболее достоверно расчетным путем это можно установить посредством численно-полевого подхода [3]. Соответствующие расчеты были проведены методом конечных элементов на основе программного пакета FEMM [4].

Для получения собственной и взаимных индуктивностей обмотки возбуждения достаточно было проводить расчеты ее магнитного поля, для аналогич-

ных параметров фазных обмоток – поля одной из них, причем все при достаточном множестве угловых положений ротора. Отметим, что магнитная система расчетного варианта генератора в магнитном отношении оказалась слабо насыщенной. Поэтому принятые в (3) линейные зависимости величин являются оправданными, как и оперирование далее со статическими индуктивными параметрами обмоток.

Примеры картин магнитного поля в конкретных положениях ротора (γ – абсолютный угол его поворота), создаваемого обмоткой возбуждения и фазной обмоткой a , представлены на рис. 5 и рис. 6, соответственно (A_{\max} – максимальное значение векторного магнитного потенциала в области расчета [3]).

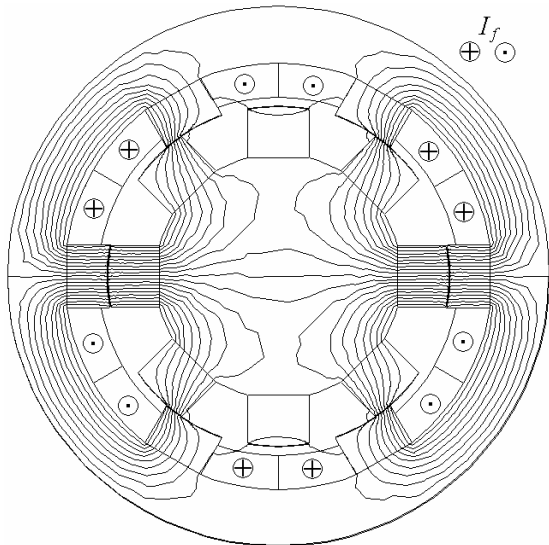


Рис. 5. Картина магнитного поля обмотки возбуждения при $\gamma = 0$ и $I_f = 6$ А ($A_{\max} = 0,008857$ Вб/м)

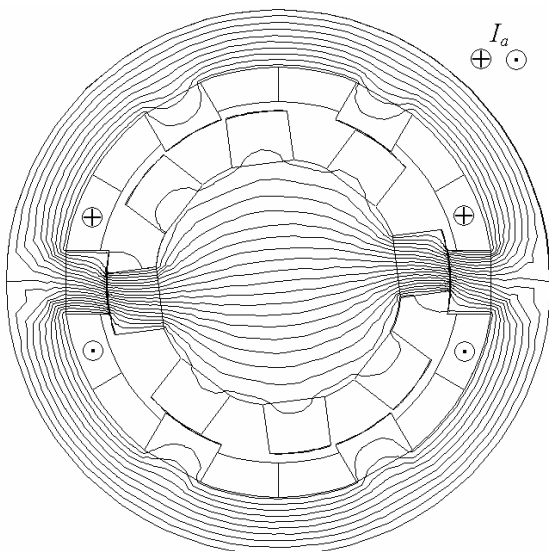


Рис. 6. Картина магнитного поля фазной обмотки якоря при токе фазы $I_a = 4$ А и $\gamma = 7,5^\circ$ ($A_{\max} = 0,004471$ Вб/м)

Полученные угловые зависимости индуктивных параметров обмотки возбуждения представлены на рис. 7. Полный период изменения взаимных индуктивностей m_{fa} , m_{fb} и m_{fc} составляет 45° , а фазовый сдвиг – 15° . Для собственной индуктивности обмотки

возбуждения l_f период оказывается в три раза меньше и составляет 15° . Графическая структура угловых зависимостей собственных индуктивностей фазных обмоток l_a , l_b и l_c аналогична структуре зависимостей m_{fa} , m_{fb} и m_{fc} , но, естественно, с несколько иными числовыми значениями.

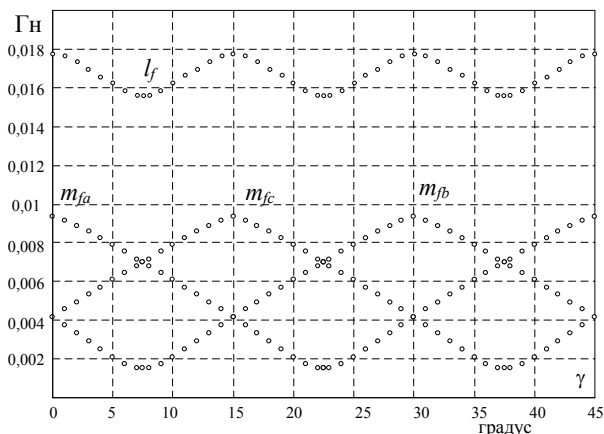


Рис. 7. Изменение индуктивных параметров обмотки возбуждения при повороте ротора и ее токе $I_f = 4$ А

На основе гармонического анализа угловых зависимостей индуктивных параметров обмоток можно с достаточно высокой степенью точности считать, что каждая из зависимостей состоит из постоянной и гармонической составляющих. Учитывая зубчатое строение магнитной системы статора и ротора (числа зубцов $z_s = 6$, $z_r = 8$) и принимая за начало отсчета углового положения ротора совпадение осей зубцов статора и ротора (как на рис. 1), можно получить законы изменения индуктивных параметров обмоток генератора.

Собственные индуктивности фазных обмоток:

$$\begin{aligned} l_a &= l_0 + l_m \cos \gamma_e; \quad l_b = l_0 + l_m \cos(\gamma_e - 2\pi/3); \\ l_c &= l_0 + l_m \cos(\gamma_e + 2\pi/3), \end{aligned} \quad (4)$$

где $l_0 = 0,5(l_{a\max} + l_{a\min})$, $l_m = 0,5(l_{a\max} - l_{a\min})$ – постоянная составляющая и амплитуда колебания индуктивности; $l_{a\max}$, $l_{a\min}$ – ее максимальное и минимальное значения.

Собственная индуктивность обмотки возбуждения может быть представлена следующим образом

$$l_f = l_{f0p} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e. \quad (5)$$

Коэффициенты взаимной индуктивной связи между фазными обмотками:

$$\begin{aligned} m_{ab} &= -m_0 - m_m \cos(\gamma_e + \pi/3); \\ m_{bc} &= -m_0 + m_m \cos \gamma_e; \\ m_{ca} &= -m_0 + m_m \cos(\gamma_e - \pi/3). \end{aligned} \quad (6)$$

Коэффициенты взаимной индуктивной связи между фазными обмотками якоря и обмоткой возбуждения:

$$\begin{aligned} m_{af} &= m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e; \\ m_{bf} &= m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e - 2\pi/3); \\ m_{cf} &= m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + 2\pi/3). \end{aligned} \quad (7)$$

Постоянные и переменные составляющие индук-

тивных параметров обмотки в (5), (6) и (7) определяются аналогично составляющим в (4). Численные значения составляющих коэффициентов само- и взаимноиндуктивностей, полученные в соответствии с [3] из расчета магнитного поля генератора для заданной геометрии магнитной системы составили, мГн: $l_{f0p} = 16,66$; $l_{fmp} = 1,08$; $l_0 = 5,22$; $l_m = 3,80$; $m_{0f} = 5,41$; $m_{mf} = 3,92$; $m_0 = 0,102$; $m_m = 0,059$.

Отметим, что реальные функции (6) имеют более сложный характер, но принятое упрощение расчета оправдано, так как численные значения этих величин гораздо меньше, чем остальных индуктивных параметров (4), (5) и (7).

Как было показано, режим работы генератора на выпрямительную нагрузку можно рассматривать как поочередное подключение одной или двух фазных обмоток к нагрузке с учетом коммутационного периода между подключениями (рис. 3 и рис. 4).

Дифференциальные уравнения, описывающие процессы в обмотках ВИГ, получаются на основе базовых выражений (1), (2) и (3) с учетом аппроксимирующих функций (4)-(7).

Электромагнитные процессы в генераторе для интервала времени $\gamma_e = 0 \div \pi/3 + \beta$, когда работают фазы a и c генератора (рис. 4,а), характеризуются следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{di_c}{dt} + C_2 \frac{di_f}{dt} &= C_3; \\ C_2 \frac{di_c}{dt} + C_4 \frac{di_f}{dt} &= C_5, \end{aligned} \quad (8)$$

где $C_1 = 2(l_0 - m_0) + l_m \cos(\gamma_e + \pi/3) - 2m_m \cos(\gamma_e - \pi/3)$;
 $C_2 = 2m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + \pi/3)$; $C_4 = l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e$;
 $C_3 = -(r + R_H)i_a + l_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e + \pi/3) -$
 $- 2m_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e - \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma_e + \pi/3)$;
 $C_5 = U_f - r_f i_f + m_{mf} \omega_e i_c \sin(\gamma_e + \pi/3) + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e$.

Система уравнений (8) решается при начальных условиях: $i_c = 0$, $\gamma_e = 0$, $i_f = U_f / r_f$.

Конец рабочего интервала генератора определяется моментом достижения нуля и изменения знака ЭДС фазы c , наводимой обмоткой возбуждения:

$$e_c = -\frac{\partial \Psi_{cf}}{\partial t} = -\frac{\partial (m_{cf} i_f)}{\partial t} = \quad (9)$$

$$m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma + 2\pi/3) - [m_{of} + m_{mf} \cos(\gamma + 2\pi/3)] \frac{di_f}{dt} \leq 0.$$

Система уравнений для интервала коммутации включает в себя уравнения для контура обмоток якоря $V4$ - Va -фаза a - $V1$ - R_H , контура Vc -фаза c - $V5$ - $V1$ и контура обмотки возбуждения (рис.4,б). Система уравнений для интервала коммутации $\gamma_e = \pi/3 + \beta \div \pi/3 + \beta + \nu$ запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} A_1 \frac{di_a}{dt} + A_2 \frac{di_c}{dt} + A_3 \frac{di_f}{dt} &= L_1; \\ A_2 \frac{di_a}{dt} + A_4 \frac{di_c}{dt} + A_5 \frac{di_f}{dt} &= L_2; \\ A_3 \frac{di_a}{dt} + A_5 \frac{di_c}{dt} + F_f \frac{di_f}{dt} &= L_f, \end{aligned} \quad (10)$$

где $A_1 = l_0 + l_m \cos \gamma_e$; $A_2 = -m_0 + m_m \cos(\gamma_e - \pi/3)$;
 $A_3 = m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e$; $A_4 = l_0 + l_m \cos(\gamma_e + 2\pi/3)$;
 $L_1 = -(r + R_H)i_a + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e -$
 $- m_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e - \pi/3) + m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e$;
 $A_5 = m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e + 2\pi/3)$; $F_f = l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e$;
 $L_2 = -r_i c + l_m \omega_e i_c \sin(\gamma_e + 2\pi/3) - m_m \omega_e i_a \sin(\gamma_e - \pi/3) +$
 $+ m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma_e + 2\pi/3)$;
 $L_f = U_f - r_f i_f + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e +$
 $+ m_{mf} \omega_e i_c \sin(\gamma_e + 2\pi/3)$.

Начальными условиями для системы (10) являются конечные значения токов после решения системы (8) на предыдущем интервале. Конец интервала коммутации определяется по выполнению условия $i_c = 0$.

В интервале времени $\gamma_e = \pi/3 + \beta + \nu \div 2\pi/3 + \beta$ работает фаза a (рис. 4,в) и система уравнений, характеризующая процессы в генераторе, имеет вид:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{di_a}{dt} + C_2 \frac{di_f}{dt} &= C_3; \\ C_2 \frac{di_a}{dt} + C_4 \frac{di_f}{dt} &= C_5, \end{aligned} \quad (11)$$

где $C_1 = l_0 + l_m \cos \gamma_e$; $C_2 = m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e$;
 $C_3 = -(r + R_H)i_a + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e + m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e$;
 $C_4 = l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e$;
 $C_5 = U_f - r_f i_f + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e$.

Система уравнений (11) решается при начальных условиях, взятых из завершения предыдущего коммутационного интервала по системе (10). Конец рабочего интервала $\gamma_e = 2\pi/3 + \beta$, когда ЭДС фазы b доходит до нуля и изменяет свой знак (направление):

$$\begin{aligned} e_b &= -\frac{\partial \Psi_{bf}}{\partial t} = -\frac{\partial (m_{bf} i_f)}{\partial t} = \\ &= m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma - 2\pi/3) - \\ &- [m_{of} + m_{mf} \cos(\gamma - 2\pi/3)] \frac{di_f}{dt} \geq 0. \end{aligned} \quad (12)$$

В интервале времени $\gamma_e = 2\pi/3 + \beta \div 2\pi/3 + \beta + \nu$ к нагрузке подключается фаза b (рис. 4,г) и система уравнений для этого промежутка времени имеет вид:

$$\begin{aligned}
 A_1 \frac{di_a}{dt} + A_2 \frac{di_b}{dt} + A_3 \frac{di_f}{dt} &= L_1; \\
 A_2 \frac{di_a}{dt} + A_4 \frac{di_b}{dt} + A_5 \frac{di_f}{dt} &= L_2; \\
 A_3 \frac{di_a}{dt} + A_5 \frac{di_b}{dt} + F_f \frac{di_f}{dt} &= L_f,
 \end{aligned}
 \quad (13)$$

где $A_1 = l_0 + l_m \cos \gamma_e$; $A_2 = -m_0 - m_m \cos(\gamma_e + \pi/3)$;
 $A_3 = m_{0f} + m_{mf} \cos \gamma_e$; $A_4 = l_0 + l_m \cos(\gamma_e - 2\pi/3)$;
 $L_1 = -(r + R_H)i_a + l_m \omega_e i_a \sin \gamma_e - m_m \omega_e i_b \sin(\gamma_e + \pi/3) +$
 $+ m_{mf} \omega_e i_f \sin \gamma_e$;
 $A_5 = m_{0f} + m_{mf} \cos(\gamma_e - 2\pi/3)$; $F_f = l_{fop} + l_{fmp} \cos 3\gamma_e$;
 $L_2 = -ri_b + l_m \omega_e i_b \sin(\gamma_e - 2\pi/3) - m_m \omega_e i_a \sin(\gamma_e + \pi/3) +$
 $+ m_{mf} \omega_e i_f \sin(\gamma_e - 2\pi/3)$;
 $L_f = U_f - r_f i_f + 3l_{fmp} \omega_e i_f \sin 3\gamma_e + m_{mf} \omega_e i_a \sin \gamma_e +$
 $+ m_{mf} \omega_e i_b \sin(\gamma_e - 2\pi/3)$.

Начальными условиями для системы (13) являются конечные значения токов после решения системы (11) на предыдущем интервале. Конец интервала коммутации определяется по выполнению условия $i_k = 0$, что соответствует $i_a = i_b$.

После окончания коммутации в интервале времени $\gamma_e = 2\pi/3 + \beta + \nu \div \pi + \beta$ работают фазы a и b генератора. Так как циклы работы повторяются, то системы уравнений для последующих циклов могут быть составлены аналогичным образом, используя диаграмму, приведенную на рис. 3.

Конкретные расчеты были проведены на основе взаимосвязанного решения двенадцати систем дифференциальных уравнений. Их интегрирование проводилось численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка по специально разработанной программе на ЭВМ.

В качестве частных иллюстраций на рис. 8 и рис. 9 приведены расчетные функции токов ВИГ при относительно малой нагрузке и номинальной нагрузке. Здесь наряду с токами обмотки возбуждения и фазными токами приведен ток нагрузки i_0 , который дан с обратным знаком ($-i_0$), чтобы не смешивать его график с графиками других токов. Ось времени представлена в относительных единицах с использованием периода повторяемости T , которому на рис. 3 соответствует угол поворота ротора $\gamma_e = 2\pi$.

Из анализа графиков токов можно сделать следующие замечания. Функции токов становятся достаточно быстро повторяющимися после прохождения исходного цикла, для которого начальные условия были нулевыми. Несмотря на то, что обмотка возбуждения питается от источника постоянного напряжения, ее ток оказывается переменным из-за влияния изменяющихся токов фазных обмоток, где токи изначально являются переменными (в данном случае, как очевидно из рисунков – пульсирующими).

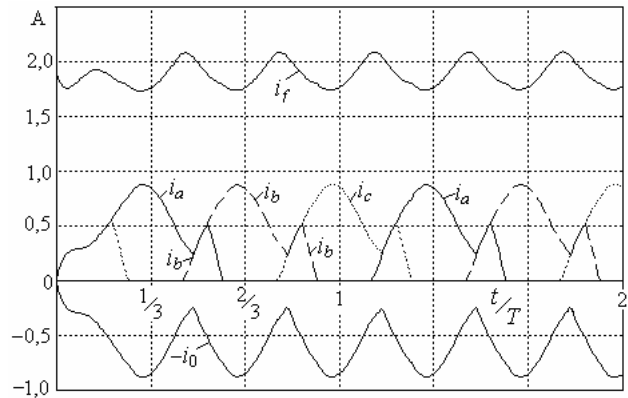


Рис. 8. Функции токов ВИГ при малой нагрузке

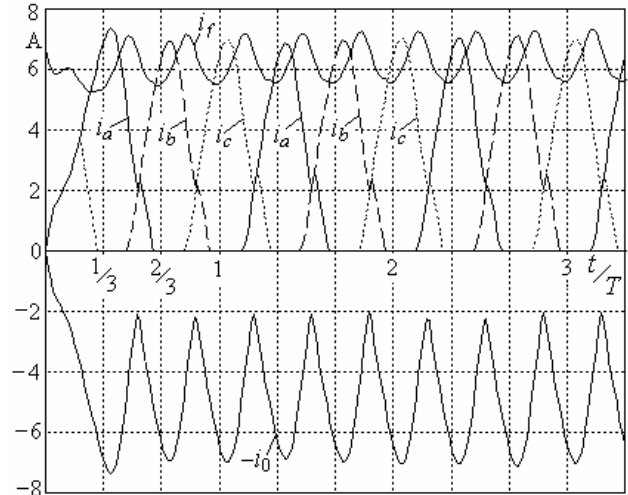


Рис. 9. Функции токов ВИГ при номинальной нагрузке

В итоге можно заключить, что представленный подход к составлению математической модели ВИГ позволяет весьма наглядно представить физику электромагнитных процессов, имеющих место в квазиустановившихся режимах работы генератора на нагрузку активного характера.

Достоверность математической модели подтвердилась тем, что по форме и экстремальному значению представленные на рис. 9 импульсы фазных токов достаточно близко совпадают с осциллограммами, полученными на экспериментальной модели ВИГ, параметры которой упоминались выше.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Луцик В.Д., Гречко М.В. Дослідження індукторного генератора з несиметричною суміщеною обмоткою // Вісник НТУ "ХП". – 2002. – № 4. – С. 49-52.
- [2] Гречко М.В., Дяченко В.В. Шляхи поліпшення питомих показників вентильних індукторних генераторів // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. № 4. – С. 9-12.
- [3] Мильх В.И., Полякова Н.В. Определение электромагнитных параметров электрических машин на основе численных расчетов магнитных полей // Електротехніка і електромеханіка.-2006.-№2. - С. 40-46.
- [4] Meeker D. Finite Element Method Magnetics. Version 4.0. User's Manual, January 26, 2004 // <http://femm.berlios.de>, 2003.

Поступила 01.07.2008