

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ГАЛЬМУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ЗА КРИТЕРІЄМ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ

**Вступ.** Енергозберігаючі технології керування мають особливу значимість для приводів робочих органів (РО) механізмів зворотно-поступального руху, що працюють з високою частотою технологічних циклів. У відомих роботах [1, 2 та ін.] енергоефективність процесів руху електропривода (ЕП) відображається метою мінімізації втрат або споживання енергії без врахування можливості повернення частини кінетичної енергії інерційних мас джерелу живлення. Тому за **метою дослідження** визначено синтез енергоефективного процесу руху електропривода механізму переміщення робочого органа (РО) технологічної машини в режимі гальмування.

**Матеріали дослідження.** Призначимо, що на прикінці режиму руху РО “вперед” кутова швидкість обертання двигуна має значення  $\omega_0$ , а положення РО в технологічній лінії визначається значенням  $s_0$  відстані від початку відліку. Наступним за часом є режим повернення РО у вихідне положення, який поділяється на два послідовних у часі режими: гальмування РО і подальшого його руху у зворотному напрямку, тобто процес гальмування ЕП реалізується в режимі реверсу. Процеси зміни поточного стану механічної частини ЕП під впливом керуючого діяння електромагнітного моменту  $M$  двигуна та статичного моменту  $M_c$  описуються рівняннями:

$$M = M_c + J \dot{\omega}; \quad (1)$$

$$\omega = \omega_x - M/\beta, \quad (2)$$

де  $J$  – момент інерції ЕП, приведений до швидкості  $\omega$ ;  $\dot{\omega} = d\omega/dt$  – похідна швидкості за часом;  $\beta$  – модуль жорсткості механічної характеристики ЕП;  $\omega_x$  – швидкість ідеального холостого ходу. В ЕП механізмів класу, що розглядається, використовується однозонне регулювання швидкості в межах  $\pm\omega_x$ , внаслідок чого  $\beta = const$ .

Після множення всіх членів (2) на  $M$  та підстановки в ліву частину виразу  $M$  із (1) отримуємо рівняння балансу потужностей  $P_{ел} = P_k + P_c + \Delta P_{ел}$ , де  $P_{ел} = M\omega_x$  – потужність споживання енергії електроприводом,  $P_k = J\omega \dot{\omega} = d(J\omega^2/2)/dt$  – потужність процесу змінення запасу кінетичної енергії рухомих мас електропривода,  $P_c = M_c\omega$  – потужність розходу енергії на подолання сил статичного опору;  $P_k + P_c = M\omega = P_{мех}$  – потужність перетворення механічної енергії;  $\Delta P_{ел} = M^2/\beta$  – потужність електричних (теплових) втрат в електричній частині енергетичного каналу електропривода ( $\Delta P_{ел} > 0$ ). Інтегруючи обидві частини рівняння балансу потужностей на інтервалі часу гальмування, отримуємо рівняння енергетичного балансу динамічної системи:

$$\int_{t_0}^{t_T} P_{ел} dt = \int_{t_0}^{t_T} P_k dt + \int_{t_0}^{t_T} P_c dt + \int_{t_0}^{t_T} \Delta P_{ел} dt. \quad (3)$$

Ліва частина (3) уявляє собою кількість енергії, споживаної електроприводом за весь час  $T = t_T - t_0$  гальмування. Перший член правої частини за величиною дорівнює початковому значенню  $W_k(0)$  кінетичної енергії, а за знаком – негативний. Отже, задача мінімізації споживання енергії електроприводом у процесі гальмування передбачає мінімізацію суми другого і третього доданків, яка характеризує безповоротні витрати енергії на шляху  $s_T$  гальмування до зупину. У нашому випадку при формуванні критерія якості слід врахувати можливість зменшення витрат енергії при русі РО у зворотному напрямку за рахунок скорочення величини  $s_T$ . Це можна зробити введенням в критерій якості ще одного доданку у вигляді механічної роботи на шляху переміщення РО на відстань  $s_T$  у зворотному напрямку. Цільова функція керування процесом гальмування електропривода зі збільшеною в такий спосіб складовою механічної роботи набуває вигляду

$$I = \int_{t_0}^{t_T} (P_{c1} + P_{c2}) dt + \int_{t_0}^{t_T} \Delta P_{ел} dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

де  $P_{c1} = M_{c1}\omega$ ;  $P_{c2} = M_{c2}\omega$ ;  $M_{c1}$  і  $M_{c2}$  – величини статичного моменту (типу “сухе тертя”) при русі РО вперед і назад. Після підстановки виразів  $P_{c1}$ ,  $P_{c2}$  та  $\Delta P_{ел}$  у праву частину (4) критерій якості перетворюється до вигляду

$$I = (1/\beta) \left( \int_{t_0}^{t_T} (M^2 + \beta^* M_{c1} \omega) dt \right), \quad (5)$$

де  $\beta^* = \beta(M_{c1} + M_{c2})/M_{c1}$ .

Рівняння (1) руху електропривода та критерій (5) доцільно подати у відносних одиницях, з метою отримання результату розв’язання задачі оптимального керування, незалежного від технічних параметрів конкретного ЕП. У відносних одиницях рівняння (1) руху ЕП, з урахуванням рівності  $M_c = M_{c1}$  на інтервалі  $T$ , набуває вигляду  $\mu - \mu_{c1} = \dot{v}$ , де  $\mu = M/M_n$ ,  $\mu_{c1} = M_{c1}/M_n$ ,  $v = \omega/\omega_n$ ,  $\dot{v} = dv/d\tau$ ,  $\tau = t/T_m$ ,  $M_n$  і  $\omega_n$  – номінальні значення електромагнітного моменту і кутової швидкості двигуна,  $T_m = J\omega_n/M_n$  – механічна постійна часу. Рівняння руху еквівалентно замінимо рівнянням стану одномірної динамічної системи у загальноприйнятій [1 – 3] формі

$$\dot{x}(\tau) = u(\tau) - u_0, \quad (6)$$

де  $x(\tau) = v(\tau)$ ,  $u(\tau) = \mu(\tau)$ ,  $u_0 = \mu_{c1} = \text{const}$ .

На керування  $u(\tau)$  накладено обмеження  $|u(\tau)| \leq u_{\text{доп}}$ , де  $u_{\text{доп}} = \mu_{\text{доп}} = M_{\text{доп}}/M_n$ ;  $M_{\text{доп}}$  – максимально допустиме значення електромагнітного моменту, що обумовлено вимогами до експлуатаційної надійності двигуна.

Критерій якості (5) у відносних одиницях, з урахуванням (6) набуває вигляду

$$L = \int_0^{\theta} (u^2(\tau) + \alpha u_0 x(\tau)) d\tau. \quad (7)$$

де  $\alpha = \beta^* \omega_n / M_n$ , а базове значення кількості енергії в натурних одиницях дорівнює  $M_n^2 T_M / \beta$ . Динамічна система (6) є автономною, тому в (7) прийняті границі інтегрування  $\tau_0 = t_0 / T_M = 0$  і, відповідно,  $\tau_T = t_T / T_M = T / T_M = \theta$ .

Задача оптимального керування формулюється так: серед допустимих керувань  $u(\tau)$ ,  $0 < \tau \leq \theta$ , тобто кусочно-неперервних функцій  $u(\tau)$ , обмежених за модулем умовою  $|u(\tau)| \leq u_{\text{доп}}$ , які переводять фазову точку автономної системи (6) із початкового стану  $x(0) = v_0$  в кінцевий  $x(\theta) = 0$  при нефіксованому кінцевому моменті часу  $\theta$ , знайти такі керування  $u(\tau)$  і траєкторію  $x(\tau)$ , що надають мінімум функціоналу (7). Для розв'язання поставленої задачі скористуємось принципом мінімуму Понтрягіна [3, с. 263 – 282]. Гамільтоніан задачі [3, с. 583]

$$H(\tau) = u^2(\tau) + \alpha u_0 x(\tau) + p(\tau)(u(\tau) - u_0) \quad (8)$$

при оптимальному керуванні  $u(\tau)$  має бути тотожно рівним нулю на усьому інтервалі часу  $[0, \theta]$ . За цієї умови визначені додаткова перемінна  $p(\tau) = \alpha x(0) - \alpha u_0 \tau$ , управління  $u(\tau) = -\alpha x(0)$ , і оптимальна фазова траєкторія  $x(\tau) = x(0) - (\alpha x(0) + u_0)\tau$ . Підстановкою виразів  $p(\tau)$ ,  $u(\tau)$  та  $x(\tau)$  у (8) отримуємо  $H(\tau) \equiv 0$ ,  $\tau \in [0, \theta]$ , чим підтверджується оптимальність процесу  $(u(\tau), x(\tau))$  за критерієм якості (7). Оптимальне значення електромагнітного моменту двигуна у цьому процесі в натурних одиницях

$$M = -\alpha v_0 M_n = -\beta^* \alpha_0 = -\beta \omega_0 (M_{c2} + M_{c1}) / M_{c1}. \quad (9)$$

Оцінку величини  $\beta$  можна отримати із рівняння (2) статичної механічної характеристики при роботі ЕП в ustalеному режимі з номінальним навантаженням двигуна:  $\beta = M_n / (\alpha_x - \alpha(M_n))$ . Очевидно, з урахуванням переважної здатності двигуна оптимальне керування електроприводом в гальмовному режимі, мінімізуюче значення критерія (7), слід здійснювати шляхом формування завдання моменту у вигляді функції

$$M = \begin{cases} -M_{\text{доп}}, & \text{якщо } \beta \omega_0 (M_{c2} + M_{c1}) / M_{c1} > M_{\text{доп}}, \\ -\beta \omega_0 (M_{c2} + M_{c1}) / M_{c1}, & \text{якщо } \beta \omega_0 (M_{c2} + M_{c1}) / M_{c1} \leq M_{\text{доп}}. \end{cases} \quad (10)$$

Отриманий результат у вигляді (10) відноситься і до випадку, коли ставиться задача оптимального з енергоефективності керування процесом гальмування ЕП до зупину. Дійсно, в такому випадку критерій якості (7) має бути зкорегованим підстановкою  $\beta^* = \beta$ , у всіх наведених вище розсудження коефіцієнт  $\alpha$  буде мати значення  $\beta \omega_n / M_n$ , і відповідно до цього у виразах (9, 10) слід покласти  $M_{c2} = 0$ .

**Висновки.** В аспекті проблеми енергозбереження в системах електропривода поставлено задачу синтезу енергоефективного процесу руху електропривода робочого органа механізму переміщення технологічної машини в режимі гальмування. Обґрунтовано подання критерія якості процесу гальмування у вигляді функціоналу, який враховує безповоротні витрати енергії, сформульовано математичну задачу оптимального керування електроприводом за цим критерієм. Результат розв'язання задачі оптимального керування електроприводом подано у двох формах, що відповідають випадкам гальмування електропривода в режимі реверсування та до зупину без реверсування. Для обох з цих варіантів реалізації оптимального процесу гальмування доведено факт мінімізації енерговитрат в енергетичному каналі електропривода і можливість часткового повернення кінетичної енергії рухомих мас джерелу живлення електропривода, що є фактором енергоефективності.

## Литература

1. Петров Ю.П. Оптимальное управление электрическим приводом с ограничением по нагреву. – Л.: Энергия, 1971. – 144 с.
2. Формирование оптимальных по нагреву диаграмм отработки заданных перемещений при наличии постоянного статического момента на валу двигателя / В.И. Костенко, П.Х. Коцегуб, П.И. Розкаряка, О.И. Толочко // Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Збірник наукових праць. Тематичний випуск 16. – Харків: НТУ ХПІ, 2002. – С. 350-354.
3. Атанс М., Фалб П.Л. Оптимальное управление. Пер. с англ. / Под ред. Ю.И. Топчиева. – М.: Машиностроение, 1968. – 764 с.