МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторной работы
«Исследование типовых динамических звеньев в пакете MATLAB»
по дисциплине «Теория автоматического регулирования»
для студентов всех форм обучения
специальности «Электроника»,
в том числе для иностранных студентов

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета,
протокол № 1 от 16.01.2019 г.

Харьков
НТУ «ХПИ»
2019

Методические указания к выполнению лабораторной работы «Исследование типовых динамических звеньев в пакете MATLAB.» по дисциплине «Теория автоматического регулирования» для студентов всех форм обучения специальности «Электроника», в том числе для иностранных студентов /сост. Бутова О. А., Фетюхина Л. В., Шишкин М. А., Шамардина В. Н., Асмолова Л. В. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2019. – 72 с.

Составители: О. А. Бутова
Л. В. Фетюхина
М. А. Шишкин
В. Н. Шамардина
Л. В. Асмолова

Рецензент Н. В. Анищенко

Кафедра промышленной и биомедицинской электроники

ВСТУПЛЕНИЕ

Цель курса «Теория автоматического регулирования» состоит в изучении принципов автоматического управления; типовых элементов систем автоматического управления, используемых в электронике; математического описания линейных систем автоматического управления (САУ); основных характеристик элементов и САУ; методов анализа и синтеза наиболее распространенных типов САУ.

Методические указания к курсу «Теория автоматического регулирования» способствует закреплению усвоенных студентами знаний основ теории автоматического управления, математического описания и моделирования автоматических систем автоматики и электроники, в том числе с использованием структурных алгоритмических схем.

При структурном моделировании САУ представляются в виде алгоритмических схем, в которых отдельные элементы описываются передаточными функциями, дифференциальными уравнениями, табличными данными или графически. Соединение элементов в схеме обусловлено их функциональными связями. При построении САУ удобно отдельные элементы представлять типовыми динамическими звеньями, основными формами математического описания которых являются дифференциальные уравнения и передаточные функции.

Цель методических указаний состоит в оказании помощи студентам в приобретении навыков моделирования переходных процессов, определения характеристик динамических звеньев и качественных показателей работы САУ.

Методические указания содержат необходимые теоретические материалы, методические примеры выполнения заданий в среде MATLAB при использовании приложений прикладных программ Control System Toolbox и Simulink, а также контрольные вопросы для самопроверки. Методические указания ориентированы на использование версий MATLAB R11b и MATLAB R14a и содержат рекомендации для пользователей.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ В ПАКЕТЕ MATLAB

Цель – получение частотных характеристик типовых динамических звеньев и их временных характеристик при стандартных входных воздействиях с использованием:

- приложения Control System Toolbox;
- приложения Simulink.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1 Математическое описание систем

Качественный анализ и синтез САУ практически невозможен без их адекватного математического описания. С этой целью в системах выделяют отдельные элементы (звенья, подсистемы), для которых при определенных допущениях составляют уравнения, описывающие поведение этих элементов. Как правило, во внимание при этом принимаются главные факторы, определяющие протекание динамических процессов в условиях допущений. Факторы, оказывающие несущественное влияние, не учитываются.

Наиболее распространенными формами математического описания САУ являются:

– дифференциальные уравнения (ДУ), представленные в той или иной удобной форме (операторной форме, в форме преобразований Лапласа);

– уравнения состояний, когда дифференциальные уравнения записываются в векторно-матричной форме;

– передаточные функции;

– частотные функции (амплитудно-частотные, фазо-частотные, амплитудно-фазо-частотные характеристики);

– нули и полюса передаточной функции.

Составление системы ДУ

При составлении исходных ДУ, описывающих процессы в электрических цепях постоянного и переменного тока, целесообразно использовать «Метод контурных токов», «Метод узловых потенциалов» и их аналоги. В результате для цепей составляется система уравнений в виде:

$$\begin{cases} a_{11}\cdot x_1 + a_{12}\cdot x_2 + \ldots + a_{1k}\cdot x_k = f_1(t) \\ a_{21}\cdot x_1 + a_{22}\cdot x_2 + \ldots + a_{2k}\cdot x_k = f_2(t) \\ \quad \ldots \\ a_{k1}\cdot x_1 + a_{k2}\cdot x_2 + \ldots + a_{kk}\cdot x_k = f_k(t) \end{cases}, \qquad (1)$$

где $x_1, x_2, \ldots x_k$ – переменные состояний системы;

$a_{11}, a_{12}, \ldots\ a_{kk}$ – постоянные коэффициенты, образованные суммой или произведением постоянных времени T_i и коэффициентов передачи K_i;

$f_1(t), f_2(t), \ldots\ f_k(t)$ – внешние задающие $x(t)$ и возмущающие воздействия $g(t)$.

Для удобства и формализации решений систему уравнений (1) можно представить в одной из форм:

- в форме Коши;
- в стандартной форме относительно регулируемой величины;
- в пространстве состояний;
- в форме изображений Лапласа;
- в виде передаточных функций.

В лабораторной работе используется форма, которая базируется на использовании оператора Лапласа (или Карлсона), оперируя понятиями ***оригинал*** – $F(t)$ и ***изображение*** – $F(p)$ комплексного аргумента.

Соответствие между временным и операторным представлением сигнала можно выразить через преобразование Лапласа:

$$L:\ F(p) = L\{F(t)\} = \int_0^{+\infty} F(t)\cdot e^{-p\cdot t}\cdot dt \qquad (2)$$

и обратное преобразование Лапласа:

$$L^{-1}: \ F(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot j} \int\limits_{c-j\cdot\infty}^{c+j\cdot\infty} F(p) \cdot e^{p \cdot t} \cdot dp, \qquad (3)$$

где $p = c + j \cdot \omega$ – оператор Лапласа, c – область сходимости.

Операторная форма Лапласа удобна при представлении отдельных элементов (звеньев, подсистем) САУ в виде *передаточных функций*.

***Передаточная функция* (*ПФ*)** – это отношение изображения Лапласа выходной величины $y(p)$ к изображению Лапласа входной величины $x(p)$ при нулевых начальных условиях $W(p) = \frac{y(p)}{x(p)}$.

С помощью ПФ описываются линейные (линеаризованные) динамические стационарные системы управления.

Линейные стационарные системы (*ЛС*) – это системы, поведение которых удовлетворительно описывается обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. ЛС в общем виде может быть представлена передаточной функцией, записанной как отношение полиномов числителя с коэффициентами b_i и знаменателя с коэффициентами a_i:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_m \cdot p^m + \ldots + b_1 \cdot p^1 + b_0}{a_n \cdot p^n + \ldots + a_1 \cdot p^1 + a_0}, \qquad (4)$$

где p – комплексная переменная;

m – степень полинома числителя;

n – степень полинома знаменателя.

Для физически реализуемых САУ $m \leq n$. Коэффициенты указанных полиномов b_i и a_i – действительные числа.

Полином знаменателя ПФ называется ***характеристическим*** полиномом передаточной функции $W(p)$, его корни – ***полюса передаточной функции.*** Корни полинома числителя называются ***нулями передаточной функции.*** Такое математическое описание используется при построении корневого годографа (КГ), что обусловлено фундаментальной зависимостью поведения линейной САУ от полюсов и нулей ее передаточной функции:

$$p_i^*, (i = \overline{1,n}),\ p_j^0, (j = \overline{1,m}). \qquad (5)$$

Форма математического описания в ***пространстве состояний*** (**ABCD**-форма) – это матричная форма записи системы ДУ САУ, адаптированная для теории управления путем использования ДУ в форме Коши, дополненных алгебраическими уравнениями, связывающими выходные координаты с переменными состояний и управляющими воздействиями. Применяется **ABCD**-форма для описания САУ, описываемых ДУ высокого порядка, как правило, с несколькими входами/выходами и с перекрестными связями.

Модель системы в пространстве состояний задается системой матричных уравнений:

$$\begin{aligned} \overline{X'} &= \mathbf{A} \cdot \overline{X} + \mathbf{B} \cdot \overline{U}; \\ \overline{Y} &= \mathbf{C} \cdot \overline{X} + \mathbf{D} \cdot \overline{U}, \end{aligned} \qquad (6)$$

где $\overline{X'}$ – производная вектора состояний;

$\overline{X}$ – вектор состояний;

$\overline{Y}$ – вектор выхода системы;

$\overline{U}$ – вектор управления системы;

A – матрица коэффициентов системы, размерность $n \times n$;

B – матрица управления, размерность $n \times m$;

C – матрица выхода, размерность $p \times n$;

D – матрица, характеризующая связь входных сигналов управления с выходными координатами (матрица прямой связи), размерность $p \times m$.

1.2 Стандартные входные воздействия

При исследовании свойств САУ и их отдельных элементов используют ряд стандартных (типовых) сигналов, называемых ***типовыми воздействиями***. Они описываются простыми математическими функциями и легко реализуются. Использование типовых воздействий позволяет унифицировать анализ различных систем и облегчает сравнение их динамических свойств.

В теории автоматического управления наибольшее применение находят следующие типовые воздействия:

– *единичная ступенчатая функция;*

– *единичный импульс;*

– *линейно-растущее воздействие;*

– *квадратичное воздействие;*

– *гармоническое воздействие*;

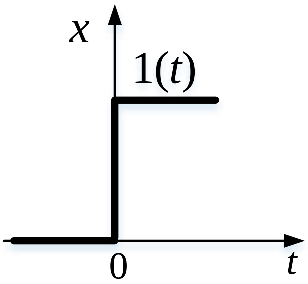
– *«белый шум»* (используется при исследовании стохастических систем).

Единичное ступенчатое воздействие (***единичная ступенчатая функция***) – это воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до единицы и далее остается неизменным.

Свойства единичной функции и единичной функции с начальным сдвигом τ определяются соотношениями (7), (8), их графики представлены на рис. 1.

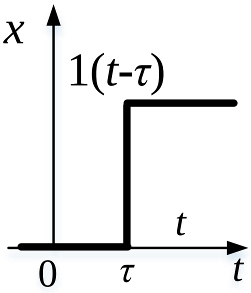
Единичный импульс (δ-функция) – это идеализированный сигнал бесконечно малой длительности с бесконечно большой амплитудой, при этом площадь под графиком $\delta(t)$ равна 1 ($\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\cdot dt = 1$).

Единичный импульс и импульс с начальным сдвигом τ описываются соотношениями (9), (10), а графические изображения имеют вид, приведенный на рис. 2.



$$1(t)=\begin{cases}0, \text{при } t \le 0;\\ 1, \text{при } t \ge 0;\end{cases} \tag{7}$$

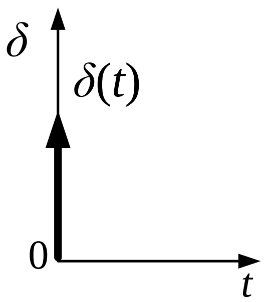
а



$$1(t-\tau)=\begin{cases}0, \ \text{при } t \le \tau;\\ 1, \ \text{при } t \ge \tau,\end{cases} \tag{8}$$

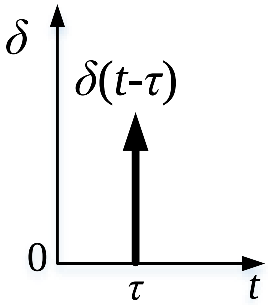
б

Рисунок 1 – Единичная ступенчатая функция



$$\delta(t)=\begin{cases}0, \ \text{при } t \ne 0;\\ \infty, \ \text{при } t = 0;\end{cases} \tag{9}$$

а



$$\delta(t-\tau)=\begin{cases}0, \ \text{при } t \ne \tau;\\ \infty, \ \text{при } t = \tau,\end{cases} \tag{10}$$

б

Рисунок 2 – Единичный импульс

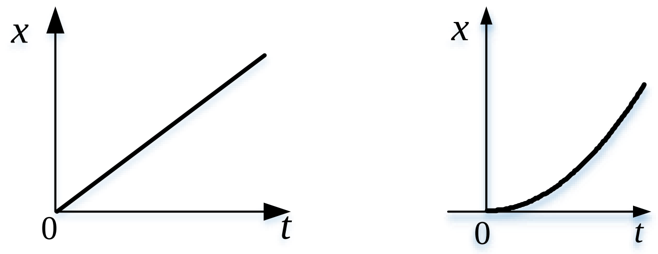
Линейно-растущее воздействие – это воздействие характеризуется постоянной скоростью V изменения сигнала $x(t)$. Такое воздействие чаще всего используется при анализе следящих САУ, а также для определения точности систем в динамических системах:

$$x(t) = V \cdot t. \tag{11}$$

Квадратичное воздействие – это воздействие, при котором изменение сигнала $x(t)$ происходит с постоянным ускорением α. Оно, как правило, используется для определения динамической точности систем:

$$x(t) = \frac{\alpha \cdot t^2}{2}. \tag{12}$$

Графическое изображение линейно-растущего воздействия имеет вид, приведенный на рис. 3, а, а квадратичного – на рис. 3, б.



а б

Рисунок 3 – Входные воздействия: а – линейно-растущее воздействие; б – квадратичное воздействие

Гармоническое воздействие – входной сигнал, описываемый функцией (рис. 4):

$$x(t) = A \cdot \sin\omega \cdot t, \tag{13}$$

где A – амплитуда сигнала;

$\omega = 2\pi/T$ – угловая частота;

T – период сигнала.

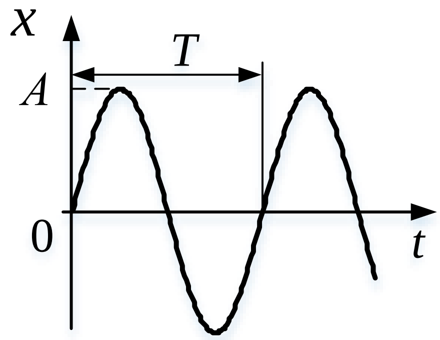


Рисунок 4 – Гармоническое воздействие

«Белый шум» – случайный стационарный сигнал с бесконечным частотным спектром, т. е. содержит все частоты видимого спектра. Реализация случайного процесса в виде «белого шума» практически невозможна, т.к. он должен иметь бесконечную мощность. Если нет никакой информации о свойствах случайных возмущений, действующих на САУ, исходят из того, что они приближенно описываются моделью «белого шума» при условии, что полоса пропускания САУ значительно меньше полосы спектра случайного процесса. Таким образом представляют, например, тепловые шумы в усилителях.

1.3 Характеристики САУ

При исследовании САУ анализируют их статические и динамические характеристики.

Статической характеристикой называется отношение выходной координаты к входному сигналу в установившемся режиме.

Статические характеристики определяют поведение системы в установившихся режимах и позволяют определить коэффициент передачи системы, степень ее нелинейности, величину статизма, координаты рабочих точек системы.

Динамические характеристики определяют поведение системы в неустановившихся (переходных) режимах. Основными динамическими характеристиками являются:

– *передаточная функция;*
– *временные характеристики;*

– *частотные характеристики.*

Временной характеристикой системы называется закон изменения выходной величины в функции времени при изменении входного воздействия по определенному закону и при условии, что до приложения воздействия система находилась в покое. Временные характеристики определяются как реакция системы на типовые воздействия при нулевых начальных условиях.

К основным временным характеристикам относятся переходная функция и весовая функция.

Переходная функция **(*характеристика*)** $h(t)$ - это реакция звена, системы на единичное ступенчатое воздействие (рис. 1) при нулевых начальных условиях (рис. 6).

На рис. 5 представлена система, заданная передаточной функцией $W(p)$ (4), где входной сигнал – $x(t)$, выходной – $y(t)$.

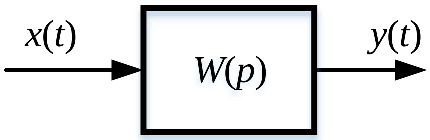


Рисунок 5 – Обобщенное представление САУ

В операторной форме Лапласа единичное ступенчатое воздействие описывается как $x(t) = 1(t) \Rightarrow \dfrac{1}{p}$. Выходная величина в изображениях Лапласа выходной величины $y(p)$:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p) = \frac{W(p)}{p}. \tag{14}$$

Связь между передаточной и переходной функцией имеет вид:

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{W(p)}{p}\right\}. \tag{15}$$

Переходная функция является функцией времени и описывается двумя составляющими: свободной и вынужденной $h(t) = h_{св}(t) + h_{вын}(t)$ (рис. 6). Вынужденная $h_{вын}(t)$ составляющая зависит от входного воздействия и равна установившемуся значению выходной величины $h_{вын}(t) = h(\infty)$. Свободная составляющая $h_{св}(t)$ определяется решением однородного ДУ (характеристического уравнения) системы.

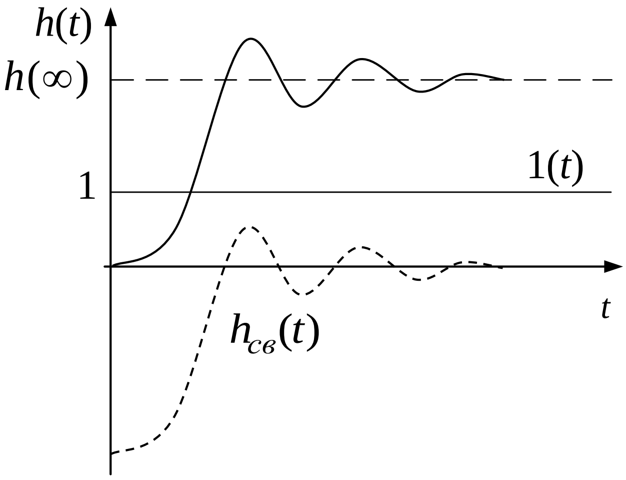


Рисунок 6 – Свободная и вынужденная составляющие переходной функции

Весовая функция $k(t)$ – реакция звена или системы на единичный импульс при нулевых начальных условиях.

В качестве входного воздействия (рис. 5) используется $x(t) = \delta(t)$, выходная величина равна $y(t) = k(t)$. Выходная координата в оригиналах определяется с помощью интеграла свертки $y(t) = \int_0^\infty x(t-\tau) \cdot k(\tau) \cdot d\tau$.

Так как $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \cdot dt = 1$, то выходная координата в изображениях Лапласа:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p) = k(p). \quad (16)$$

При этом связь между передаточной и весовой функцией имеет вид:

$$k(t) = L^{-1}\{W(p)\}, \quad (17)$$

т. е. весовая функция является оригиналом передаточной функции.

Связь между переходной и весовой функцией имеет вид:

$$k(t) = h'(t). \tag{18}$$

Положение полюсов передаточной функции $W(p)$ на комплексной плоскости определяет устойчивость САУ, а в совокупности с нулями определяет вид весовой функции $k(t)$ и переходной функции $h(t)$.

Частотные характеристики описывают свойства звеньев (системы) в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием.

Если на вход звена направленного действия подано гармоническое воздействие $x(t) = A_1 \cdot \sin(\omega \cdot t)$, то по окончании переходного процесса на выходе звена установятся гармонические колебания с той же частотой, что и входные колебания, но отличающиеся, в общем случае, по амплитуде и фазе, т. е. в установившемся режиме выходная величина звена $y(t) = A_в \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$, здесь $A_в$ – амплитуда выходных установившихся колебаний; φ – фазовый сдвиг между входными и выходными колебаниями (рис. 7).

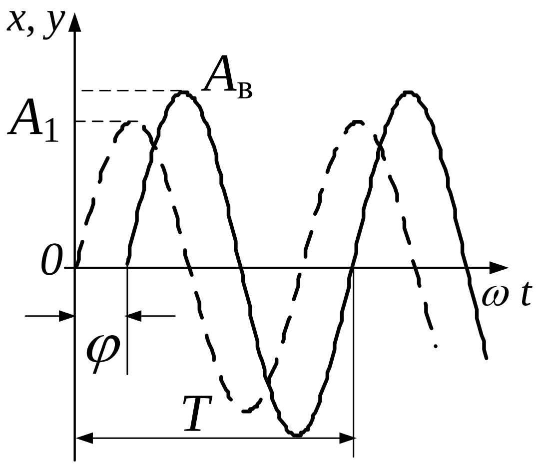


Рисунок 7 – Входные и выходные колебания

Часто в исследованиях используются такие частотные характеристики:

– *амплитудно-частотная характеристика* (*АЧХ*)*;*

– *фазо-частотная характеристика* (*ФЧХ*)*;*

– *амплитудно-фазовая частотная характеристика* (*АФЧХ)*;

– *логарифмическая амплитудно-частотная характеристика* (*ЛАЧХ*).

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) определяется отношением амплитуды колебаний на выходе звена к амплитуде колебаний на его входе в зависимости от частоты выходного сигнала (рис. 8, а):

$$A(\omega) = A_{\text{в}}(\omega) / A_1(\omega) = f(\omega). \qquad (19)$$

Фазо-частотная характеристика (ФЧХ) показывает как зависит от частоты входного сигнала разность фаз между входным и выходным колебаниями звена (рис. 8, б):

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega). \qquad (20)$$

Опережению фазы выходного сигнала соответствует $\varphi(\omega) > 0$, а отставанию – $\varphi(\omega) < 0$.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика представляет собой частотную (комплексную) передаточную функцию $W(j\omega)$, которую получают путем замены в передаточной функции $W(p)$ оператора Лапласа *p* на комплексную переменную $p = j\omega$. АФЧХ – вектор на комплексной плоскости (*Re*, *Im*) или в полярной системе координат $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$, которые являются соответственно АЧХ и ФЧХ (рис. 8, в).

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot \mathrm{e}^{j \cdot \varphi(\omega)} = U(\omega) + j \cdot V(\omega), \qquad (21)$$

где $A(\omega)$ – АЧХ представляет собой зависимость модуля вектора АФЧХ от угловой частоты ω, $A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$;

$\varphi(\omega)$ – ФЧХ представляет собой зависимость аргумента вектора АФЧХ от угловой частоты ω;

$U(\omega)$ – проекция вектора АФЧХ на действительную (Re) ось комплексной плоскости (вещественная частотная характеристика);

$V(\omega)$ – проекция вектора АФЧХ на мнимую (Im) ось комплексной плоскости (мнимая частотная характеристика).

При изменении угловой частоты ω от нуля до бесконечности $0 \le \omega < \infty$ АФЧХ на комплексной плоскости образует кривую, называемую ***годографом.***

***Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика* (ЛАЧХ)** или диаграмма Боде (рис. 8, г) определяется выражением:

$$L(\omega)=20\cdot\lg A(\omega), \tag{22}$$

где $L(\omega)$ – измеряется в децибелах (дБ), 1 дБ = 0,1 Б.

***Логарифмической фазовой частотной характеристикой* (ЛФЧХ)** называется график зависимости $\varphi(\omega)$, построенный в логарифмическом масштабе частот

$$\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\frac{V(\omega)}{U(\omega)}. \tag{23}$$

Для ЛАЧХ и ЛФЧХ за единицу измерения по оси абсцисс принимается ***декада*** – частотный интервал, соответствующий изменению частоты в 10 раз.

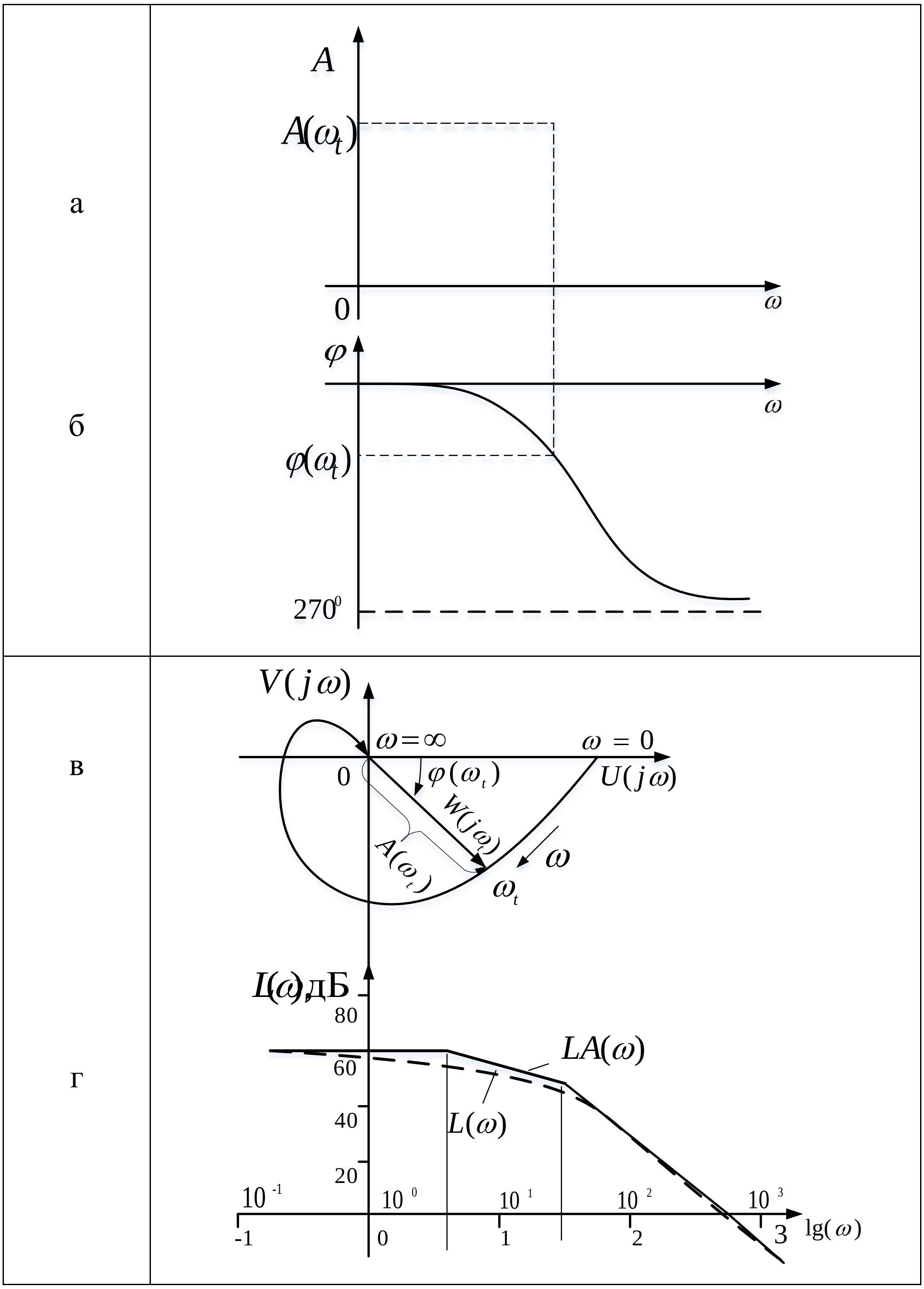


Рисунок 8 – Частотные характеристики: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФЧХ; г – ЛАЧХ

1.4 Типовые динамические звенья

Любую САУ можно представить в виде ограниченного набора типовых звеньев (элементарных или составных), которые могут быть различной природы, конструкции и назначения.

Передаточная функция (4) системы в этом случае представляется в виде произведения простых дробей:

$$W(p)=\frac{b_m\cdot p^m+b_{m-1}\cdot p^{m-1}+\ldots+b_0}{a_n\cdot p^n+a_{n-1}\cdot p^{n-1}+\ldots+a_0}=$$
$$=k\cdot p^{\mu}\cdot\prod_{i=1}^{l}(\tau_i\cdot p+1)\cdot\prod_{i=1}^{k}(\tau_i^2\cdot p^2+2\cdot\xi\cdot\tau_i\cdot p+1)\cdot\frac{1}{p^{\lambda}}\times \tag{24}$$
$$\times\prod_{j=1}^{r}\frac{1}{(T_j\cdot p+1)}\cdot\prod_{j=1}^{q}\frac{1}{(T_j^2\cdot p^2+2\cdot\xi\cdot T_j\cdot p+1)}.$$

Звенья, передаточные функции которых имеют вид простых дробей, называют типовыми или элементарными звеньями. Типовые звенья различаются по виду их передаточной функции, определяющей их статические и динамические свойства.

Выделяют типовые звенья, описывающиеся обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями первого и второго порядков:

1) элементарные: пропорциональные, интегрирующие и дифференцирующие звенья;

2) составные: инерционные (апериодические), инерционно-дифференцирующие, форсирующие и инерционно-форсирующие;

3) звенья второго порядка: колебательные, консервативные, апериодические.

В зависимости от алгоритма преобразования входного сигнала выделяют следующие типовые звенья:

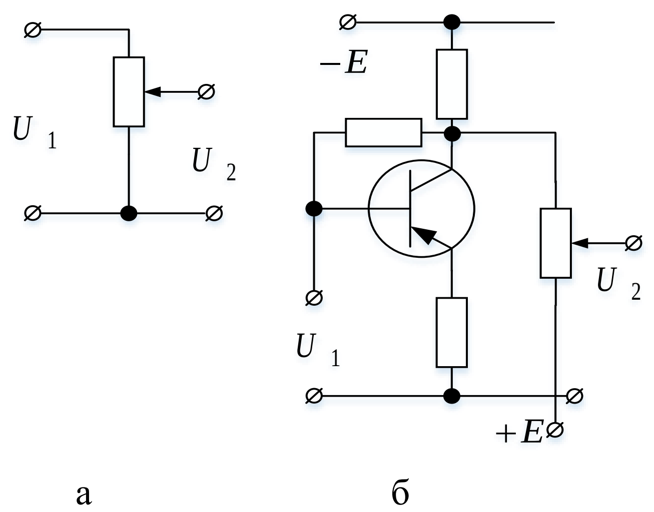
1. Пропорциональное (усилительное, безынерционное).

Это звено имеет конечный ненулевой коэффициент передачи постоянного сигнала, т. е. $W(p)=K\neq 0$. Это значит, что числитель и знаменатель передаточной функции имеют ненулевые свободные члены.

Примеры реализации пропорциональных звеньев показаны на рис. 9, а их передаточная функция описывается формулой (25).

При действии на вход усилителя единичного ступенчатого сигнала $1(t)$ или дельта-функции $\delta(t)$ на его выходе формируется сигнал, усиленный в K раз. В том случае, когда выходная координата и входной сигнал имеют одинаковые единицы измерения, коэффициент передачи ***называют коэффициентом усиления.***

Если на вход усилителя действует синусоидальный сигнал, то на выходе усилителя амплитуда сигнала усиливается в K раз без изменения частоты и фазы. Поэтому АФЧХ не зависит от частоты входного сигнала (28).



$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = K, \tag{25}$$

$$h(t) = K \cdot 1(t), \tag{26}$$

$$k(t) = K \cdot \delta(t), \tag{27}$$

$$A(\omega) = K, \quad \varphi(\omega) = 0. \tag{28}$$

Рисунок 9 – Примеры реализации пропорционального звена

2. Дифференцирующее звено.

Такое звено реализует на выходе производную от входного сигнала. Передаточная функция идеального дифференцирующего звена описывается формулой (29):

$$W(p) = T_0 \cdot p. \tag{29}$$

Переходная и весовая характеристики звена описываются выражениями (30) и (31) соответственно.

$$h(t) = T \cdot \delta(t), \tag{30}$$

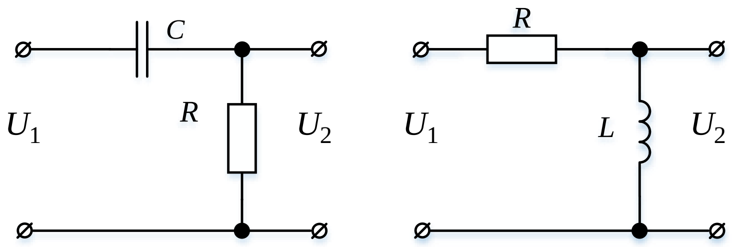
$$k(t) = T \cdot \frac{\delta(t)}{dt}. \qquad (31)$$

Это физически нереализуемое звено, т. к. дельта-функция и ее производная, имеют бесконечное значение, что невозможно получить в реальном устройстве.

На практике реализуется инерционно-дифференцирующее (реальное дифференцирующее) звено, которое описывается уравнением:

$$W(p) = \frac{T_1 \cdot p}{T \cdot p + 1}. \qquad (32)$$

Такое звено не относится к числу элементарных звеньев. Его можно представить в виде последовательно соединенных дифференцирующего и инерционного (апериодического) звеньев. Апериодическое звено учитывает инерционность процессов, обладая свойствами фильтра низких частот, ограничивая усиление на высоких частотах. Примеры реализации инерционно-дифференцирующих звеньев приведены на рис. 10.



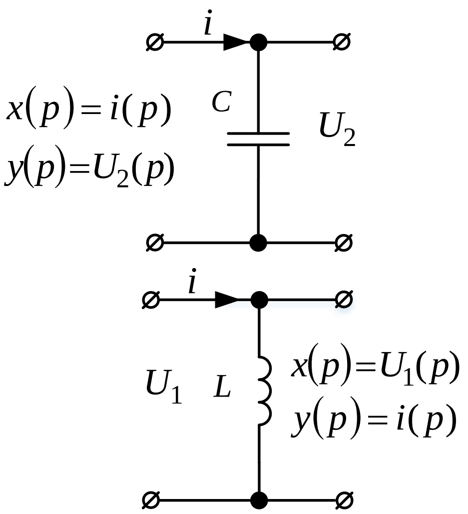
$$W(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)}.$$

Рисунок 10 – Примеры реализации инерционно-дифференцирующих звеньев

3. Интегрирующее звено.

Передаточная функция интегрирующего звена описывается формулой (33). Переходная и весовая характеристики звена описываются выражениями (34) и (35) соответственно. Примеры реализации интегрирующих звеньев приведены на рис. 11.

Следует обратить внимание, что передаточные функции определяются как $W(p)=\dfrac{y(p)}{x(p)}$.



$$W(p)=\frac{K}{p}, \quad (33)$$

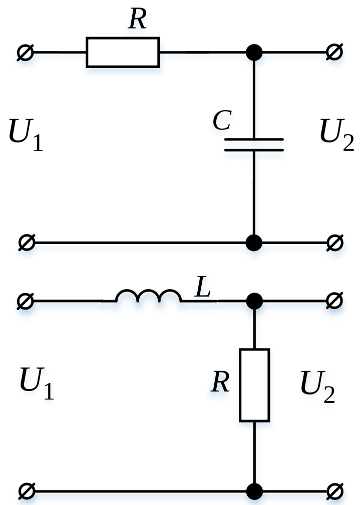
$$h(t)=K\cdot t, \quad (34)$$

$$k(t)=K. \quad (35)$$

Рисунок 11 – Примеры реализации интегрирующего звена

4. Апериодическое (инерционное).

Примеры реализации инерционных звеньев первого порядка представлены на рис. 12, а передаточная функция описывается формулой (36), здесь T - постоянная времени, она характеризует скорость реакции звена на изменение входного сигнала. Переходная и весовая характеристики звена описываются выражениями (37) и (38) соответственно.



$$W(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)}=\frac{K}{T\cdot p+1}, \quad (36)$$

$$h(t)=K\cdot(1-e^{-\frac{t}{T}}), \quad (37)$$

$$k(t)=\frac{K}{T}\cdot e^{-\frac{t}{T}}. \quad (38)$$

Рисунок 12 – Примеры реализации апериодического звена

5. Колебательное, консервативное и апериодическое (звенья второго порядка).

Динамические свойства этих звеньев в общем случае описываются передаточной функцией (39):

$$W(p)=\frac{U_2(p)}{U_1(p)}=\frac{K}{T^2\cdot p^2+2\cdot\xi\cdot T\cdot p+1}, \tag{39}$$

где ξ – коэффициент демпфирования колебаний, характеризующий степень их затухания;

– при $\xi=0$ звено является консервативным, при подаче на вход единичного ступенчатого сигнала на его выходе возникают незатухающие колебания с постоянной амплитудой. Передаточная функция в этом случае имеет вид:

$$W(p)=\frac{K}{T^2\cdot p^2+1}; \tag{40}$$

при $\xi\geq 1$ – апериодическое звено второго порядка, реализуется последовательным соединением двух апериодических звеньев первого порядка с постоянными времени T_1 и T_2 ($T_1=\dfrac{T}{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}$, $T_2=\dfrac{T}{\xi-\sqrt{\xi^2-1}}$). Передаточная функция в этом случае имеет вид:

$$W(p)=\frac{K}{(T_1\cdot p+1)\cdot(T\cdot_2 p+1)}; \tag{41}$$

– при $0<\xi<1$ – колебательное звено. Чем больше ξ, тем меньше амплитуда колебаний и тем быстрее они затухают.

Звено является колебательным при выполнении условия $R<2\sqrt{L/C}$ и апериодическим звеном второго порядка, если $R\geq 2\sqrt{L/C}$.

Пример реализации колебательного звена приведен на рис. 13.

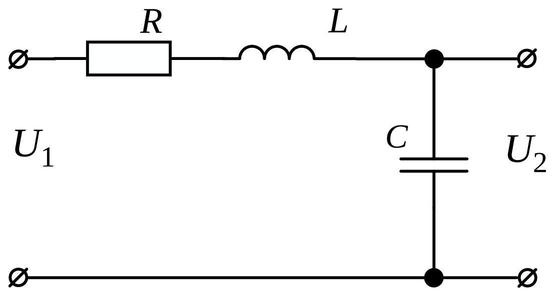


Рисунок 13 – Пример реализации колебательного звена

Переходная и весовая характеристики отличаются выраженной колебательностью, особенно при малых значениях коэффициента демпфирования ξ:

– для консервативного звена:

$$h(t) = K \cdot (1 - \cos\omega \cdot t), \tag{42}$$

$$k(t) = \frac{K}{T} \cdot \sin\omega \cdot t, \tag{43}$$

где $\omega = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$ - угловая частота собственных колебаний;

– для апериодического звена второго порядка:

$$h(t) = K - \frac{K \cdot T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-t}{T_1}} + \frac{K \cdot T_2}{T_1 - T_2} \cdot e^{\frac{-t}{T_2}}, \tag{44}$$

$$k(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} \cdot (e^{\frac{-t}{T_1}} - e^{\frac{-t}{T_2}}); \tag{45}$$

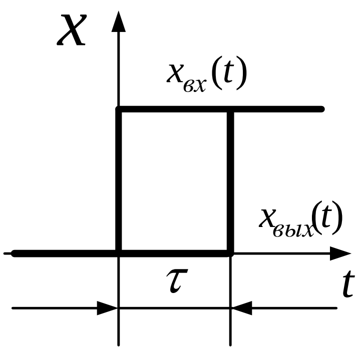
– для колебательного звена:

$$h(t) = K \cdot (1 - e^{-\frac{\xi}{T} \cdot t} \cdot (\cos \omega \cdot t - \frac{\xi}{T \cdot \omega} \cdot \sin \omega \cdot \mathrm{t})), \tag{46}$$

$$k(t) = \frac{K}{\omega \cdot T^2} \cdot e^{-\frac{\xi}{T} \cdot t} \cdot \sin \omega \cdot t. \tag{47}$$

6. Запаздывающее (звено чистого запаздывания).

Это звено без искажения воспроизводит на выходе входную величину, как пропорциональное звено, но с той разницей, что выходная величина запаздывает относительно входной на постоянное время τ. Передаточная функция звена описывается формулой (48). Переходная и весовая характеристики звена описываются выражениями (49) и (50) соответственно.



$$W(p) = e^{-p \cdot \tau}, \tag{48}$$

$$h(t) = K \cdot 1(t - \tau), \tag{49}$$

$$k(t) == (t - \tau). \tag{50}$$

Рисунок 14 – Звено чистого запаздывания

2 ПРИЛОЖЕНИЯ MATLAB

В лабораторной работе при исследовании типовых динамических звеньев используются три приложения пакета прикладных программ MATLAB: Simulink, Control System Toolbox и SimPowerSystem.

При моделировании с использованием Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым пользователь из библиотеки стандартных блоков (как из «кирпичиков») создает модель исследуемой системы и осуществляет расчеты, результаты которых визуализуются. Создание моделей основано на технологии *Drag-and-Drop* (схвати и перетащи).

При решении задач анализа, синтеза САУ и исследовании поведения типовых динамических звеньев используется и приложение Control System Toolbox (CST). Функции пакета CST реализуют традиционные методы передаточных функций и методы пространства состояний. Данный математический аппарат разработан для линейных стационарных систем – Linear Time-Invariant Systems (LTI).

Для исследования ЛС используется традиционный частотный подход, позволяющий анализировать их свойства по реакции на гармоническое воздействие при изменении его частоты. Знание частотных характеристик ЛС позволяет судить о качестве САУ и решать задачи синтеза. Частотные и временные характеристики, диаграммы расположения нулей и полюсов САУ быстро вычисляются и отображаются на экране.

Приложение SimPowerSystems позволяет задать топологию электрической цепи, при этом все электрические части модели взаимодействуют с обширной Simulink библиотекой моделирования. Это дает возможность исследовать не только саму систему, но и отдельные элементы, входящих в нее. Причем, детализация элементов настолько глубокая, что формирование математической модели в приложении SimPowerSystem практически не отличается от построения физических моделей объектов.

3 УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1 Изучить теоретические основы математического описания отдельных элементов и САУ, а также частотные и временные характеристики основных типовых динамических звеньев.

2 Исследовать динамические звенья в приложении Control System Toolbox:

– изучить основные функции приложения CST для математического описания динамических звеньев передаточными функциями;

– создать *m*-файл с математическим описанием типовых динамических звеньев передаточными функциями (табл. 1) в соответствии с заданным преподавателем вариантом (табл. 2);

– для построения переходных и частотных характеристики исследуемых звеньев использовать функции приложения CST;

– исследовать временные и частотные характеристики звеньев с использованием меню окна LTI Viewer (см. приложение А).

3 Исследовать динамические звенья в приложении Simulink:

– создать модель системы в приложении Simulink, структурная схема которой показана на рис. 15. Схема для экспериментального исследования динамического звена показана на рис. 16;

– задать передаточную функцию с параметрами динамического звена заданного варианта (табл. 2);

– подключая поочередно источники типовых входных сигналов с помощью функции линейного анализа Linear Analysis, получить осциллограммы временных характеристик: переходной и весовой функций, а также графики частотных характеристик звеньев. Время моделирования необходимо задать таким, чтобы переходная функция звена (выходная координата) достигла своего установившегося значения $h(t) = h(\infty) = W(0)$.

Установка параметров моделирования приведена в приложении Б.

Таблица 1 – Передаточные функции типовых динамических звеньев

№ п/п	Название звена	Передаточная функция
1.	пропорциональное (П)	$W(p) = K2;$
2.	апериодическое звено первого порядка (АП-1)	$W(p) = \dfrac{K1}{T \cdot p + 1};$
3.	интегрирующее (И)	$W(p) = \dfrac{K2}{p};$
4.	идеальное дифференциальное (Д)	$W(p) = T_0 \cdot p;$
5.	реальное дифференциальное (РД)	$W(p) = \dfrac{T_0 p}{Tp + 1};$
6.	идеальное пропорционально-дифференциальное (ПД)	$W(p) = T_0 \cdot p + 1;$
7.	пропорционально-интегрирую-щее (ПИ)	$W(p) = \dfrac{T_0 \cdot p + 1}{T \cdot p};$
8.	колебательное (К)	$W(p) = \dfrac{K1}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1},$ где $\xi < 1;$
9.	консервативное (Кон)	$W(p) = \dfrac{K2}{T^2 \cdot p^2 + 1},$ где $\xi = 0;$
10.	апериодическое звено второго порядка (АП-2)	$W(p) = \dfrac{K1}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi_1 \cdot T \cdot p + 1} = \dfrac{K1}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)},$ где $\xi_1 \geq 1.$

Таблица 2 – Варианты значений параметров динамических звеньев

№ п/п	$K1$	$K2$	T	T_0	ξ	ξ_1	Номера звеньев
1	10	7.5	0,01	0,1	0,6	1,1	4, 6, 8, 9
2	15	20	0,01	0,2	0,7	1,0	5, 6, 8, 10
3	20	15	0,01	0,2	0,8	1,2	4, 6, 9, 10
4	25	40	0,005	0,05	0,5	1,3	5, 6, 8, 9
5	20	20	0,04	0,3	0,7	1,2	4, 8, 9, 10
6	25	30	0,05	0,5	0,6	1,25	5, 8, 9, 10
7	35	45	0,001	0,15	0,45	1,0	7, 8, 9, 10
8	30	50	0,005	0,2	0,75	1,2	4, 7, 8, 10
9	40	100	0,001	0,02	0,8	1,2	5, 7, 8, 9
10	95	80	0,005	0,05	0,55	1,3	5, 7, 8, 10
11	110	100	0,04	0,3	0,35	1,2	2, 7, 8, 10
12	75	60	0,05	0,5	0,45	1,45	3, 6, 8, 9
13	250	50	0,01	0,1	0,5	1,1	4, 6, 8, 10
14	150	100	0,01	0,2	0,35	1,0	2, 6, 8, 9
15	55	15	0,01	0,2	0,6	1,2	2, 8, 9,10
16	35	30	0,005	0,05	0,5	1,3	3, 6, 8, 9
17	80	40	0,04	0,3	0,4	1,2	5, 6, 7, 9
18	145	80	0,01	0,45	0,55	1,3	3, 8, 9, 10
19	70	55	0,01	0,3	0,4	1,2	2, 7, 9, 10
20	85	60	0,01	0,35	0,5	1,25	3, 7, 8, 10
21	25	30	0,01	0,2	0,8	1,2	2, 7, 8, 9
22	35	45	0,005	0,05	0,5	1,3	3, 7, 8, 9
23	30	50	0,04	0,3	0,7	1,2	2, 7, 8, 10
24	95	80	0,05	0,5	0,45	1,45	4, 7, 8, 9
25	110	100	0,01	0,1	0,5	1,1	3, 6, 8, 10

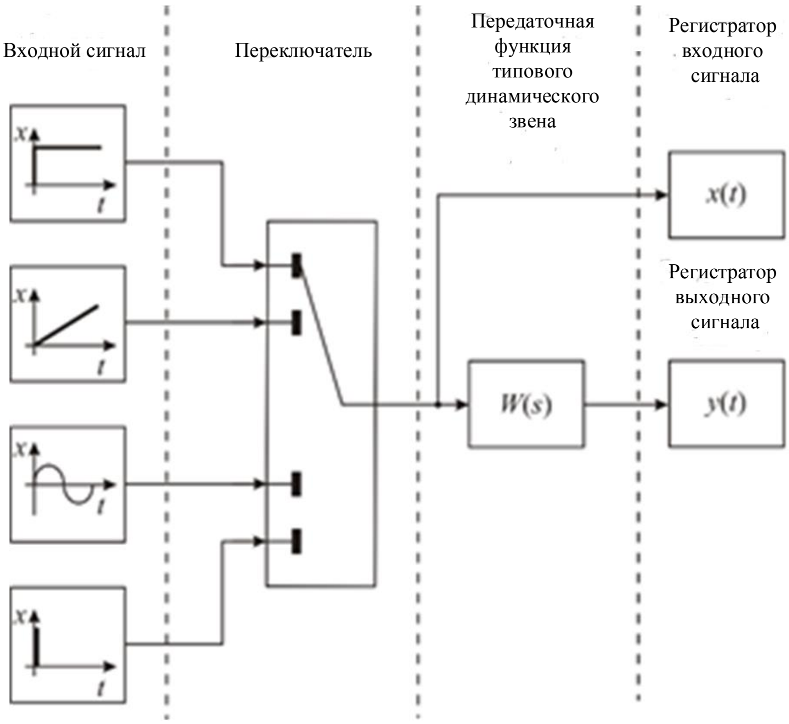


Рисунок 15 – Макет структурной алгоритмической схемы моделей

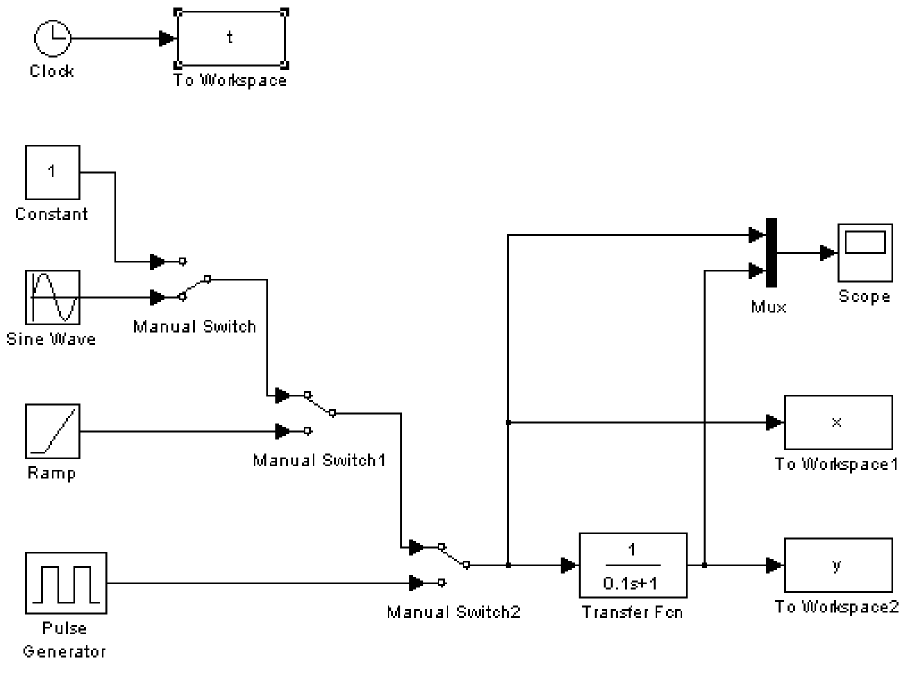


Рисунок 16 – Схема моделирования динамического звена в приложении Simulink

4 ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ В ПРИЛОЖЕНИИ CONTROL SYSTEM TOOLBOX

Приложение Control System Toolbox включает в себя функции и графические приложения для работы с динамическими объектами и линейными замкнутыми системами управления.

4.1 Общая характеристика функций приложения CST

В таблице 3 представлены основные функции приложения CST, сгруппированные по функциональному назначению.

Таблица 3 – Функции Control System Toolbox, используемые для создания LTI-моделей, и их назначение

Функции	Описание
1	2
Формирование LTI-объектов	
ss	Создание модели пространства состояний
zpk	Создание модели нули-полюсы-коэффициенты передачи
tf	Создание модели в виде передаточной функции
dss	Специальное описание модели пространства состояний
filt	Создание модели цифрового фильтра
set	Установка (модификация) атрибутов LTI-модели
ltiprops	Получение детальной справки об атрибутах LTI-моделей
Извлечение данных	
ssdata	Извлечение матриц **A**, **B**, **C**, **D** пространства состояний
zpkdata	Извлечение данных о нулях, полюсах, коэффициенте передачи
tfdata	Извлечение числителя и знаменателя передаточной функции
dssdata	Получение информации о версии описателя dss
get	Получение информации о значениях свойств LTI-модели
Преобразование одного вида модели в другой	
ss	В модель пространства состояния
zpk	В модель нули-полюса-коэффициент передачи
tf	В модель передаточной функции

Продолжение табл. 3

1	2
Характеристики динамической системы	
pole, eig	Определение полюсов системы
tzero	Определение нулей системы
pzmap	Составление карты нулей-полюсов, вызов сетки ω, ξ – sgrid
dcgain	Нахождение коэффициента передачи при нулевой частоте
norm	Определение нормы LTI-системы
Отклик (реакция системы) во времени	
step	Построение графика переходной функции $h(t)$
impulse	Построение графика импульсной переходной функции $\delta(t)$
initial	Определение отклика на заданные начальные условия состояния
lsim	Определение отклика при произвольных входных воздействиях
ltiview	Анализ откликов с помощью графического интерфейса
gensig	Генерирование периодических сигналов $u(t)$ для функции sim
stepfun	Генерирование единичного скачка $1(t)$
Частотные характеристики САУ	
bode	Построение диаграммы Боде – частотной характеристики САУ
sigma	Построение частотного графика сингулярных значений
nyquist	Построение диаграммы Найквиста – частотной характеристики в полярных координатах
nichols	Построение диаграммы Николса, вызов сетки $\Delta L, \Delta\varphi$ – ngrid
ltiview	Анализ характеристик САУ с помощью графического интерфейса LTI Viewer
evalfr	Расчет ЧХ САУ на заданной частоте (точки ЧХ)
freqresp	Расчет ЧХ САУ в заданном диапазоне частот
margin	Построение ЛАЧХ и ЛФЧХ САУ с выводом информации о запасах устойчивости автоматической системы по амплитуде ΔL и по фазе $\Delta\varphi$.

4.2 Вычислительные объекты CST

В пакете CST линейные стационарные системы представляются четырьмя видами моделей:

– в форме передаточной функции (tf):

$$W(s) = \frac{b_m \cdot s^m + b_{m-1} \cdot s^{m-1} + \ldots + b_1 \cdot s + b_{01}}{a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \ldots + a_2 \cdot s + a_0}, \tag{51}$$

где $b_0, b_2, .. b_m, , a_0, a_1, .. a_n$ – постоянные коэффициенты полиномов числителя и знаменателя, соответственно;

s – оператор Лапласа, в учебной литературе задается как p;

– путем задания нулей z_i, полюсов p_i и коэффициента передачи k (zpk):

$$W(s) = \frac{k \cdot ((s - z_1) \cdot (s - z_2) \ldots (s - z_m))}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) \ldots (s - p_n)}, \tag{52}$$

где m – порядок оператора входных воздействий, $m \le n$;

– в виде системы дифференциальных уравнений для переменных состояний, а для дискретных объектов – в виде системы разностных уравнений (ss):

$$\begin{cases} \overline{x'}(t) = \mathbf{A} \cdot \overline{x}(t) + \mathbf{B} \cdot \overline{u}(t) \\ \overline{y}(t) = \mathbf{C} \cdot \overline{x}(t) + \mathbf{D} \cdot \overline{u}(t); \end{cases} \tag{53}$$

– в виде набора (вектора) частот ω_k и соответствующих значений комплексного коэффициента передачи $W(j\omega_k)$ (frd).

В зависимости от выбора модели линейный объект (система) может быть задан либо парой многочленов (числитель и знаменатель передаточной функции), либо тройкой параметров (нули, полюса, обобщенный коэффициент передачи), либо четверкой параметров (матрицы **A**, **B**, **C**, **D**) – для моделей в пространстве состояний. Для описания одномерных (в англоязычной литературе – SISO) систем используются одномерные и двумерные массивы, в случае многомерных объектов (MIMO) – массивы ячеек.

4.3 Создание моделей стационарных систем в CST в форме tf

Функция tf (англ. «transferfunction») создает модель LTI-системы с одним входом и одним выходом в виде передаточной функции в операторной форме Лапласа. Передаточную функцию можно представить следующими способами:

– в виде коэффициентов полиномов числителя и знаменателя:

tf ([bm, …, b1, b0], [an, …, a1, a0])

bm, …, b0 – значения коэффициентов полинома числителя в выражении (32),

an, …, a0 – значения коэффициентов полинома знаменателя в выражении (32).

Пример 1.

Пусть задана передаточная функция САУ

$$W(p) = \frac{p}{p^2 + 2\cdot p + 10} = \frac{0.1\cdot p}{0.1\cdot p^2 + 0.2\cdot p + 1}.$$

W=	Имя объекта с присвоением. Задается произвольно по правилам задания имени обычных переменных.
tf([0.1 0], [0.1 0.2 1])	Данные tf задаются в круглых скобках. Массив коэффициентов числителя b0, b1,…, bm и массив коэффициентов знаменателя a0, a1,…, an задаются в квадратных скобках через запятую или пробел. На месте отсутствующих коэффициентов записывается 0.
>> W=tf([0.1 0], [0.1 0.2 1])	Вид записи одномерной непрерывной передаточной функции с именем *W* в рабочем окне MATLAB. Если в конце строки отсутствует точка с запятой, то будет выведен результат записи передаточной функции W = 0.1 s ------------------- 0.1 s^2 + 0.2 s + 1

– в виде полиномов числителя (англ. «numerator») и знаменателя (англ. «denumerator») в виде отдельных векторов-строк:

sys = tf(num,den),

где num и den – векторы-строки (массивы для многомерных моделей) коэффициентов полиномов числителя и знаменателя, расположенных в порядке убывания степеней *p* или *s*.

num=[0.1 0]; den=[0.1 0.2 1];	Задаются массивы коэффициентов числителя b0, b1,…, bm и массив коэффициентов знаменателя a0, a1,…, an, задаются в квадратных скобках через пробел. На месте отсутствующих коэффициентов записывается 0.
W=tf(num,den) sys=tf(num,den) sys_tf=tf(num,den)	Виды записи одномерной непрерывной передаточной функции с именем *W*, sys и sys_tf в рабочем окне MATLAB.

При нажатии клавиши ENTER на экране рабочего окна виден результат:

```
Transfer function:
       0.1 s
-------------------
0.1 s^2 + 0.2 s + 1
```

4.4 Создание моделей стационарных систем в CST в форме ss

Функция ss создает модель LTI-системы с одним входом и одним выходом в пространстве состояний.

sys = ss(a,b,c,d),

где a, b, c, d – матрицы модели для переменных состояний.

Для примера 1 представлен листинг САУ в пространстве состояний:

```
>> num=[0.1 0];
>> den=[0.1 0.2 1];
>> sys_tf=tf(num,den)
```

```
Transfer function:
       0.1 s
-------------------
0.1 s^2 + 0.2 s + 1

>> sys_ss=ss(sys_tf)

a =
          x1    x2
   x1     -2  -2.5
   x2      4     0


b =
       u1
   x1   1
   x2   0


c =
       x1  x2
   y1   1   0


d =
       u1
   y1   0

Continuous-time model.
```

4.5 Получение динамических характеристик моделей стационарных систем в CST с помощью функций pole и zero

Полюса и нули передаточной функции определяются с использованием команд pole, zero.

Функция pole возвращает вектор, элементами которого являются полюсы LPT-модели:

p=pole(sys).

Функция zero возвращает вектор, элементами которого являются нули LPT-модели:

z=zero(sys).

<u>Пример 2.</u>

Пусть задана передаточная функция САУ

$$W(p)=\frac{10\cdot p+1}{0{,}01\cdot p^3+0{,}1\cdot p^2+0{,}5\cdot p+1}=\frac{10\cdot p+1}{(0{,}26\cdot p+1)\cdot(0{,}04\cdot p^2+0{,}2\cdot p+1)}.$$

Ниже представлен листинг определения нулей и полюсов САУ:

```
>> num=[10 1];
>> den=[0.01 0.1 0.5 1];
>> W=tf(num,den)

Transfer function:
           10 s + 1
------------------------------
0.01 s^3 + 0.1 s^2 + 0.5 s + 1

>> pole(W)

ans =

         -3.11365542334316 +       4.10017582782491i
         -3.11365542334316 -       4.10017582782491i
         -3.77268915331368

>> zero(W)

ans =

                    -0.1
```

4.6 Создание моделей стационарных систем в CST в форме zpk

Функция zpk формирует модель объекта с одним входом и двумя выходами при заданных нулях и полюсах:

sys = zpk(z,p,k),

где z и p – соответственно, векторы-строки (массивы для многомерных объектов) нулей и полюсов передаточной функции (матрицы передаточных функций);

k – обобщенный коэффициент передачи передаточной функции.

Для примера 2 передаточную функцию в форме zpk можно представить следующими способами:

– при заданных нулях и полюсах, приведенных в аргументах функции:

s=zpk('s'); W=(10*s+1)/((0.26*s+1)*(0.04*s^2+0.24*s+1))

Ниже представлен листинг определения передаточной функции САУ:

```
>> s=zpk('s'); W=(10*s+1)/((0.26*s+1)*(0.04*s^2+0.24*s+1))

Zero/pole/gain:
     961.5385 (s+0.1)
--------------------------
(s+3.846) (s^2  + 6s + 25)
```

– полиномы числителя и знаменателя автоматически раскладываются на элементарные сомножители.

Ниже представлен листинг определения передаточной функции САУ:

```
>> num=[10 1];
>> den=conv([0.26 1],[0.04 0.24 1]);
>> W=tf(num,den)

Transfer function:
              10 s + 1
-----------------------------------
0.0104 s^3 + 0.1024 s^2 + 0.5 s + 1

>> W1=zpk(W)

Zero/pole/gain:
     961.5385 (s+0.1)
--------------------------
(s+3.846) (s^2  + 6s + 25)
```

Достоинство такого преобразования в том, что становится наглядной компенсация полюсов знаменателя нулями числителя какого-либо регулятора, а полином второго порядка указывает на наличие комплексно-сопряженных корней.

– непосредственное задание нулей, полюсов и коэффициента передачи.

Пример3.

Пусть задана передаточная функция САУ

$$W(p)=\frac{2\cdot p}{(p-2)\cdot(p^2-2\cdot p+2)}.$$

Ниже представлен листинг определения передаточной функции САУ:

```
>> z=0;
>> p=[2, 1+j 1-j];
>> k=2;
>> W=zpk(z,p,k)

Zero/pole/gain:
         2 s
---------------------
(s-2) (s^2  - 2s + 2)
```

4.7 Функции для получения временных характеристик систем

В группу функций для расчета и построения реакций систем на отдельные типовые входные воздействия входят следующие функции:

– step рассчитывает реакцию модели на ступенчатую единичную функцию и строит график переходной функции системы:

step(sys).

– impulse позволяет построить график импульсной характеристики модели или нескольких моделей:

impulse(sys).

Пример 4.

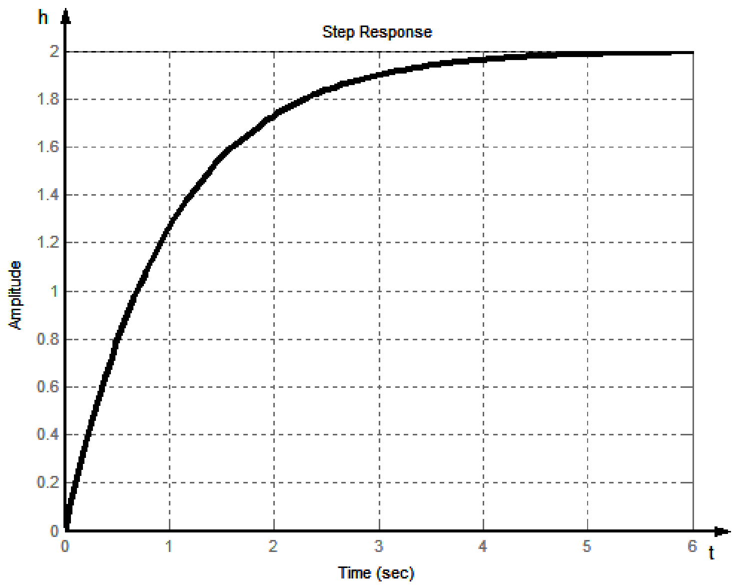
Пусть задана передаточная функция САУ

$$W(p)=\frac{2}{p+1}.$$

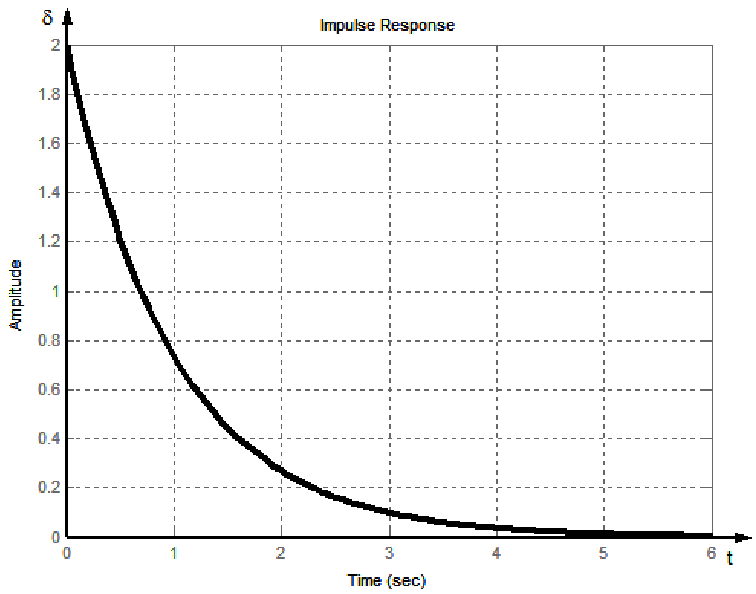
Ниже представлен листинг построения временных характеристик:

```
>> W=tf([2],[1 1]);
>> figure(1)
>> step(W),grid on
>> figure(2)
>> impulse(W),grid on
```

Команда figure, при сохранении на экране уже имеющегося графического окна, создается новое пустое графическое окно. Таким образом, каждый график представлен в отдельном графическом окне. На рис. 17 представлены графики временных характеристик исследуемого звена:



а



б

Рисунок 17 – Временные характеристики апериодического звена 1 порядка: а – переходная функция; б – весовая функция

4.8 Функции для получения частотных характеристик систем

В группу функций для расчета и построения частотных характеристик входят следующие функции:

– bode используется для построения диаграммы Боде – графики логарифмической амплитудно-частотной характеристики (ЛАЧХ) и фазо-частотной характеристики (ЛФЧХ):

bode(sys).

– nyquist используется для построения диаграммы Найквиста (годограф):

nyquist(sys).

Для примера 4 показан листинг по построению частотных характеристик:

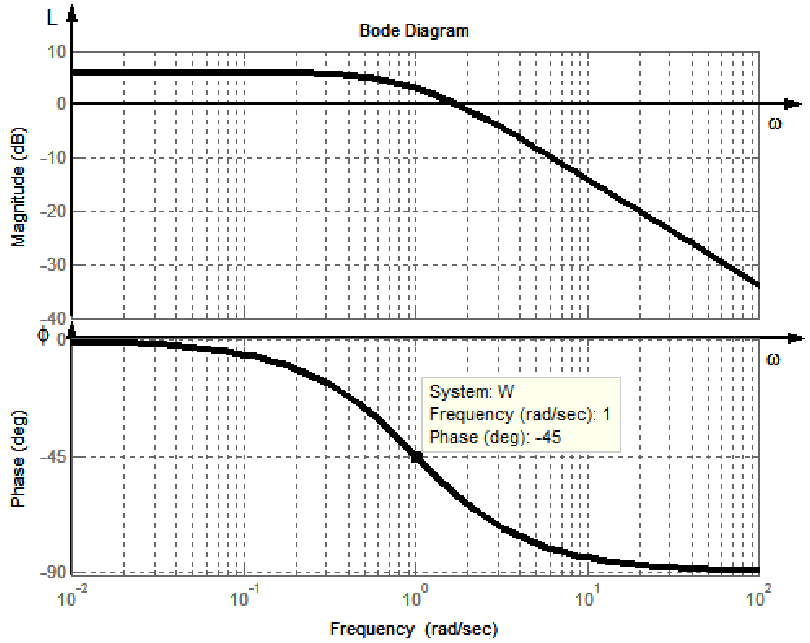
```
>> W=tf([2],[1 1]);
>> figure(3)
>> bode(W),grid on
>> figure(4)
>> nyquist(W),grid on
```

На рисунке 18 представлены графики частотных характеристик исследуемого звена.

Кривая Найквиста (АФЧХ разомкнутой системы) представляет собой две симметричные относительно действительной оси кривые: одна – для положительных частот, другая – для отрицательных. Представление кривой в области отрицательных частот предотвращается щелчком правой клавиши мыши на свободной поверхности рядом с кривой Найквиста в окне *Show > Negative Frequencies* и снятием галочки. Оси комплексной плоскости в графическом окне: *Real Axis* – действительная ось, *Imaginary Axis* – мнимая ось. Крестиком показана контрольная точка (по условию устойчивости) с координатами $(-1; j0)$.

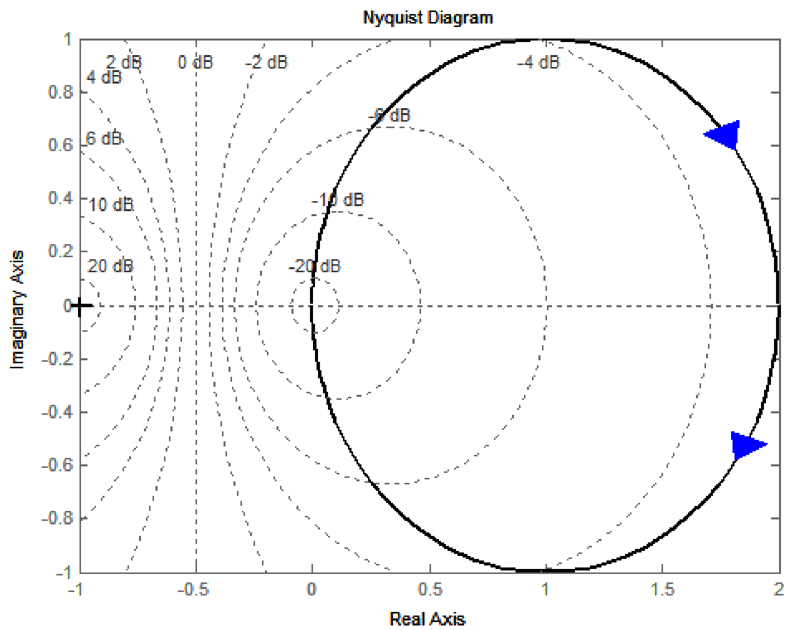
В соответствии с критерием Найквиста система, устойчивая в разомкнутом состоянии, будет устойчива и в замкнутом состоянии, если АФЧХ разомкнутой системы *не охватывает* критическую точку $(-1; j0)$, как показано для рассматриваемого примера (рис. 18, б).

С помощью команды bode строятся в одном окне одна под другой ЛФЧХ и ЛАЧХ. Обозначение координатных осей: *Magnitude* (*dB*) – ось значений ЛАЧХ в децибелах, *Phase* (*deg*) – ось значений ЛФЧХ в градусах, *Frequency* (*rad/sec*) – ось частоты (в радианах в секунду).



.

а



б

Рисунок 18 – Характеристики апериодического звена 1 порядка:
а – частотные характеристики; б – диаграмма Найквиста

Для размещения отдельных графиков в одном графическом окне используется команда subplot(mnp), которая разбивает графическое окно на $m \times n$ частей (m строк и n столбцов) и помещает следующий график в ячейку номер p. Например, для одного из 4-х графиков (рис. 19).

Размещение в два ряда по два окна в каждом ряду: первая цифра – количество рядов, вторая – количество окон в ряду. Последняя цифра в скобках дает место, на котором будет размещен следующий график. Графики пронумерованы в направлении слева направо и сверху вниз. Нужно иметь в виду, что по мере увеличения количества окон уменьшаются размеры графиков.

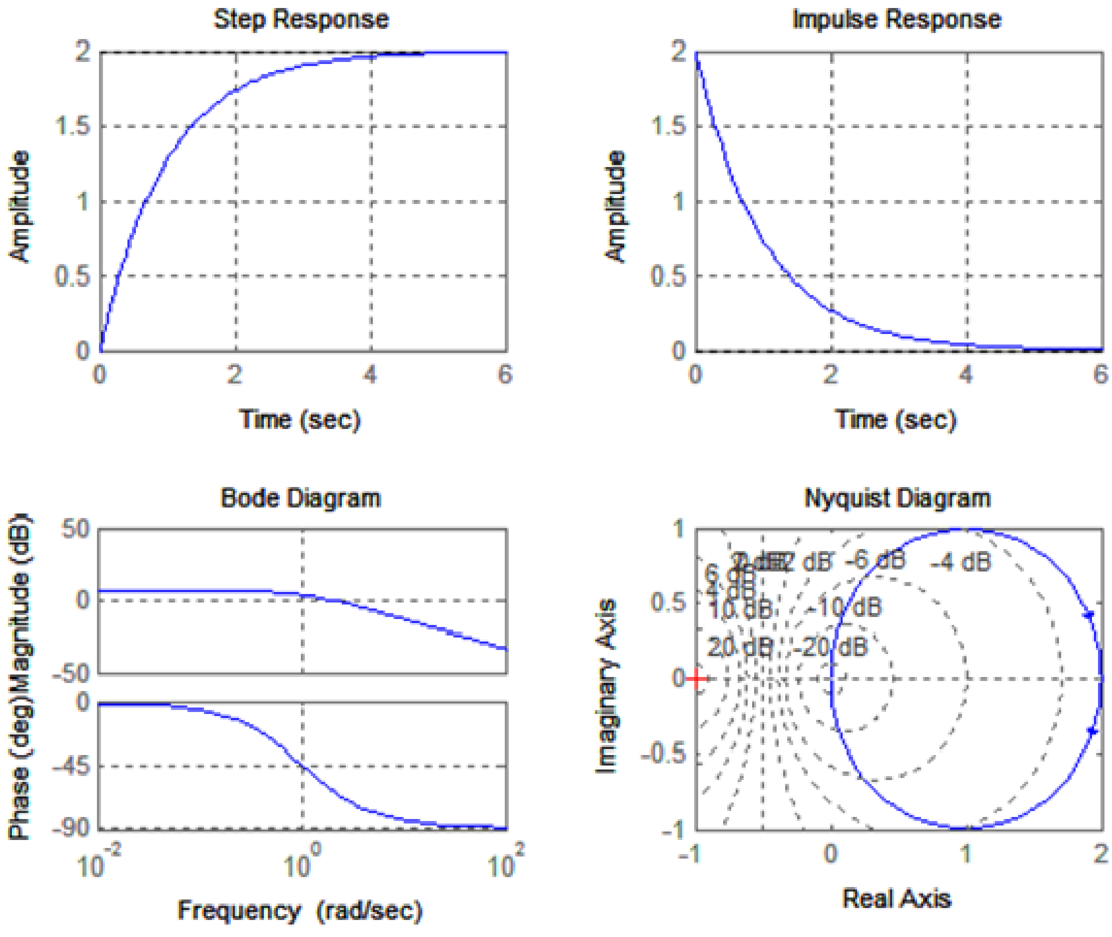


Рисунок 19 – Временные и частотные характеристики примера 4 (команды step, impulse, bode и nyquist) с использованием команды subplot

Для вывода информации о значениях координат отдельных точек графика используются метки (рис. 18, а). Для установки метки необходимо выполнить щелчок левой кнопкой мыши по выбранной точке графика. Рядом с меткой выводится информационная панель (рис. 18, а).

С метками можно выполнять следующие действия:

– перемещение метки по графику. Навести указатель мыши на метку (указатель приобретает вид руки). Затем перемещать метку с удержанием левой кнопки мыши. Одновременно будет обновляться информационная панель;

– изменение расположения информационной панели. Навести указатель мыши на информационную панель. Нажать правую кнопку мыши – появляется всплывающее меню метки. Выбрать требуемый пункт из подменю *Alignment* (выравнивание): *Top Left* (вверху слева), *Top Right* (вверху справа), *Bottom Left* (внизу слева), *Bottom Right* (внизу справа);

– удаление одной метки. Во всплывающем меню метки выбрать пункт *Delete*;

– удаление всех меток.

Получить в одном окне несколько графиков можно, используя команду ltiview. При выполнении этой команды MATLAB строит переходные и частотные характеристики исследуемого звена (рис. 20). При входе в меню появляется ниспадающее меню, из которого следует выбрать ***Edit*** → *Plot Configurations*.

При построении нескольких характеристик на одной координатной плоскости каждый график строится своим цветом в зависимости от порядка построения (рисунок 21):

```
>> k=2;
h1=tf([k], [1, 1]);
h2=tf([2*k], [1, 1]);
h3=tf([4*k], [1, 1]);
ltiview (h1, h2,h3)
>>
```

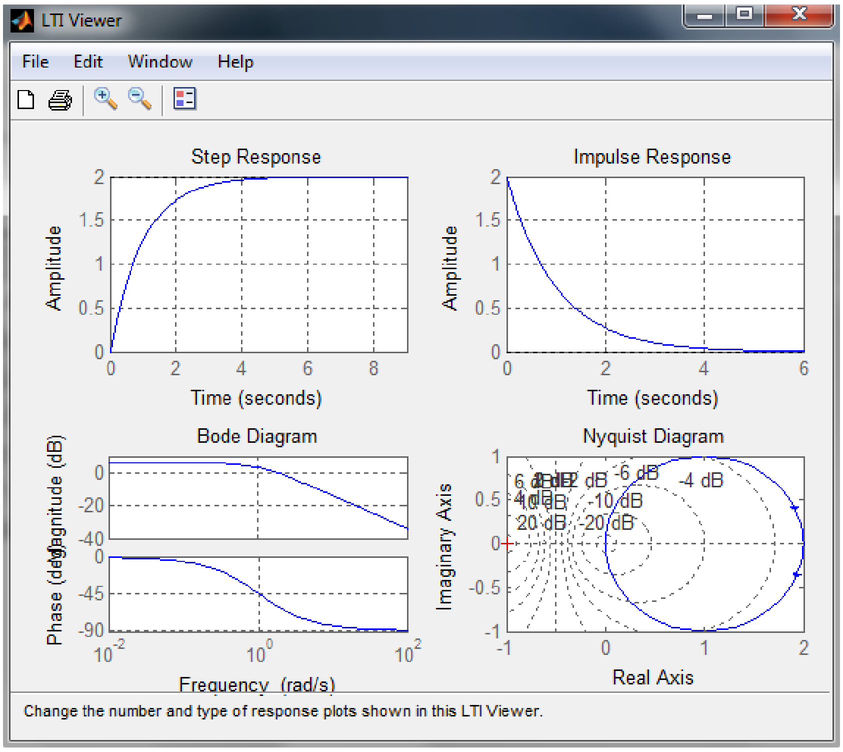


Рисунок 20 – Временные и частотные характеристики примера 4 (команды step, impulse, bode и nyquist) с использованием команды ltiview

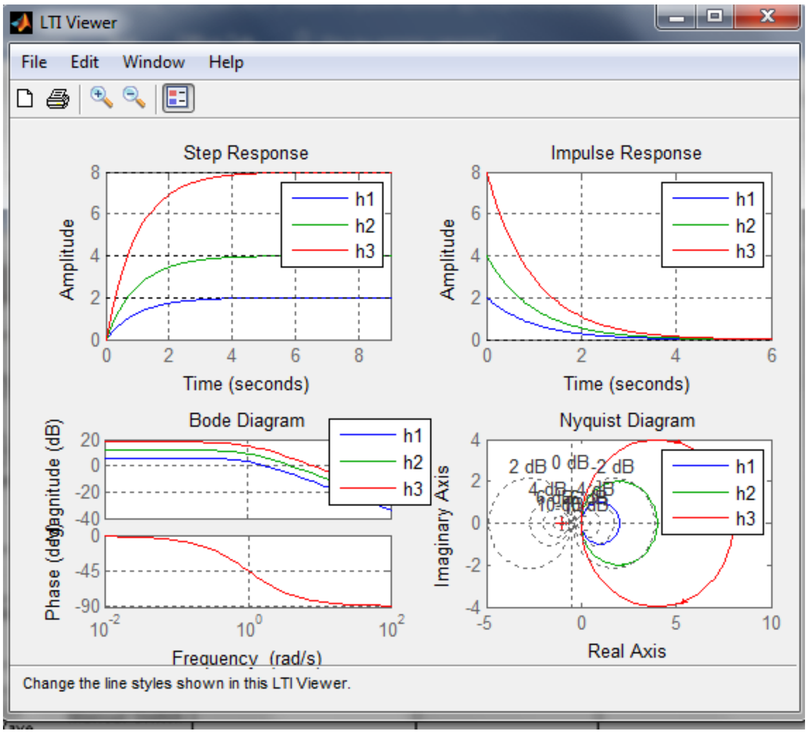


Рисунок 21 – Временные и частотные характеристики примера 4 (команды step, impulse, bode и nyquist) с использованием команды ltiview для различных передаточных функций.

5 ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ В ПРИЛОЖЕНИИ SIMULINK

5.1 Библиотека блоков Simulink

В состав пакета MATLAB входит приложение моделирования динамических систем – Simulink. Это одно из лучших приложений для блочного моделирования динамических систем во времени, в частотной области, с событийным управлением, на основе преобразований Фурье, с использованием метода Монте-Карло и т.д.

Для построения функциональной блок-схемы моделируемой системы Simulink имеет обширную библиотеку блочных компонентов и удобный редактор блок-схем.

Используя наборы компонентов (блоков) элементов систем, с помощью мыши собирается схема модели, в которой линиями соединяются входы и выходы блоков. Таким образом, создается блок-схема системы или устройства – Simulink-модель (S-модель). При подключении к схеме блоков генерации сигналов (на входе) и блоков регистрации (на выходе), становится возможным проведение моделирования процессов в системе и регистрация результатов.

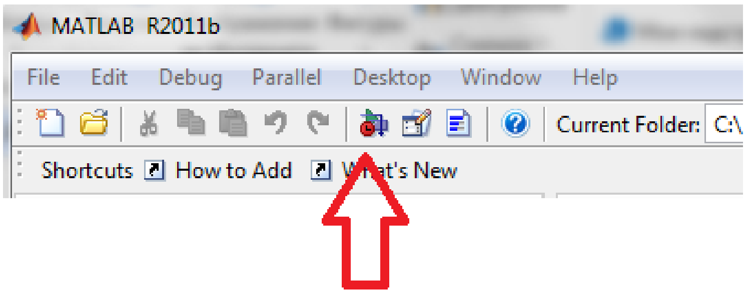
Simulink автоматизирует сложный процесс составления (по схеме) и решения алгебраических и дифференциальных уравнений, которые описывают данную модель.

5.2 Создание и исследование Simulink-модели САУ

1. Запуск приложения Simulink. Для создания Simulink-модели необходимо в основном окне программы MATLAB запустить приложение Simulink. Для этого нажать кнопку Simulink на панели инструментов командного окна MATLAB. После этого открывается окно обозревателя блоков библиотек *Simulink Library Browser*.

Примечание. Изображение кнопки отличается в зависимости от версии программы MATLAB: 2011 (рис. 22, а), 2014 (рис. 22, б).

а



б

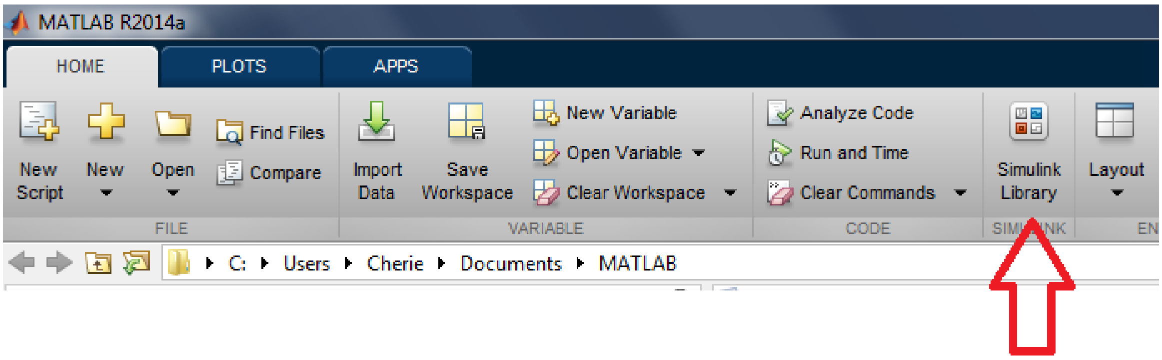
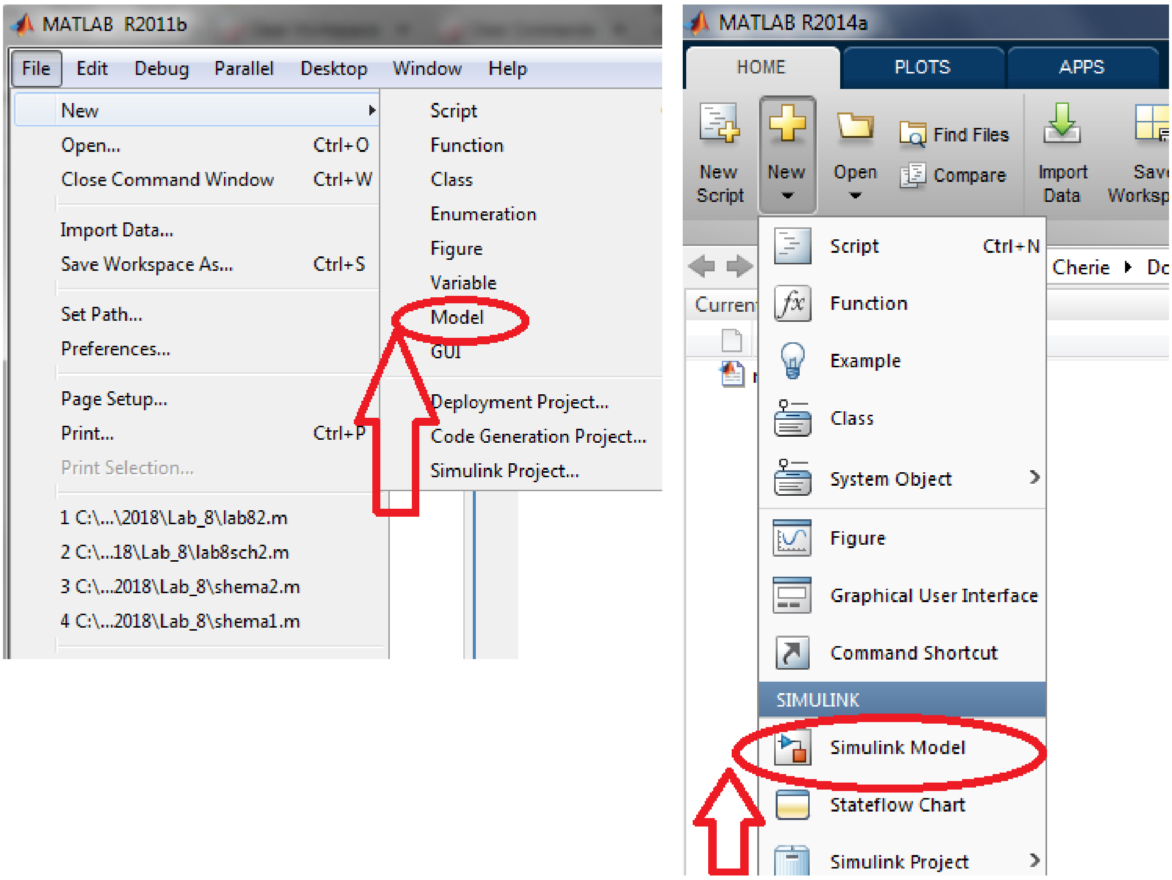


Рисунок 22 – Панель инструментов командного окна MATLAB:
а – версия 2011; б – версия 2014

2. Создание файла модели. Создать новый файл модели с помощью команды ***File*** > *New* > *Model*, (версия 2011, рис. 23, а) или ***Home*** > *New* > *Simulink Model* (версия 2014, рис. 23, а).

3. Выбор блоков модели. Расположить блоки в окне модели. Для этого необходимо открыть соответствующий раздел библиотеки или написать название блока поисковом окне в библиотеке Simulink, например, *TransferFcn* – передаточная функция (рис. 24). В окне обозревателя библиотек с заголовком *Simulink Library Browser*, выделяется требуемый блок. Устанавливая курсор на требуемый блок, нажать на левую клавишу «мыши» и, удерживая ее, «перетащить» блок в созданное окно.



а б

Рисунок 23 – Создание файла S-модели: а – версия 2011; б – версия 2014

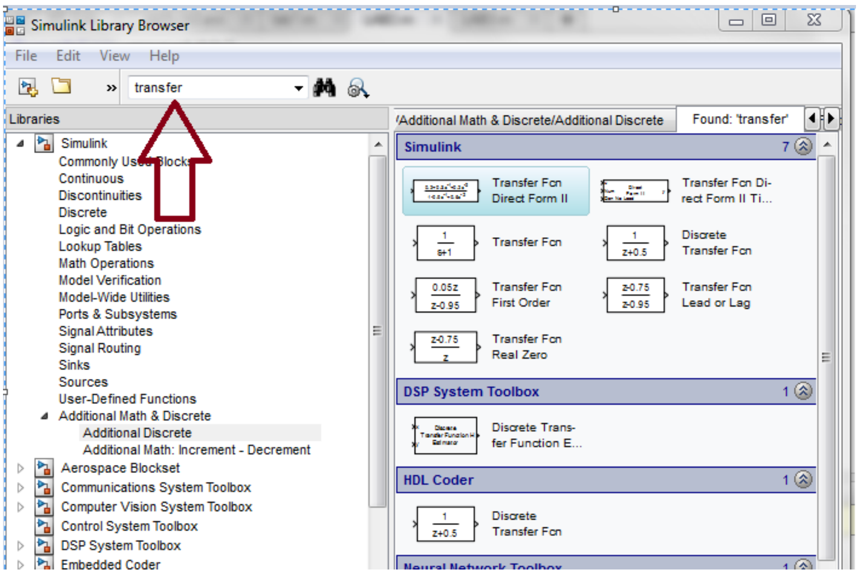


Рисунок 24 – Работа с библиотекой Simulink

4. Операции над блоками модели. Для удаления блока необходимо выбрать блок (указать курсором на его изображение и нажать левую клавишу «мыши»), а затем нажать клавишу *Delete* на клавиатуре.

Для изменения размеров блока требуется выбрать блок, установить курсор в один из углов блока и, нажав левую клавишу «мыши», изменить размер блока (курсор при этом превратится в двухстороннюю стрелку). Для заполнения параметров блока, необходимо установить курсор на его изображение, затем дважды щелкнуть левой клавишей «мыши». Откроется окно редактирования параметров данного блока. При задании численных параметров следует иметь в виду, что *в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка,* а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой OK.

На рис. 25 на примере блока *TransferFcn* показан фрагмент редактирования данных. Передаточная функция задается в виде полиномов числителя (англ. «numerator») и знаменателя (англ. «denumerator») в виде отдельных строк окна в квадратных скобках через пробел.

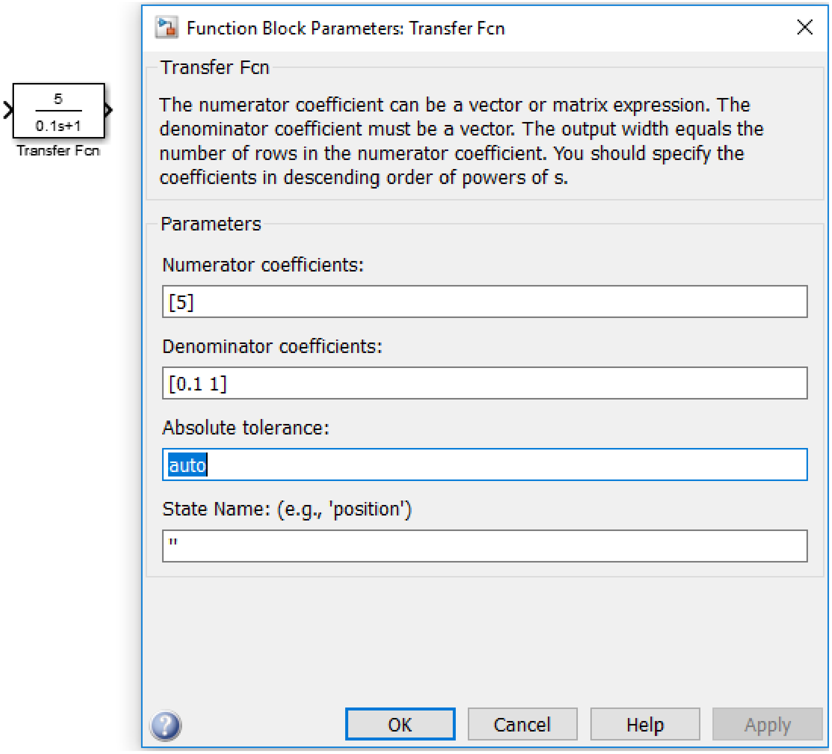


Рисунок 25 – Редактирование параметров блока *TransferFcn*

5. Соединение блоков модели. После установки на схеме всех блоков из требуемых библиотек нужно выполнить соединение элементов схемы. Для соединения блоков необходимо указать курсором на «выход» блока, а затем, нажать и, не отпуская левую клавишу «мыши», провести линию к входу другого блока. После чего отпустить клавишу. В случае неправильного (отсутствия) соединения стрелка на входе блока изменяет черный цвет на красный. Для создания точки разветвления в соединительной линии нужно подвести курсор к предполагаемому узлу и, нажав правую клавишу «мыши», провести линию до нужного блока. Для удаления линии требуется выбрать линию (так же, как это выполняется для блока), а затем нажать клавишу *Delete* на клавиатуре.

6. Сохранение S-модели. После составления расчетной схемы необходимо сохранить ее в виде файла на диске, выбрав пункт меню ***File*** > *Save As...* в окне схемы и указав папку и имя файла. Имя файла задается английскими буквами, не более 32 символов, не может содержать символы кириллицы и спецсимволы. Это же требование относится и к пути файла (к тем папкам, в которых сохраняется файл).

7. Изменение параметров моделирования. Перед началом исследований необходимо установить параметры моделирования: время расчета и шаг интегрирования: в меню ***Simulation*** окна Simulink следует выбрать ***Simulation*** > *Model Configuration Parameters* (версия 2014) или *Configuration Parameters* (версия 2011). Подробное описание закладок данного окна приведено в приложении Б.

8. Запуск модели. Запуск осуществляется нажатием на панели инструментов кнопки  (*Start Simulation*) или кнопки  (*Pause Simulation*), если необходимо остановить расчет. При этом в строке состояния *Ready* демонстрируется текущее время расчета и процентная доля от заданного времени выполнения расчета.

9. Исследование характеристик САУ. Для получения переходных характеристик в пакете Simulink можно воспользоваться блоком виртуального осциллографа, но в этом случае для определения показателей переходного процесса необходимо производить дополнительные построения вручную.

Построение частотных характеристик с помощью стандартных средств (блоков) библиотеки Simulink невозможно.

Для получения всех необходимых характеристик (переходных и частотных) можно воспользоваться функцией линейного анализа Linear Analysis (аналог приложения LTI Viewer для MATLAB (2011-2014)): ***Analysis*** > *Control Design* > *Linear Analysis* (рис. 26). При этом сначала на входе и выходе модели необходимо поставить точки входа и выхода. После линеаризации модели откроется окно с графиком, нажав правую кнопку мышки можно изменять тип графика, параметры графика и отображать характеристики зависимостей. Последовательность работы с функцией Linear Analysis приведена в приложении В.

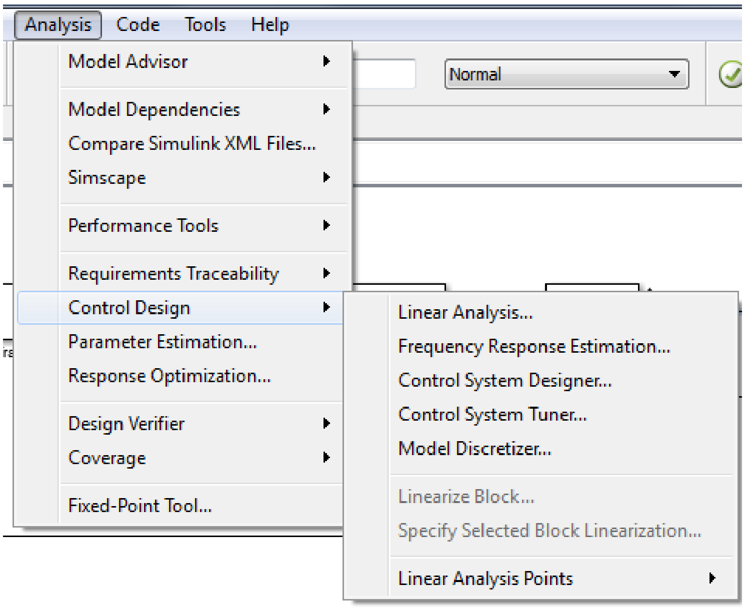


Рисунок 26 – Запуск линейного анализа Linear Analysis

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по работе должен содержать:

1) название и цель работы;

2) задание согласно указанному преподавателем варианту;

3) тексты программ (скрипты);

4) графики временных и частотных характеристик исследуемых звеньев в приложении CST;

5) алгоритмическую схему моделирования характеристик динамического звена с использованием приложения Simulink;

6) полученные графики характеристик исследуемых звеньев;

7) выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Дать определение передаточной функции, полюсов, нулей, корневого годографа.
2. Перечислить и записать передаточные функции типовых динамических звеньев первого и второго порядка.
3. Дать определение переходной характеристики?
4. Дать определение импульсной характеристики?
5. Объяснить изменение переходной характеристики при изменении коэффициента передачи.
6. Пояснить влияние увеличения коэффициента передачи на ЛАЧХ.
7. Дать определение запаса устойчивости по амплитуде и фазе. Как определить эти параметры по частотным характеристикам?
8. Как влияет увеличение коэффициента передачи разомкнутого контура регулирования на перерегулирование и время переходного процесса?
9. Какие основные показатели качества переходного процесса?
10. Позволяет ли вид переходной характеристики судить об устойчивости системы?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Власов К.П. Теория автоматического управления. Основные положения. Примеры расчета [Текст]: учеб. пособие / К. П. Власов. - Харьков: Гуманит. Центр, 2013. - 544 с.

2. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического регулирования [Текст] / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. - 3-е изд., испр. - Москва: Наука, 1975. - 766 с.

3. В. М. Шамардіна, Л. В. Асмолова. Аналіз та синтез лінійних систем автоматичного керування. /Лабораторний практикум з курсу "Теорія автоматичного керування" для студентів денной форми навчання за напрямом «Електромеханіка». Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – 92 с.

4. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник. - 2-е вид., перероб. і доп. — К.: Либідь, 2007. – 656 с.

5. Дьяконов, В. П. MATLAB 6.0/ 6.1/ 6.5/ 6.5 + Simulink 4/5. Обработка сигналов и изображений [Текст] / В. П. Дьяконов. - Москва: Солон-Пресс, 2005.

6. Щербаков В.С., Руппель А.А., Глушец В.А. Основы моделирования систем автоматического регулирования и электротехнических систем в среде MATLAB и Simulink: Учебное пособие. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2003. – 160 с.

7. https://matlab.ru/products/matlab

8. http://matlab.exponenta.ru/

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИНТЕРАКТИВНЫЙ "ОБОЗРЕВАТЕЛЬ" LTI VIEWER

Для построения переходных и частотных характеристик, определения их показателей служит дополнение к приложению Simulink – LTI Viewer. В окне LTI Viewer можно выделить следующие части (рис. А1):

– командное меню;
– основное окно для вывода графиков;
– строка состояния (здесь также выводятся подсказки).

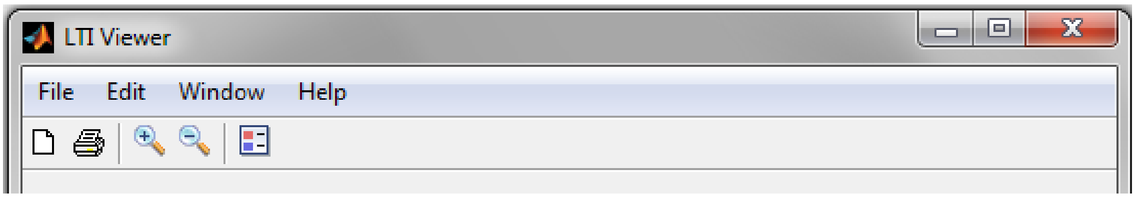


Рисунок А1 – Меню окна LTI Viewer

Основные пункты и подпункты командного меню, которые нужны для дальнейшей работы с приложением:

File – операции с LTI-файлами:

– *New Viewer* – новое окно LTI Viewer (Ctrl+N);
– *Import…* – импорт LTI-файла из рабочей области;
– *Export…* – экспорт LTI-файла в рабочую область и на диск;
– *Toolbox Preferences…* – общая настройка LTI Viewer;
– *Page Setup…* – настройка печати;
– *Print…* – печать (Ctrl+P);
– *Print to Figure* – преобразование графика в изображение, с открытием внутреннего графического редактора MATLAB.

Edit – операции редактирования.

Window – управление окнами LTI Viewer.

Help – переход к файлам справки по LTI Viewer.

Контекстное меню ***Window*** содержит следующие пункты:

Plot Configuration – управление выводом графиков (от одного до шести графиков в одном окне):

– *Step* – переходный процесс (единичное ступенчатое воздействие);

– *Impulse* – импульсная переходная характеристика (единичный импульс);

– *Bode* – логарифмические частотные характеристики ЛАЧХ и ЛФЧХ (гармоническое воздействие);

– *Bode Magnitude* – отдельно логарифмическая амплитудная характеристика ЛАЧХ (гармоническое воздействие);

– *Nyquist* – амплитудно-фазовая частотная характеристика АФЧХ (гармоническое воздействие);

– *Pole-Zero* – диаграмма распределения полюсов-нулей передаточной функции модели;

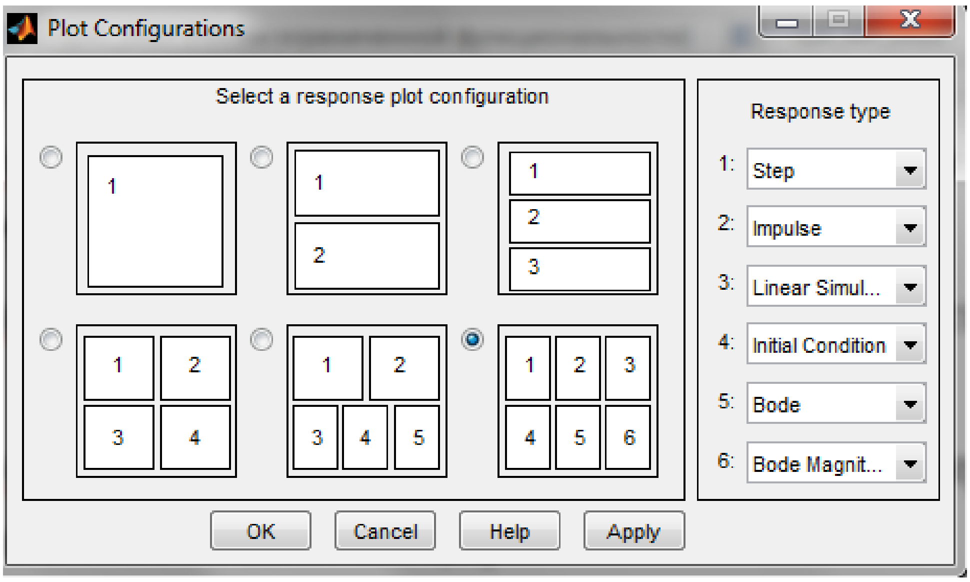


Рисунок А2 – Окно настройки ***Plot Configuration***

Line Styles… – управление стилями линий графиков (выбор типов и цветов линий и маркеров).

Viewer Preferences… – настройка текущего LTI Viewer.

Characteristics – параметры отображаемой переходной или частотной характеристики (численные значения).

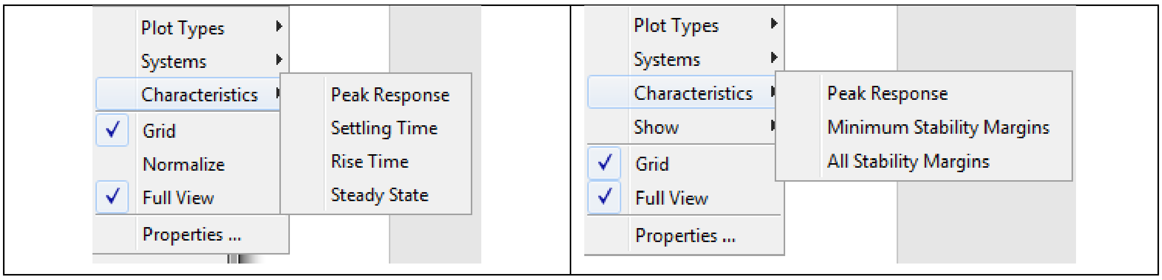


Рисунок А3 – Настройка окна ***Characteristics***

Параметры для переходных характеристик:

– *Peak response* – максимальное значение, перерегулирование и время, на котором отмечено максимальное значение выходной величины;

– *Settling time* – время переходного процесса;

– *Rise time* – время нарастания выходного сигнала;

– *Steady state* – установившееся значение переходного процесса.

Параметры для частотных характеристик:

– *Peak response* – максимальное значение амплитуды и частота, на которой зафиксировано это значение;

– *Stability margins min/all* – точки устойчивости (минимум/все), отображается в первом случае: *gain margin* – запас по амплитуде, *phase margin* – запас по фазе, частота среза и частота фазового сдвига (*at frequency* в соответствующей точке), вывод об устойчивости системы в замкнутом виде. Во втором случае появляется характеристика *delay margin* – запас по запаздыванию.

Systems – управление выводом графиков: список моделей, которые возможно отобразить, с возможностью включения/выключения отображения отдельных моделей. Содержит в себе две опции: *Refresh* – «освежить» список LTI-файлов и *Delete…* – стереть один или группу LTI-файлов (из списка);

Properteis… – свойства текущего графика.

Окно свойств текущего графика *Property Editor* (рис. А4) содержит пять вкладок, содержимое которых изменяется в зависимости от того, какой график является текущим. В общем случае:

Labels – подписи на поле графика:

– *Title* – наименование графика;

– *X-Label* – подпись оси абсцисс;

– *Y-Label* – подпись оси ординат.

Limits – пределы (присутствует опция автомасштаба – *Auto-scale*):

– *X-Limits* – предельные (начальные и конечные) значения для оси абсцисс;

– *Y-Limits* – предельные (начальные и конечные) значения для оси ординат.

Units – единицы измерения:

– *Frequency* – частота в рад/с или Гц; а также масштаб частоты – логарифмический или линейный;

– *Magnitude* – амплитуда в дБ или абсолютных единицах;

– *Phase* – фаза в градусах или радианах.

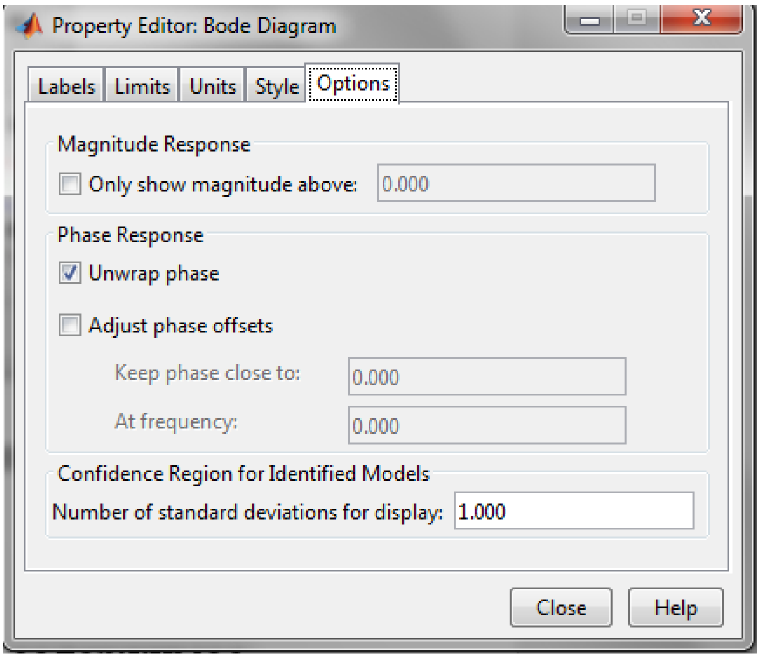


Рисунок А4 – Окно свойств текущего графика *Property Editor*

Окно настройки ***Viewer Preferences…*** отличается от ***Toolbox Preferences…*** наличием вкладки ***Parameters*** и отсутствием вкладки ***SISO Design Tool*** (рис. А5).

Пункты подменю ***Toolbox Preferences…*** и подменю ***Viewer Preferences****…* идентичны, но, если изменения, внесенные в пункт подменю ***Toolbox Preferences…***, применяются ко всем окнам LTI Viewer, запускаемым после внесения этих изменений, пункт ***Viewer Preferences****…* действует только на текущее окно LTI Viewer.

Окно настройки ***Toolbox Preferences…*** (рис. А5), состоит из четырех вкладок, каждая из которых содержит в себе ряд настроек:

Style – управление стилем (внешним видом) окна LTI Viewer (аналогичные в пункте меню *File > Toolbox Preferences…*):

– *Grids* – включить/выключить сетку на графиках;

– *Fonts* – установка высоты и стиля шрифтов, используемых для подписи графиков в LTI Viewer;

– *Colors* – выбор цветов LTI Viewer.

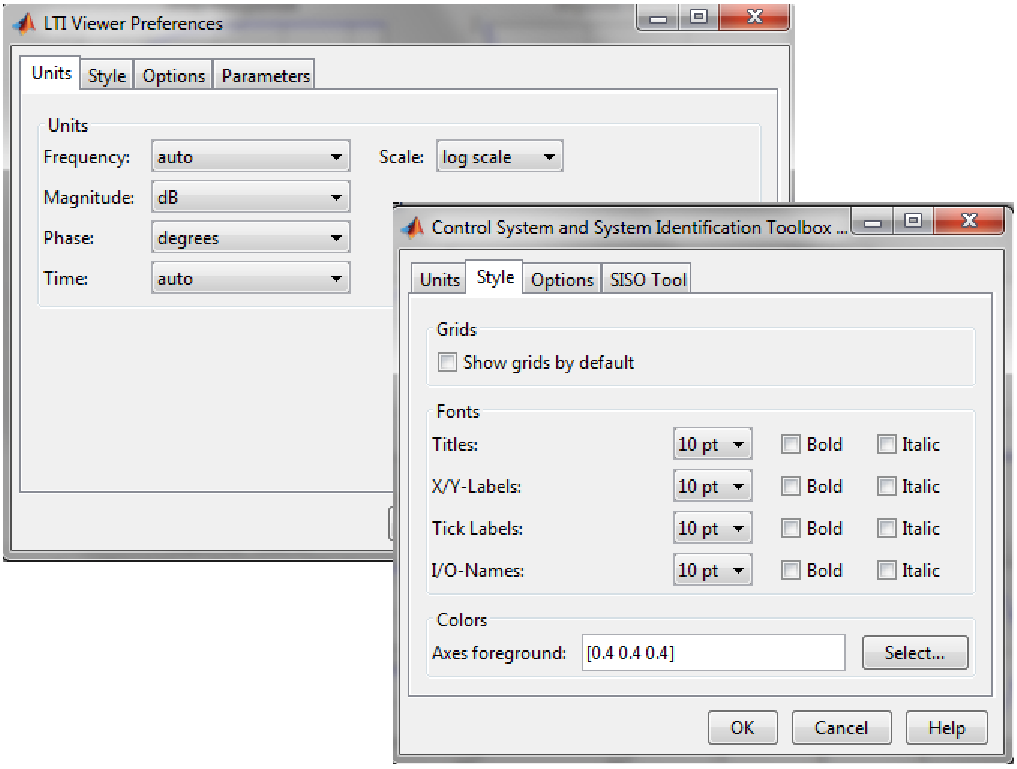


Рисунок А5 – Подменю *Toolbox Preferences* и *Viewer Preferences*

Options – установка параметров расчета переходного процесса. Данная вкладка позволяет задать параметры, установленные «по умолчанию» для вычисления времени нарастания и времени переходного процесса. По умолчанию Simulink LTI Viewer вычисляет время переходного процесса как время, когда переходная функция входит в 2% зону установившегося значения и больше не выходит из нее (параметр *Show setting time within*). Также можно изменить параметры для вычисления времени переходного процесса (*Show rise time from*). На данной вкладке имеется также флажок *Unwrap phase*, установка которого позволяет избежать отображения разрывов в фазо-частотной характеристике, связанных с областью определения функции *arctg*, вычисляющей фазовый сдвиг.

SISO Tool – управление настройками для пакета синтеза линейных систем SISO Design Tool:

Compensator Format – формат корректирующего звена: с постоянными времени или нулями/полюсами передаточной функции.

Вкладка ***Parameters*** **(*Viewer Preferences…*)** содержит входные параметры для переходной и частотных характеристик – соответственно для векторов времени и частоты. Вектора времени и частоты можно вычислять в автоматическом режиме (*Generate automatically*), ввести конкретное значение времени окончания расчета (*Define stop time*) или диапазон значений частот (*Define range*), либо задать непосредственно вектор значений времени или частоты (*Define vector*).

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

УСТАНОВКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В главном меню окна модели выбрать ***Simulation*** – *Simulation parameters*…. Появится окно параметров моделирования (рис. Б1).

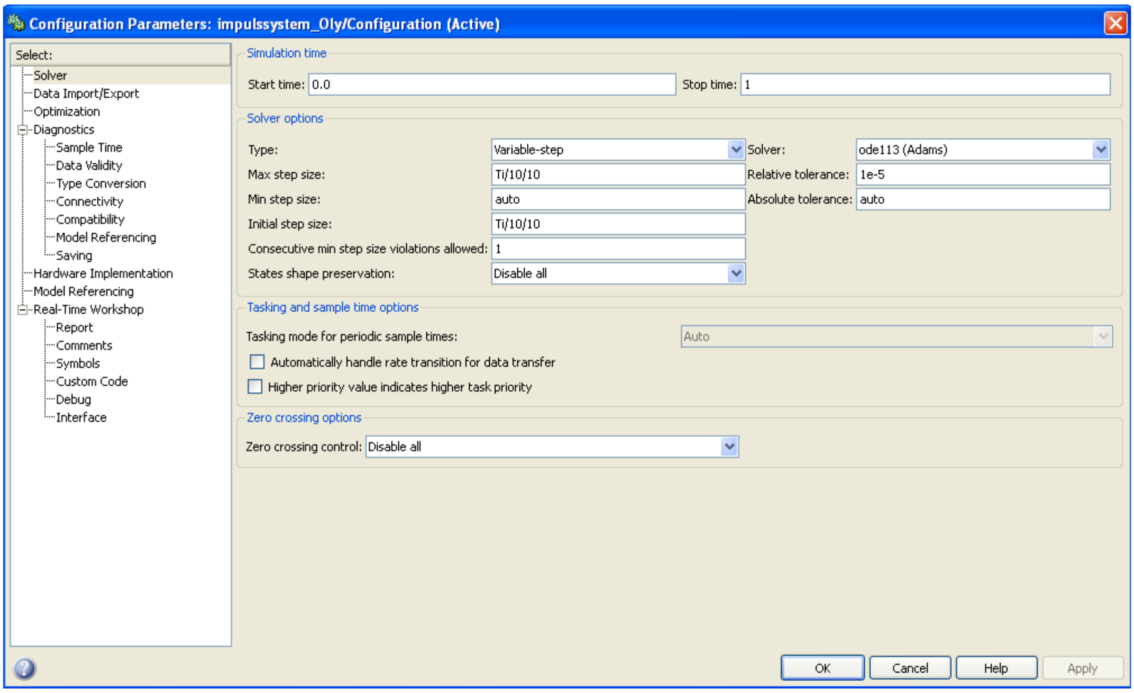


Рисунок Б1 – Окно параметров моделирования

В области ***Simulation time*** (время моделирования) задаются параметры *Start time* – время начала моделирования и *Stop time* – время окончания моделирования. Параметр *Start time* обычно задается равным нулю, а параметр *Stop time* выбирается, исходя из предположительного времени исследуемого процесса.

В области ***Solver options*** задается способ моделирования (*Type*) и метод расчета (*Solver*). Для параметра *Type* доступны два варианта – с фиксированным (*Fixed-step*) или с переменным (*Variable-step*) шагом интегрирования. Как правило, *Variable-step* используется для моделирования непрерывных систем, а *Fixed-step* – для дискретных.

При выборе *Fixed-step* необходимо также задать режим расчета (*Mode*). Для параметра *Mode* доступны три варианта:

– *MultiTasking* (Многозадачный) – необходимо использовать, если в модели присутствуют параллельно работающие подсистемы, и результат работы модели зависит от временных параметров этих подсистем. Режим позволяет выявить несоответствие скорости и дискретности сигналов, пересылаемых блоками друг другу.

– *SingleTasking* (Однозадачный) – используется для тех моделей, в которых недостаточно строгая синхронизация работы отдельных составляющих не влияет на конечный результат моделирования.

– *Auto* (Автоматический выбор режима) – позволяет Simulink автоматически устанавливать режим *MultiTasking* для тех моделей, в которых используются блоки с различными скоростями передачи сигналов и режим *SingleTasking* для моделей, в которых содержатся блоки, оперирующие с одинаковыми скоростями.

При выборе *Variable-step* в области появляются поля для установки трех параметров:

– *Max step size* – максимальный шаг расчета (интегрирования). По умолчанию он устанавливается автоматически (*auto*) и его значение в этом случае равно (*SfopTime – StartTime*)/50. Часто это значение оказывается слишком большим и наблюдаемые графики имеют вид ломаных (негладких) линий. Предпочтительно величину максимального шага расчета необходимо задавать явным образом.

– *Min step size* – минимальный шаг расчета.

– *Initial step size* – начальное значение шага моделирования.

При моделировании непрерывных систем с использованием переменного шага необходимо указать точность вычислений: относительную (*Relative tolerance*) и абсолютную (*Absolute tolerance*). По умолчанию они равны соответственно 10^{-3} и *auto*.

Параметр *Fixed step size* – величина шага расчета (по времени). Шаг должен задаваться достаточно малым, чтобы модель могла рассчитывать быстрые изменения величин в переходных процессах. Рекомендуется шаг расчета (интегрирования) принимать в 10 раз меньше самой малой постоянной времени инерционных звеньев, входящих в САУ.

Solver (решатель) означает один из возможных численных методов решения ДУ: ode45, ode23, ode113, ode15s, ode23s, ode23t, ode23tb, bvp4c или pdepe. Для решения жестких систем уравнений рекомендуется использовать только специальные решатели ode 15s, ode23s, ode23t. ode23tb. Решатели реализуют следующие методы решения систем ДУ:

ode45 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 4-го и 5-го порядка. Это классический метод, рекомендуемый для начальной пробы решения. Во многих случаях он дает хорошие результаты;

ode23 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 2-го и 4-го порядка. При умеренной жесткости системы ДУ и низких требованиях к точности этот метод может дать выигрыш в скорости решения;

ode113 – многошаговый метод Адамса-Башворта-Мултона переменного порядка. Это адаптивный метод, который может обеспечить высокую точность решения;

ode23tb – неявный метод Рунге-Кутта в начале решения и метод, использующий формулы обратного дифференцирования 2-го порядка в последующем. Несмотря на сравнительно низкую точность, этот метод может оказаться более эффективным, чем ode15s;

ode15s – многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5, по умолчанию 5), использующий формулы численного дифференцирования. Это адаптивный метод, его стоит применять, если решатель ode45 не обеспечивает решения;

ode23s – одношаговый метод, использующий модифицированную формулу Розенброка 2-го порядка. Может обеспечить высокую скорость вычислений при низкой точности решения жесткой системы дифференциальных уравнений;

ode23t – метод трапеций с интерполяцией. Этот метод дает хорошие результаты при решении задач, описывающих колебательные системы с почти гармоническим выходным сигналом.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ МОДЕЛЕЙ SIMULINK С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНСТРУМЕНТА LINEAR ANALYSIS

Линеаризация предполагает создание линейно аппроксимированной нелинейной системы, которая действует в небольшой окрестности точки заданного режима работы. Линеаризация необходима при проектировании систем управления классическими методами, используя диаграммы Боде (ЛАЧХ) и методы корневого годографа. Линеаризация позволяет анализировать поведение системы, определяя устойчивость системы, подавление возмущений и другие показатели качества управления системы. Возможно выполнение линеаризации нелинейной модели Simulink для получения линейной модели в пространстве состояний, передаточной функцией или модели нулей и полюсов.

С помощью инструмента Linear analysis можно:

– Интерактивно линеаризовать модели в разных рабочих точках, производить анализ и сравнение переходных процессов системы вблизи этих рабочих точек.

– Интерактивно получать рабочие точки путем обрезки или моделирования моделей.

– Выполнить точную линеаризацию нелинейных моделей.

– Выполнить оценку частотных характеристик (запаса устойчивости системы) линейных и нелинейных моделей.

– Выполнить синтез линейных систем управления с пониженной чувствительностью к изменениям параметров и погрешностям моделирования.

– Выполнить пакетную линеаризацию моделей при вариации параметров.

– Создать код MATLAB для выполнения задач линеаризации.

– Создать код MATLAB для вычисления рабочих точек.

Для получения переходных и частотных характеристик в пакете Simulink (версии 2011-2014) с помощью Linear analysis необходимо выполнить следующие действия:

1. Установка линейных аналитических точек.

На входе и выходе Simulink-модели (S-модели) необходимо поставить точку входа и точку выхода (выделение цепи, правая кнопка мышки). Каждая точка анализа может служить одной или нескольким целям:

Input – программное обеспечение вводит аддитивный входной сигнал в точке анализа, например, для моделирования возмущения на входе в установку.

Output – программное обеспечение измеряет значение сигнала в точке, например, для изучения влияния помехи на выход установки.

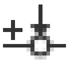
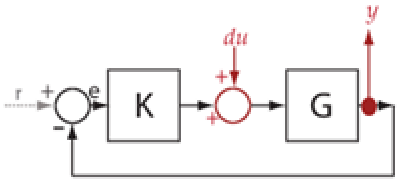
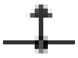
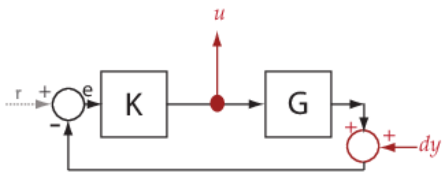
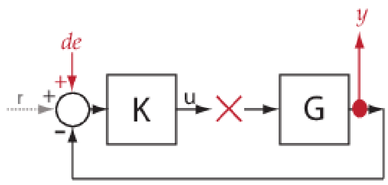
Loop Opening – программное обеспечение интерпретирует разрыв в сигнальном потоке в точке, например, для изучения реакции разомкнутого контура на входе в установку.

Чтобы вычислить линейную модель для части системы, необходимо указать входную точку линеаризации и точку вывода на входном и выходном сигнале на эту часть модели. Чтобы вычислить систему с разомкнутым контуром, необходимо задать петлевые интервалы, чтобы разбить поток сигнала. Также можно определить линейные модели MIMO, указав несколько точек ввода и вывода.

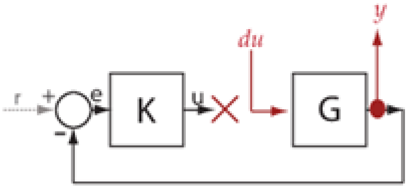
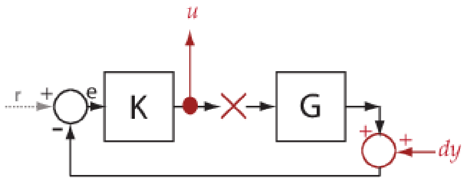
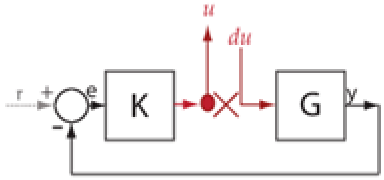
Описание точек Linear analysis приведено в таблице В1. Подключение аналитических точек представлено на рис. В1.

Для определения переходных характеристик в открывшимся окне необходимо выбрать *Open-loop Input* (точка входа) и *Open-loop Output* (точка выхода) (рис. В1). *Open-loop Output* (выходная точка с разомкнутым контуром) – это выходное измерение с последующим открытием цепи, которое удаляет эффекты сигнала обратной связи при линеаризации без изменения рабочей точки модели.

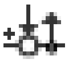
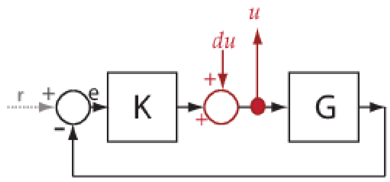
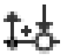
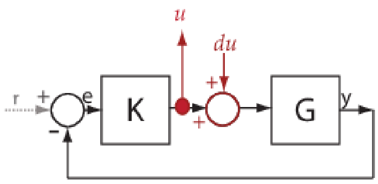
Таблица В1 – Типы точек линейного анализа Simulink/Control Design

Рабочие точки для анализа	Описание	Схема подключения. Примеры
1	2	3
Input perturbation 	Определяет аддитивный вход для сигнала.	 Чтобы вычислить выходной сигнал G/(1 + GK) в системе, необходимо указать рабочую точку входного возмущения *du* и выходное измерение *y*.
Output measurement 	Принимает измерения по сигналу. Для определения передаточной функции линеаризованной системы используется выходное измерение с входным возмущением или входом с разомкнутым контуром.	 Чтобы вычислить -*K*/(1 + *KG*) в системе, необходимо указать выходную точку измерения *u* и входное возмущение *dy*.
Loop break 	Используется для вычисления передаточной функции с открытым контуром (разомкнутой системы), если есть вложенные цепи или нужно игнорировать эффект некоторых цепей.	 В системе разрыв цепи останавливает поток сигнала по *u*. В результате передаточная функция от входного возмущения *de* к выходному измерению *y* равна 0.

Продолжение таблицы В1

1	2	3
Open-loop input	Задает прерывание цепи, за которым следует входное возмущение. Для этого используется вход с разомкнутым контуром с выходным измерением или выходом с разомкнутым контуром.	 В системе необходимо добавить входной сигнал разомкнутого контура перед *G* и выходное измерение *y* после *G*. Вход с разомкнутым контуром прерывает поток сигнала по *u* и добавляет входное возмущение *du*.
Open-loop output	Определяет выходное измерение, за которым следует разрыв цепи. Для этого используется выходной сигнал с разомкнутым контуром с входным возмущением или входом с открытым контуром.	 Для определения влияния -*K* в системе, необходимо добавить выходной сигнал в разомкнутом контуре после *K* и входное возмущение *dy* после *G*. Выход с разомкнутым контуром прерывает поток сигнала и добавляет выходное значение *u*.
Loop transfer function	Задает выходное измерение перед разрывом контура, за которым следует входное возмущение. Для вычисления передаточной функции с открытым контуром вокруг цикла используется точка анализа переноса цикла.	 Чтобы вычислить -*KG* в системе необходимо указать точку анализа переноса цепи. Программное обеспечение добавляет выходное измерение и разрывает поток сигнала и добавляет входное возмущение *du*.

Продолжение таблицы В1

1	2	3
Sensitivity function 	Определяет входное возмущение, за которым следует измерение выхода. Функция чувствительности измеряет чувствительность сигнала к дополнительной помехе. Чувствительность – это замкнутая мера. Обратная связь уменьшает чувствительность в полосе частот, где коэффициент разомкнутого контура больше 1.	 В систему необходимо добавить точку анализа функции чувствительности. Программное обеспечение добавляет входное возмущение *du*, за которым следует выходное измерение *u*. Передаточная функция замкнутого контура из *du* в *u* равна $1/(1 + GK)$.
Complementary sensitivity function 	Определяет выходное измерение, за которым следует входное возмущение. Дополнительная функция чувствительности в точке является передаточной функцией от аддитивного возмущения в точке до измерения в одной и той же точке. В отличие от функции чувствительности, помехи добавляются после измерения. Используется для вычисления передаточной функции замкнутого контура.	 Для системы, необходимо добавить дополнительную аналитическую точку функции чувствительности. Программное обеспечение добавляет выходное измерение *u*, за которым следует и вводит возмущение *du*. Передаточная функция замкнутого контура из *du* в *u* равна $GK/(1 + GK)$.

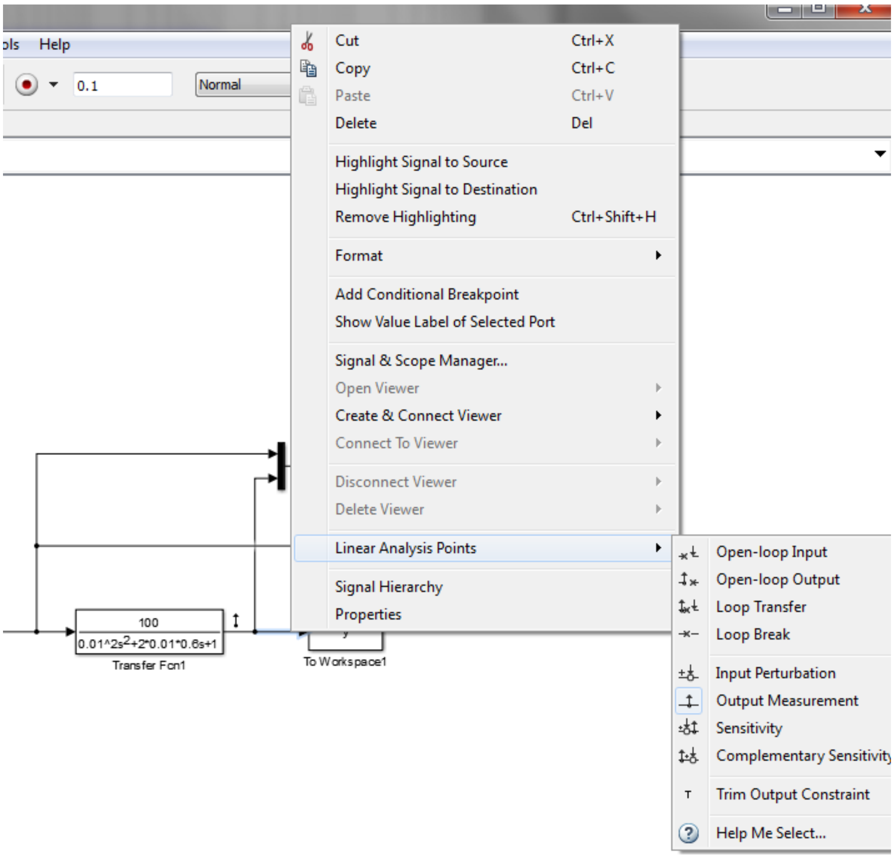


Рисунок В1 – Подключение линейных аналитических точек

2. Определение типа характеристики для линейного анализа.

В меню ***Analysis*** выбрать функцию линейного анализа Linear Analysis. После этого откроется окно с приложением Linear Analysis (рис. В2). Чтобы линеаризовать систему и создать соответствующий график для анализа, в меню *Exact Linearization* выбрать соответствующий тип характеристики. В этом меню отображается общая информация о линеаризации, включая рабочую точку и количество входов, выходов и состояний, матрицы состояний для линеаризованной модели. Чтобы выделить состояние, ввод или вывод в модели Simulink, щелкнуть соответствующее имя.

При добавлении точки линейного анализа, программное обеспечение добавляет маркеры в их соответствующие местоположения в модели. По умолчанию в линеаризации выбираются те точки анализа, которые были указаны в модели, как показано в раскрывающемся списке *Analysis I/U*.

По умолчанию инструмент Linear Analysis Tool линеаризует модель в начальных условиях модели, как показано в раскрывающемся списке *Operating point*.

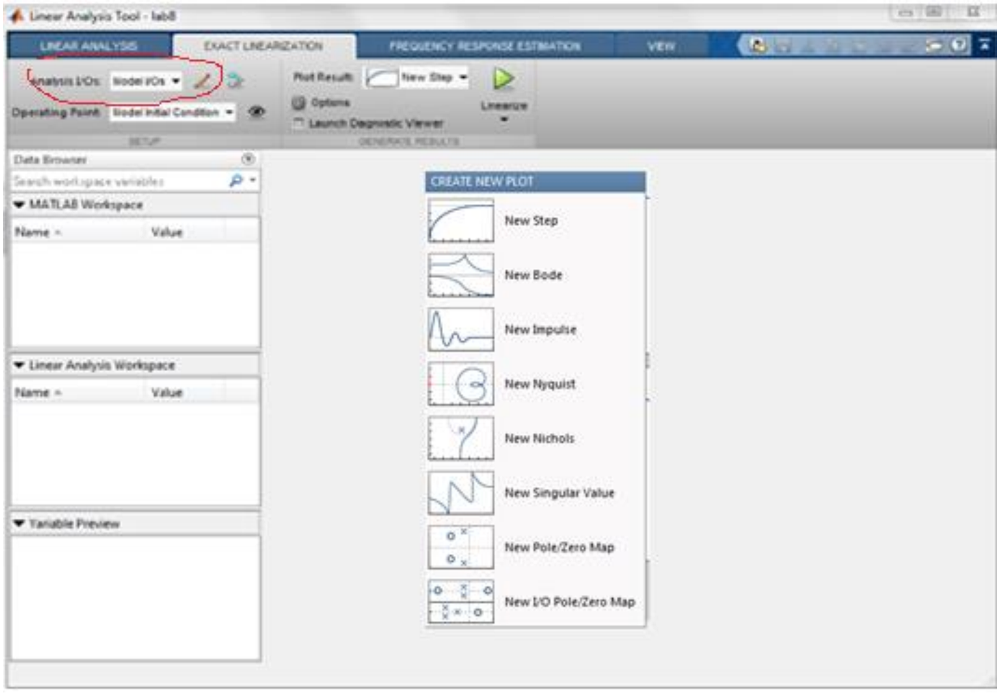


Рисунок В2 – Определение типа характеристики для линейного анализа

Например, для получения ЛАЧХ следует выбрать пункт *Plot Result* > *New Bode* (рис. В3) и нажать кнопку *Linearize*.

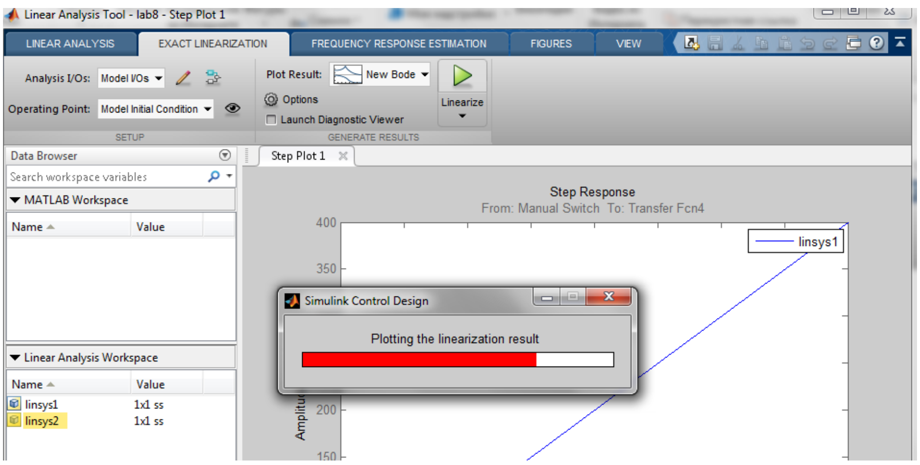


Рисунок В3 – Запуск линейного анализа

Для построения дополнительных характеристик необходимо выбрать систему в рабочей области линейного анализа *Linear Analysis Workspace* или рабочей области MATLAB, перейти в *Plots and Results,* выбрать тип графика и сгенерировать (нажатие кнопки *Linearize*).

Поскольку данные о полученных характеристиках системы сохраняются в области *Linear Analysis Workspace*, то при изменении параметров модели новую характеристику можно добавить в существующую уже путем запуска процесса линеаризации (нажатие кнопки *Linearize*).

3. Настройка параметров характеристик.

После того как в основном поле появится график, возникает дополнительная возможность для редактирования и просмотра графиков – контекстное меню (рис. В4), вызываемое по нажатию правой кнопки мыши на поле графика (не на линии графика).

Рисунок В4 – Меню View

Чтобы просмотреть качественные характеристики системы, такие как границы устойчивости, перерегулирование или время регулирования на графике необходимо щелкнуть правой кнопкой мыши и выбрать окно ***Characteristics***. Настройки параметров графиков такие же как в приложении LTI Viewer при вызове окна ***Characteristics*** (см. приложение А).

Для большинства характеристик на графике отображается метками данных. Необходимо нажать метку, чтобы отобразить подсказку данных, которая содержит информацию о характеристиках системы. Например, на рис. В5 на переходной характеристике отображено время регулирования переходного процесса.

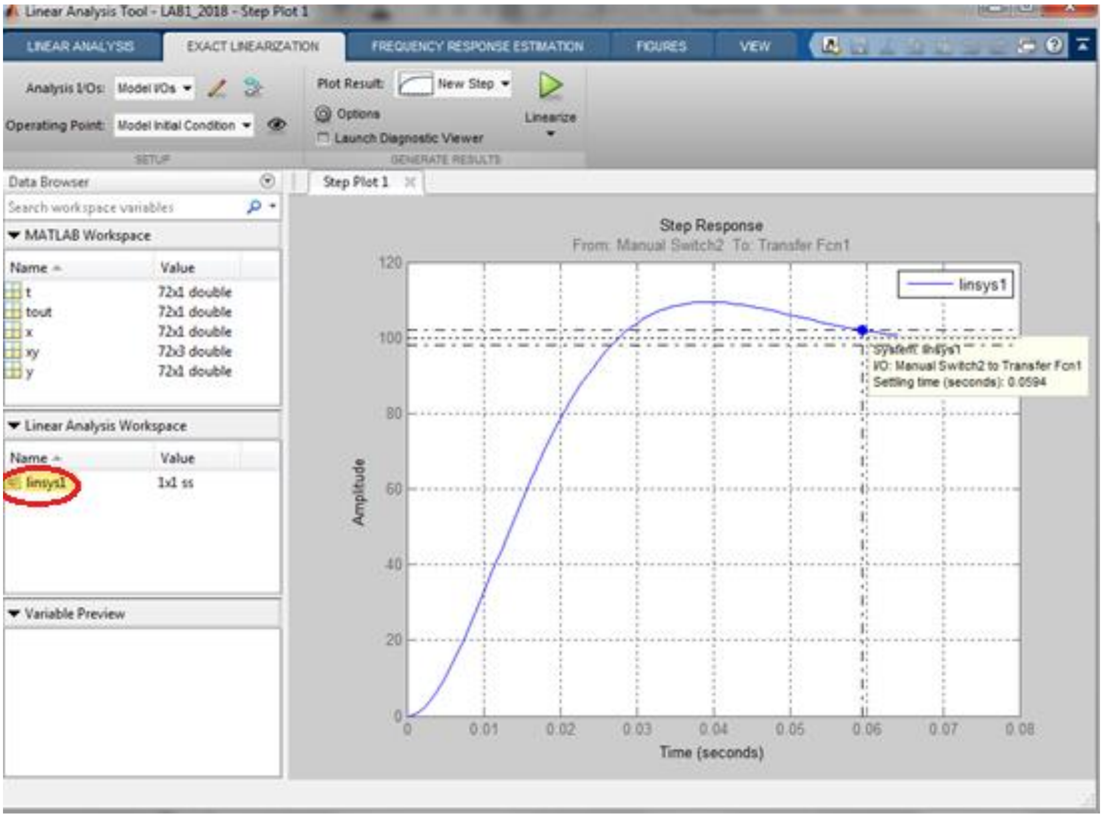


Рисунок В5 – Отображение характеристик системы

4. Экспорт линеаризованной модели в рабочее пространство MATLAB в *Workspace*.

Для этого в браузере данных необходимо перетащить, например, linsys1 из рабочего пространства *Linear Analysis Workspace* в рабочую область MATLAB (рис. В6).

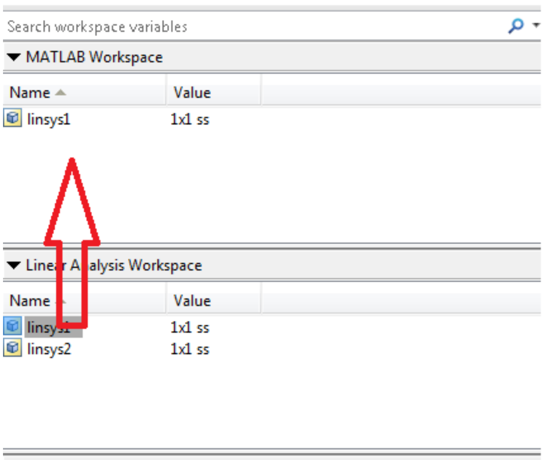


Рисунок В6 – Экспорт линеаризованной модели

СОДЕРЖАНИЕ

Навчальне видання

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторной работы
«Исследование типовых динамических звеньев в пакете MATLAB»
по дисциплине «Теория автоматического регулирования»
для студентов всех форм обучения специальности «Электроника»,
в том числе для иностранных студентов

Російською мовою

Укладачі: БУТОВА Ольга Анатоліївна
ФЕТЮХІНА Людмила Вікторівна
ШИШКІН Михайло Анатолійович
ШАМАРДІНА Віра Миколаївна
АСМОЛОВА Лариса Валеріївна

Відповідальний за випуск проф. Жемеров Г. Г.

Роботу до видання рекомендував проф. Мілих В. І.

В авторській редакції

План 2019, поз. 13
Підписано до друку 27.06.2019 р.
Формат 60х84 1/16. Папір офсет. Друк – ризографія.
Гарнітура – Times New Roman. Ум. друк. арк.
Наклад 50 прим. Ціна договірна

Видавничий центр НТУ «ХПІ».
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 5475 від 21.08.2017 р.
61002, м. Харків, вул. Кирпичова, 2

Друкарня НТУ «ХПІ», м. Харків, вул. Кирпичова, 2