

Определение магнитного центра с помощью проходных характеристик распределения магнитной индукции

ГЕТЬМАН А.В.

Одним из практических способов решения проблемы магнитной совместимости является компенсация внешнего магнитного поля технического объекта (ТО) с помощью дополнительного (компенсационного) источника. При этом магнитный момент компенсационного источника выбирают равным, но противоположно направленным собственному магнитному моменту объекта [1], чтобы суммарный магнитный момент объекта и компенсационного источника был равен нулю. Однако оказывается отличным от нуля их суммарное магнитное поле (МП), которое зависит от местоположения компенсационного источника. Такое местоположение компенсационного источника, при котором минимизируется суммарное магнитное поле, называют магнитным центром объекта. Тем самым магнитный центр является оптимальным местом для установки дополнительного источника при компенсации внешнего МП ТО. Знание местоположения магнитного центра также необходимо для правильной работы алгоритмов систем управления ориентацией космического аппарата на орбите [2]. Рассмотрена возможность практического определения местоположения магнитного центра с помощью расчета координат смещения дипольного магнитного момента технического объекта. В качестве исходных параметров расчета используются дипольный и квадрупольный магнитные моменты объекта. Для определения мультипольных магнитных моментов предлагается способ на основе интегрирования магнитной индукции при линейном перемещении объекта.

Ключевые слова: магнитная совместимость, магнитная индукция, магнитный центр, мультипольный магнитный момент

Одним из практических способов решения проблемы магнитной совместимости является компенсация внешнего магнитного поля технического объекта (ТО) с помощью дополнительного (компенсационного) источника. При этом магнитный момент компенсационного источника выбирают равным, но противоположно направленным собственному магнитному моменту ТО [1], чтобы суммарный магнитный момент объекта и компенсационного источника был равен нулю. Однако оказывается отличным от нуля их суммарное магнитное поле (МП), которое зависит от местоположения компенсационного источника. Местоположение компенсационного источника, при котором минимизируется суммарное магнитное поле, называют магнитным центром объекта. Тем самым магнитный центр является оптимальным местом для установки дополнительного источника при компенсации внешнего МП объекта.

Знание местоположения магнитного центра необходимо также для правильной работы алгоритмов систем управления ориентацией космического аппарата на орбите [2], поскольку в результате взаимодействия магнитного поля Земли и собственного (остаточного) магнитного момента космического аппарата возникает дестабилизирующий его ориентацию механический момент. При этом точкой приложения дестабилизирующего механи-

ческого момента является магнитный центр, который, как правило, не совпадает с центром инерции космического аппарата, вокруг которого происходит его вращение на орбите. Зная положение магнитного центра, можно рассчитать дестабилизирующий механический момент относительно центра инерции космического аппарата, что необходимо для управления его ориентацией.

Цель работы – теоретическое обоснование способа экспериментального определения положения магнитного центра с помощью измеренных при линейном перемещении исследуемого объекта проходных характеристик магнитной индукции.

Исходные положения. В самом общем случае скалярный потенциал U внешнего магнитного поля технического объекта описывается суммой мультипольных магнитных моментов [3]:

$$U(r, q, j) = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^{n+1}} P_n^m(\cos q) \begin{cases} g_n^m \cos mj \\ h_n^m \sin mj \end{cases} \begin{cases} \dot{y} \\ \dot{y} \end{cases} \quad (1)$$

где r, q, j – сферические координаты точки наблюдения магнитного поля; $P_n^m(\cos q)$ – присоединенные функции Лежандра; g_n^m, h_n^m – мультипольные коэффициенты, характеризующие мультипольный магнитный момент порядка n .

Положим относительную магнитную проницаемость воздуха равной единице, тогда в воздухе для

магнитной индукции B и напряженности магнитного поля H справедливо выражение:

$$B = \mu_0 H = - \mu_0 \text{grad} U. \tag{2}$$

Для определения положения магнитного центра технического объекта, обладающего собственным (остаточным) магнитным моментом M , используют модель в виде смещенного на расстояние $r\phi$ относительно геометрического центра ТО точечного источника – магнитного диполя. Тем самым задача сводится к поиску координат смещения магнитного диполя внутри ТО.

Для скалярного потенциала магнитного поля смещенного дипольного магнитного момента справедливо выражение [3]:

$$U(r, \varphi, j) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n}{r^n} P_n(\cos \varphi) P_n(\cos \varphi \cos j) \tag{3}$$

Используя для обратного расстояния в (3) известное представление [4] через сферические функции:

$$\frac{1}{r - r\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r\phi}{r} \right)^n P_n(\cos \varphi) P_n(\cos \varphi \cos j) + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \varphi) P_n^m(\cos \varphi \cos j) \cos(mj) \tag{4}$$

и сравнивая результат с (1), можно найти выражения для мультипольных коэффициентов смещенного диполя; при $n=1$ они имеют вид:

$$g_1^1 = M_x, \quad h_1^1 = M_y, \quad g_1^0 = M_z; \tag{5}$$

при $n=2$:

$$\begin{aligned} g_2^2 &= 2z\phi M_z - x\phi M_x - y\phi M_y; \\ g_2^1 &= x\phi M_z + z\phi M_x; \\ h_2^1 &= y\phi M_z + z\phi M_y; \\ g_2^0 &= \frac{1}{2}(x\phi M_x - y\phi M_y); \\ h_2^0 &= \frac{1}{2}(x\phi M_y + y\phi M_x). \end{aligned} \tag{6}$$

Полученная система из пяти уравнений избыточна для нахождения $x\phi, y\phi, z\phi$ – трех координат магнитного центра. Однако следует учитывать, что мультипольные коэффициенты магнитных моментов ТО измеряются с некоторой погрешностью, которая может быть оценена с помощью «лишних» уравнений. Таким образом, для нахождения положения магнитного центра относительно центра объекта необходимо экспериментально определить дипольные (5) и квадрупольные (6) коэффициенты магнитных моментов ТО.

Измерение проходных характеристик магнитной индукции.

В качестве экспериментальных данных о внешнем магнитном поле исследуемого ТО используем проходные характеристики магнитной индукции, зафиксированные в двух точках вблизи пути перемещения (рис. 1). Для этого пару трехкомпонентных «точечных» датчиков магнитной индукции расположим симметрично на расстоянии R от оси аппликат в плоскости XOZ подвижной системы координат, связанной с центром ТО. При перемещении ТО в положительном направлении оси аппликат при нулевом внешнем магнитном поле (магнитное поле Земли равно нулю) фиксируют проходные характеристики проекций магнитной индукции $B(z)$ в точках 1 и 2. При этом для сферических координат точек 1 и 2 расположения датчиков справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned} r_1 = r_2 = r &= \sqrt{z^2 + R^2}; \\ \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi &= \frac{z}{r}; \\ j_1 = 0; \quad j_2 &= \rho. \end{aligned} \tag{7}$$

С помощью известных формул векторной алгебры для каждой точки расположения датчиков полученные функциональные зависимости декартовых проекций магнитной индукции от аппликаты $B(z)$ преобразуем к соответствующим зависимостям сферических проекций напряженности магнитного поля $H(z)$:

$$\begin{aligned} H_r(z) &= \frac{1}{\mu_0} [B_x(z) \sin \varphi \cos j + B_y(z) \sin \varphi \sin j + B_z(z) \cos \varphi]; \\ H_\varphi(z) &= \frac{1}{\mu_0} [B_x(z) \cos \varphi \cos j + B_y(z) \cos \varphi \sin j - B_z(z) \sin \varphi]; \\ H_j(z) &= \frac{1}{\mu_0} [-B_x(z) \sin j + B_y(z) \cos j]. \end{aligned} \tag{8}$$

Полученные таким образом проходные характеристики проекций напряженности магнитного

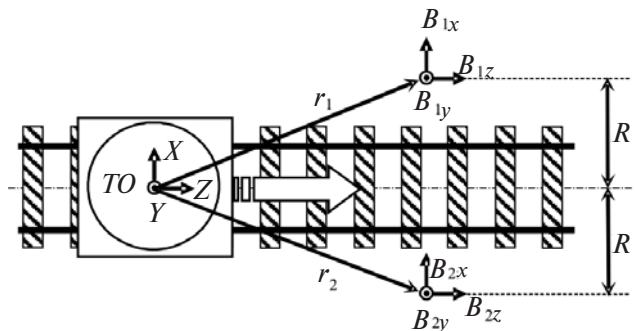


Рис. 1. Схема измерения проходных характеристик трех проекций магнитной индукции в двух симметричных относительно пути перемещения точках

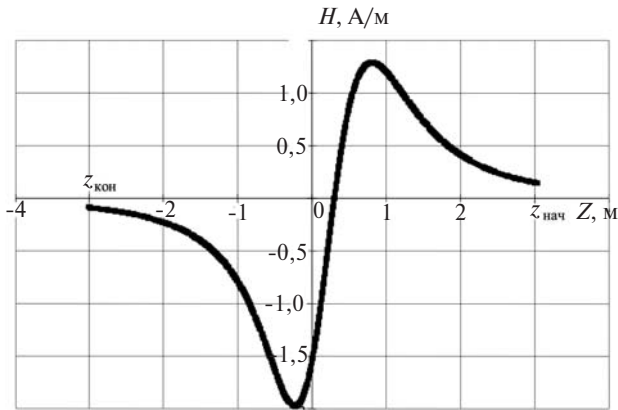


Рис. 2. Экспериментальная проходная характеристика проекции напряженности магнитного поля H_r в зависимости от декартовой координаты z

поля (рис. 2) как зависимости от декартовой координаты z положения точек 1 и 2 на интервале $z \in [z_{нач}, z_{кон}]$ преобразуем с учетом (7) в соответствующие зависимости $H(q)$ от сферической координаты q (рис. 3).

Поскольку такие функциональные зависимости $H(q)$ получены для интервала от $q_{нач} = \arccos(z_{нач} / \sqrt{R^2 + (z_{нач})^2})$ до $q_{кон} = \arccos(z_{кон} / \sqrt{R^2 + (z_{кон})^2})$, то для расширения интервала данных до $q \in [0, \pi]$ добавим к зависимостям $H(q)$ точки $q=0$ и $q=\pi$, в которых $H(0)=H(\pi)=0$. Недостающие значения $H(q)$ получим с помощью интерполяции функциями вида $f(q) = k \sin^3(q)$ (пунктирные линии на рис. 3) аналогично работе [4].

Для определения значений коэффициентов k для каждой из крайних точек $q_{нач}$ и $q_{кон}$ проходной характеристики $H(q)$ необходимо найти (графическим или другим способом) тангенсы углов наклона $\text{tg}(g)$ (рис. 4). Тогда соответствующие зна-

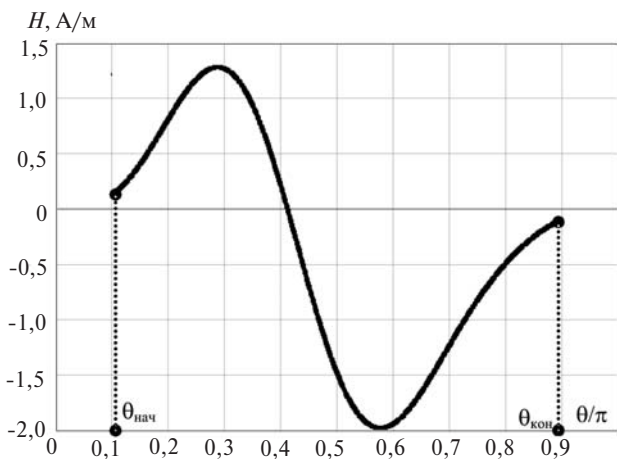


Рис. 3. Интерполяция начала и конца проходной характеристики $H_r(q)$ (сплошная линия) с помощью функций $k_{нач} \sin^3(q)$ и $k_{кон} \sin^3(q)$ (штриховые линии)

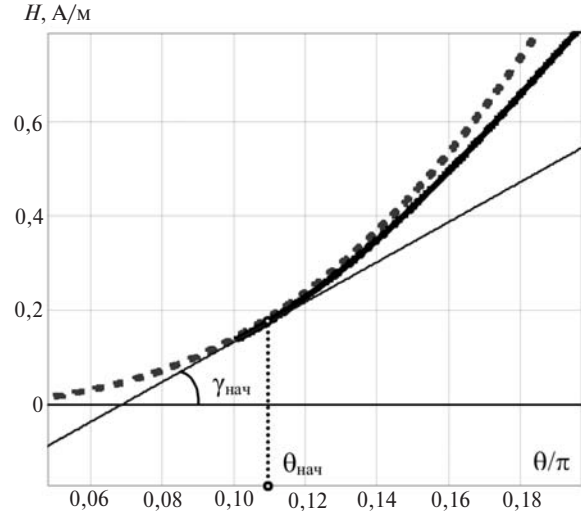


Рис. 4. Определение тангенса угла наклона $\text{tg}(g_{нач})$ для начальной точки $q_{нач}$ проходной характеристики $H_r(q)$ (сплошная линия); интегрирующая функция $k_{нач} \sin^3(q)$ – штриховая линия

чения $k_{нач}$ и $k_{кон}$ могут быть найдены на основании равенства углов наклона интерполирующей функции и проходной характеристики:

$$\begin{aligned} \text{tg}(g_{нач}) &= 3k_{нач} \cos(q_{нач}) \sin^2(q_{нач}); \\ \text{tg}(g_{кон}) &= 3k_{кон} \cos(q_{кон}) \sin^2(q_{кон}). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, в результате предварительной обработки данных измерений проходных характеристик проекций магнитной индукции получены функциональные зависимости сферических проекций напряженности магнитного поля от q , которые используем для нахождения мультипольных коэффициентов магнитных моментов ТО.

Расчет мультипольных коэффициентов. Сделаем дополнительное ограничение для рассматриваемой в работе модели внешнего магнитного поля ТО и пренебрежем вкладом всех членов ряда из (1), для которых $n > 4$. Другими словами, предлагаемый способ основан на модели (1), содержащей 24 мультипольных коэффициента ряда скалярного потенциала магнитного поля. Рассмотрим способ определения мультипольных коэффициентов, используя $H(q)$ – функциональные зависимости сферических проекций напряженности МП, экспериментально полученные для интервала $q \in [0, \pi]$. Для сумм и разностей соответствующих проекций напряженности магнитного поля $H(q)$ в точках 1 и 2 с учетом (1), (2) и (7) можно получить:

$$\begin{aligned} H_{1r}(q) + H_{2r}(q) &= \frac{4(\sin q)^3}{R^3} P_1(\cos q) g_1^0 + \frac{6(\sin q)^4}{R^4} \cdot \\ &\cdot (P_2(\cos q) g_2^0 + P_2^2(\cos q) g_2^2) + \frac{8(\sin q)^5}{R^5} (P_3(\cos q) g_3^0 + \end{aligned}$$

$$+ P_3^2(\cos q)g_3^2 + \frac{10(\sin q)^6}{R^6}(P_4(\cos q)g_4^0 + P_4^2(\cos q)g_4^2 + P_4^4(\cos q)g_4^4); \quad (10)$$

$$H_{1r}(q) - H_{2r}(q) = \frac{4(\sin q)^3}{R^3}P_1^1(\cos q)g_1^1 + \frac{6(\sin q)^4}{R^4} \cdot (P_2^1(\cos q)g_2^1 + \frac{8(\sin q)^5}{R^5}(P_3^1(\cos q)g_3^1 + P_3^3(\cos q)g_3^3) + \frac{10(\sin q)^6}{R^6}(P_4^1(\cos q)g_4^1 + P_4^3(\cos q)g_4^3)); \quad (11)$$

$$H_{1q}(q) - H_{2q}(q) = -\frac{2(\sin q)^3}{R^3} \frac{\partial P_1(\cos q)}{\partial q} g_1^0 - \frac{2(\sin q)^4}{R^4} \frac{\partial P_2(\cos q)}{\partial q} g_2^0 + \frac{\partial P_2^2(\cos q)}{\partial q} g_2^2 - \frac{2(\sin q)^5}{R^5} \frac{\partial P_3(\cos q)}{\partial q} g_3^0 + \frac{\partial P_3^2(\cos q)}{\partial q} g_3^2 - \frac{2(\sin q)^6}{R^6} \frac{\partial P_4(\cos q)}{\partial q} g_4^0 + \frac{\partial P_4^3(\cos q)}{\partial q} g_4^2 + \frac{\partial P_4^4(\cos q)}{\partial q} g_4^4; \quad (12)$$

$$H_{1j}(q) + H_{2j}(q) = -\frac{4(\sin q)^3}{R^4}P_2^2(\cos q)h_2^2 - \frac{4(\sin q)^4}{R^5}P_3^2(\cos q)h_3^2 - \frac{4(\sin q)^5}{R^6}P_4^2(\cos q)h_4^2 - \frac{8(\sin q)^5}{R^6}P_4^4(\cos q)h_4^4; \quad (13)$$

$$H_{1j}(q) - H_{2j}(q) = -\frac{2(\sin q)^2}{R^3}P_1^1(\cos q)h_1^1 - \frac{2(\sin q)^3}{R^4}P_2^1(\cos q)h_2^1 - \frac{2(\sin q)^4}{R^5}P_3^1(\cos q)h_3^1 - \frac{6(\sin q)^4}{R^5}P_3^3(\cos q)h_3^3 - \frac{2(\sin q)^5}{R^6}P_4^1(\cos q)h_4^1 - \frac{6(\sin q)^5}{R^6}P_4^3(\cos q)h_4^3. \quad (14)$$

Как видно из (10)–(14), суммирование проходных характеристик, полученных в точках 1 и 2, приводит к исключению вклада мультипольных коэффициентов с нечетными значениями m , а соответствующая разница проходных характеристик не содержит вклады от мультипольных коэффициентов с четными m . Кроме того, воспользуемся час-

тичной ортогональностью на интервале $q \in [0, \rho]$ произведений двух функций Лежандра с несовпадающими индексами n и m на основе формул в работах [4, 6, 7]. Для этого необходимо суммарную (разностную) проходную характеристику из (10)–(14) проинтегрировать по q , предварительно умножив ее на специально подобранную селективную функцию вида $P_s^k(\cos q)(\sin q)^q$. При этом следует заметить, что выбор комбинации значений целочисленных индексов k, s, q является неоднозначным, поэтому предлагаемые ниже селективные функции не являются единственно возможным вариантом для нахождения значений мультипольных коэффициентов.

Для удобства записи обозначим через G_n^m значение интеграла от произведения суммарной (разностной) проходной характеристики из (10)–(12), содержащей мультипольный коэффициент g_n^m , и селективной функции вида $P_n^m(\cos q)(\sin q)^q$. Соответственно, через J_n^m обозначим значение интеграла от произведения суммарной (разностной) проходной характеристики из (13)–(14), содержащей мультипольный коэффициент h_n^m , и селективной функции вида $P_n^m(\cos q)(\sin q)^q$.

Для $P_n^m(\cos q)$ с нечетными значениями n и четными значениями m проинтегрируем (10) по q на интервале $q \in [0, \rho]$ и получим три уравнения с тремя искомыми мультипольными коэффициентами:

$$G_1^0 = \int_0^\rho (H_{1r}(q) + H_{2r}(q)) \frac{P_1^0(\cos q)}{(\sin q)^2} dq = \frac{8g_1^0}{3R^3} - \frac{32}{35R^5}(g_3^0 + 20g_3^2); \quad (15)$$

$$G_3^0 = \int_0^\rho (H_{1r}(q) + H_{2r}(q)) \frac{P_3^0(\cos q)}{(\sin q)^2} dq = \frac{32}{315R^5}(11g_3^0 + 120g_3^2); \quad (16)$$

$$G_3^2 = \int_0^\rho (H_{1r}(q) + H_{2r}(q)) P_3^2(\cos q) dq = \frac{64}{7R^3}g_1^0 - \frac{256}{77R^5}(3g_3^0 + 40g_3^2). \quad (17)$$

Решая систему (15)–(17), находим мультипольные g -коэффициенты с нечетными значениями n и четными значениями m :

$$g_1^0 = \frac{21}{10}R^3G_1^0 + \frac{189}{40}R^3G_3^0 - \frac{231}{320}R^3G_3^2; \quad (18)$$

$$g_3^0 = \frac{693}{80} R^5 G_1^0 + \frac{2331}{160} R^5 G_3^0 + \frac{1617}{640} R^5 G_3^2; \quad (19)$$

$$g_3^2 = \frac{-2541}{3200} R^5 G_1^0 + \frac{567}{400} R^5 G_3^0 - \frac{5929}{25600} R^5 G_3^2. \quad (20)$$

Для краткости изложения ниже представлены все интегралы, интегрируемые сигнатуры напряженности магнитного поля и соответствующие селектирующие функции.

Обозначение интеграла	Сигнатура (№ формулы)	Селектирующая функция
G_1^0	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_1^0(\cos q)/(\sin q)^2$
G_1^1	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_1^1(\cos q)/(\sin q)^4$
G_2^0	$(H_{1q}(q)+ H_{2q}(q))$ (12)	$\frac{\partial P_2^0(\cos q)}{\partial q}/(\sin q)^3$
G_2^1	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_2^1(\cos q)/(\sin q)^5$
G_2^2	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_2^2(\cos q)/(\sin q)^3$
G_3^0	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_3^0(\cos q)/(\sin q)^2$
G_3^1	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_3^1(\cos q)/(\sin q)^2$
G_3^2	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_3^2(\cos q)$
G_3^3	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_3^3(\cos q)/(\sin q)^2$
G_4^0	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_4^0(\cos q)/(\sin q)^3$
G_4^1	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_4^1(\cos q)/(\sin q)^5$
G_4^2	$(H_{1r}(q)+ H_{2r}(q))$ (10)	$P_4^2(\cos q)/(\sin q)^3$
G_4^3	$(H_{1r}(q)- H_{2r}(q))$ (11)	$P_4^3(\cos q)/(\sin q)^3$
G_4^4	$(H_{1q}(q)+ H_{2q}(q))$ (12)	$\frac{\partial P_4^4(\cos q)}{\partial q}/(\sin q)^3$
J_1^1	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_1^1(\cos q)/(\sin q)^3$
J_2^1	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_2^1(\cos q)/(\sin q)^4$
J_2^2	$(H_{1j}(q)+ H_{2j}(q))$ (13)	$P_2^2(\cos q)/(\sin q)^2$
J_3^1	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_3^1(\cos q)/(\sin q)$
J_3^2	$(H_{1j}(q)+ H_{2j}(q))$ (13)	$P_3^2(\cos q)/(\sin q)$
J_3^3	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_3^3(\cos q)/(\sin q)$
J_4^1	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_4^1(\cos q)/(\sin q)^4$
J_4^2	$(H_{1j}(q)+ H_{2j}(q))$ (13)	$P_4^2(\cos q)/(\sin q)^2$

J_4^3	$(H_{1j}(q)- H_{2j}(q))$ (14)	$P_4^3(\cos q)/(\sin q)^2$
J_4^4	$(H_{1j}(q)+ H_{2j}(q))$ (13)	$P_4^4(\cos q)/(\sin q)^2$

По результатам интегрирования сигнатур коэффициенты g_n^m и h_n^m могут быть найдены из выражений:

$$g_1^1 = \frac{-15}{8} R^3 G_1^1 + \frac{35}{32} R^3 G_3^1 - \frac{7}{32} R^3 G_3^3; \quad (21)$$

$$g_2^0 = \frac{-25}{84} R^4 G_2^0 - \frac{25}{378} R^4 G_2^2 + \frac{55}{63} R^4 G_4^0 + \frac{37}{1512} R^4 G_4^2 + \frac{5}{576} R^4 G_4^4; \quad (22)$$

$$g_2^1 = \frac{11}{36} R^4 G_2^1 - \frac{3}{20} R^4 G_4^1 + \frac{11}{480} R^4 G_4^3; \quad (23)$$

$$g_2^2 = \frac{5}{112} R^4 G_2^0 + \frac{5}{504} R^4 G_2^2 - \frac{11}{84} R^4 G_4^0 + \frac{11}{1008} R^4 G_4^2; \quad (24)$$

$$g_3^1 = \frac{35}{64} R^5 G_1^1 - \frac{105}{256} R^5 G_3^1 + \frac{35}{512} R^5 G_3^3; \quad (25)$$

$$g_3^3 = \frac{-7}{64} R^5 G_1^1 + \frac{35}{512} R^5 G_3^1 - \frac{7}{512} R^5 G_3^3; \quad (26)$$

$$g_4^0 = \frac{27}{16} R^6 G_2^0 + \frac{11}{32} R^6 G_2^2 + \frac{3}{10} R^6 G_4^0 - \frac{11}{32} R^6 G_4^2 - \frac{3}{64} R^6 G_4^4; \quad (27)$$

$$g_4^1 = \frac{-159}{400} R^6 G_2^1 + \frac{333}{2000} R^6 G_4^1 - \frac{231}{8000} R^6 G_4^3; \quad (28)$$

$$g_4^2 = \frac{-3}{32} R^6 G_2^0 - \frac{5}{288} R^6 G_2^2 + \frac{1}{24} R^6 G_4^0 - \frac{5}{288} R^6 G_4^2 + \frac{19}{7680} R^6 G_4^4; \quad (29)$$

$$g_4^3 = \frac{1}{40} R^6 G_2^1 - \frac{9}{800} R^6 G_4^1 + \frac{11}{6400} R^6 G_4^3; \quad (30)$$

$$g_4^4 = \frac{1}{896} R^6 G_2^0 - \frac{1}{5376} R^6 G_2^2 - \frac{1}{448} R^6 G_4^0 + \frac{1}{5376} R^6 G_4^2; \quad (31)$$

$$h_1^1 = \frac{15}{4} R^3 J_1^1 - \frac{35}{6} R^3 J_3^1 + \frac{7}{16} R^3 J_3^3; \quad (32)$$

$$h_2^1 = \frac{-11}{12} R^4 J_2^1 + \frac{9}{20} R^4 J_4^1 - \frac{11}{160} R^4 J_4^3; \quad (33)$$

$$h_2^2 = \frac{37}{16} R^4 J_2^2 - \frac{7}{32} R^4 J_4^2 + \frac{33}{16} R^4 J_4^4; \quad (34)$$

$$h_3^1 = \frac{-35}{16} R^5 J_1^1 + \frac{105}{64} R^5 J_3^1 - \frac{35}{128} R^5 J_3^3; \quad (35)$$

$$h_3^2 = \frac{-7}{640} R^5 J_3^2; \quad (36)$$

$$h_3^3 = \frac{7}{48}R^5J_1^1 - \frac{35}{384}R^5J_3^1 + \frac{7}{384}R^5J_3^3; \quad (37)$$

$$h_4^1 = \frac{159}{80}R^6J_2^1 - \frac{333}{400}R^6J_4^1 + \frac{231}{1600}R^6J_4^3; \quad (38)$$

$$h_4^2 = -\frac{63}{160}R^6J_2^2 + \frac{21}{640}R^6J_4^2 - \frac{77}{160}R^6J_4^4; \quad (39)$$

$$h_4^3 = -\frac{1}{24}R^6J_2^1 + \frac{3}{160}R^6J_4^1 - \frac{11}{3840}R^6J_4^3; \quad (40)$$

$$h_4^4 = \frac{3}{64}R^6J_2^2 - \frac{1}{256}R^6J_4^2 + \frac{11}{256}R^6J_4^4. \quad (41)$$

Предложенный способ экспериментального получения и интегрирования шести проходных характеристик проекций магнитной индукции позволяет определить двадцать четыре мультипольных коэффициента, описывающих магнитное поле технического объекта с помощью модели (1) (для $n \leq 4$). На основании найденных дипольных и квадрупольных коэффициентов магнитных моментов могут быть найдены координаты магнитного центра объекта с использованием выражений (5) и (6).

Экспериментальная проверка предлагаемого способа показала целесообразность выбора расстояния R от пути перемещения до точек установки датчиков магнитной индукции в пределах одного габаритного размера исследуемого объекта ввиду более быстрого, чем у диполя, спада магнитного поля, создаваемого мультиполями старших порядков, и как следствие увеличения погрешности их измерения при удалении от источника. При

этом удлинение пути перемещения более десяти R не приводило к ожидаемому повышению точности расчета координат магнитного центра, что, очевидно, связано с инструментальной погрешностью эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ECSS-E-HB-20-07A. Space engineering: Electromagnetic compatibility handbook. ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands, 2012, 228 p.
2. Kildishev A.V., Volokhov S.A., Saltykov J.D. Measurement of the Spacecraft Main Magnetic Parameters. – IEEE Systems Readiness Technology Conf. (AUTOTESTCON'97). Anaheim (California), 1997, p. 669–675.
3. Шимони К. Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964, 774 с.
4. Гобсон Эрнест Вильям. Теория сферических и эллипсоидальных функций/Пер. с англ. С.В. Фомина. – М.: Наука, 1952, 476 с. ISBN 5-0249664-А.
5. Гетьман А.В. Определение пространственных гармоник магнитного поля вблизи поверхности технического объекта. – Электричество, 2005, № 1, с. 55–60.
6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1963, 1100 с.
7. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. – М.: Наука, 1986, 800 с.

[15.07.13]

Автор: Гетьман Андрей Владимирович окончил физический факультет Харьковского государственного университета в 1993 г. В 2004 г. в Институте электродинамики НАН Украины защитил кандидатскую диссертацию «Пространственный гармонический анализ магнитного поля технических объектов». Старший научный сотрудник Научно-технического центра магнетизма технических объектов НАН Украины.

Determining the Magnetic Center Using the Magnetic Induction Transfer Characteristics

A.V. GET'MAN

One of practical methods for solving the magnetic compatibility problem is to compensate the external magnetic field of a technical facility by means of an additional (compensating) source. The magnetic moment produced by this source is set equal to the facility's own moment but oppositely directed with respect to the latter [1] so that the resulting magnetic moment of the facility and source was equal to zero. However, their resulting magnetic field, which depends on the compensating source position, differs from zero. The compensating source position at which the resulting magnetic field reaches its minimum is called the facility's magnetic center. Thus, the magnetic center is the optimal location for placing the additional source in compensating the technical facility's external magnetic field. Knowledge of magnetic center location is also essential for organizing proper operation of the algorithms of spacecraft orientation control systems in the orbit [2]. The possibility of practically determining the magnetic center location by calculating the displacement coordinates of a technical facility's dipole magnetic moment is considered. The facility dipole and quadruple magnetic moments are used as initial parameters for calculation. A method for determining multipole magnetic moments is proposed, central to which is integration of magnetic induction during linear displacement of the facility.

Key words: magnetic compatibility, magnetic induction, magnetic center, multipole magnetic moment

REFERENCES

1. **ECSS-E-HB-20-07A**. Space engineering: Electromagnetic compatibility handbook ESA-ESTEC. Requirements & Standards Division. Noordwijk, The Netherlands, 2012, 228 p.
2. **Kildishev A.V., Volokhov S.A., Saltykov J.D.** Measurement of the Spacecraft Main Magnetic Parameters. – IEEE Systems Readiness Technology Conf. (AUTOTESTCON'97). Anaheim (California), 1997, p. 669–675.
3. **Shimoni K.** Teoreticheskaya elektrotehnika (Theoretical Electrical Engineering). Moscow. Publ. «Mir», 1964, 774 p.
4. **Gobson E.V.** Teoriya sfericheskikh i ellipsoidalnykh funktsii/Per. s angl. S.V. Fominoi (Theory of Spherical and Ellipsoidal Functions (Transl. from English S.V. Fomin). Moscow. Publ. «Nauka», 1952, 476 p. ISBN5-0249664-A.
5. **Get'man A.B.** Elektrichestvo (Electricity), 2005, № 1, pp. 55–60. ISSN 0013-5380.
6. **Gradshtein I.S., Ryzhik I.M.** Tablitsy integralov sum, ryadov i proizvedenii (Tables of integrals sums serieses and products). Moscow. Publ. «Fizmatgiz», 1963, 1100 p.
7. **Prudnikov A.P., Bychkov Yu.A., Marichev O.I.** Integraly i ryady (Integrals and serieses). Moscow. Publ. «Nauka», 1986, 800 p.

Author: Get'man Andrei Vladimirovich graduated from the Phichical Department of the Khar'kov Stat University in 1993. In 2004 he received the degree of Cand. Techn. Sci. at the Institute of Electrodynamics of Ukrain National Academy of Sciences (UNAS). He is a Senior Scientist the Scientific and technical centre of technical objects magnetism of UNAS.