

Е.И. БАЙДА, канд. тех. наук, доцент, НТУ "ХПИ"

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДУКТИВНОГО
ОГРАНИЧИТЕЛЯ АВАРИЙНЫХ СВЕРХТОКОВ
ТРАНСФОРМАТОРНОГО ТИПА**

Рассмотрена математическая модель индуктивного ограничителя аварийных сверхтоков. Описана математическая постановка задачи и приведены примеры расчета устройства ограничения тока, базирующегося на изменении сопротивления вторичной обмотки трансформатора тока.

Ключевые слова: математическая модель, индуктивный ограничитель аварийных сверхтоков.

Введение. Энергетические потребности потребителей непрерывно возрастают. Это приводит к тому, что в случае аварии, сверхтоки в электрических сетях достигают значительных величин. Уже давно никого не удивляют выключатели с отключающей способностью (150-250) кА. Как правило, это выключатели категории А, конструкция которых подразумевает высокое быстродействие и мощную дугогасительную систему – быстродействующие выключатели с ограничением тока. Реальный ток, отключаемый такими выключателями, намного меньше заявляемого за счет эффекта токоограничения. В случае отказа самого выключателя, последствия аварии трудно предсказать. Поэтому возникает естественный вопрос: "Нельзя ли уменьшить значение сверхтока цепи перед его отключением автоматическим выключателем?" Ответ на этот вопрос был получен давно, когда было обнаружено, что значение тока короткого замыкания существенно зависит от величины сопротивления вторичной обмотки трансформатора тока и ее состояния (замкнута или разомкнута). На похожем принципе работают электрические реакторы, состоящие из катушек, включенные встречно каждая в свою линию. При одинаковых токах магнитные потоки взаимно компенсируются, а реактивное сопротивление и потери в магнитопроводе малы. В случае аварии в одной из линий результирующий поток возрастает, увеличивая индуктивность системы. Для эффективного ограничения тока необходимо: короткое замыкание в одной линии; результирующий поток не насыщает магнитную систему реактора.

Еще одной разновидностью индуктивного ограничителя тока является "реактор Мойжеса", испытанный в 30-е годы двадцатого столетия, представляющий собой мощный магнитный усилитель, индуктивность которого изменялась постоянным током подмагничивания.

В последние годы, в связи с открытием высокотемпературной сверхпроводимости, старые идеи и конструкции получили новое развитие. Основными типами таких сверхпроводниковых ограничителей тока (СОТ) являются резистивный или индуктивный ограничитель тока (все разнообразие конструкций и типов можно посмотреть в Интернете).

В данной статье рассмотрена математическая модель индуктивного ограничителя аварийного сверхтока трехфазной электрической цепи на базе трансформатора тока, включенного по обратной схеме (вторичная обмотка – короткозамкнутый экран с изменяемой проводимостью, первичная обмотка – катушка с несколькими витками, включенная последовательно с нагрузкой). В отличие от подобных расчетов [1] расчеты, приведенные в данной статье, базируются на уравнениях электромагнитного поля и уравнениях трехфазной электрической цепи.

Цель статьи. Разработка и проверка работы математической модели ограничителя аварийных сверхтоков трансформаторного типа на базе уравнений электромагнитного поля и трехфазной электрической цепи.

Основная часть. Допущения, принятые в модели:

- не рассматриваются причины изменения проводимости, это принимается как факт;
- модель рассчитывается в цилиндрической системе координат;
- анизотропный материал магнитопровода заменен на изотропный материал с эквивалентной проводимостью, соответствующей потерям в шихтованном магнитопроводе.

Общий вид расчетной модели и одного реактора показан на рис. 1.

В качестве исходных данных задаются фазные напряжения, номинальный ток и коэффициент мощности в номинальном режиме, а также кратность аварийного сверхтока и коэффициент мощности в аварийном режиме.

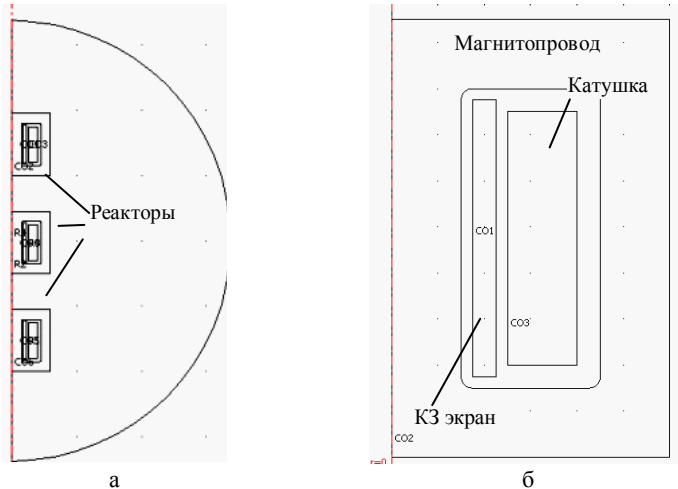


Рис. 1. Геометрия модели: а – расчетная модель; б – вид реактора.

Тогда

$$Z_n = \frac{U_n}{I_n}, R_n = Z_n \cdot \cos(\varphi_n), L_n = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{Z_n^2 - R_n^2}, \quad (1)$$

где Z_n – номинальное полное сопротивление; R_n – активное сопротивление; φ_n – номинальный коэффициент мощности; L_n – индуктивность; ω – круговая частота.

Аналогично можно определить параметры цепи при аварийном сверхтоке:

$$Z_{kz} = \frac{U_n}{n \cdot I_n}, R_{kz} = Z_{kz} \cdot \cos(\varphi_{kz});$$

$$L_{kz} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{Z_{kz}^2 - R_{kz}^2}, \quad (2)$$

где n – кратность аварийного сверхтока по отношению к номинальному току.

Расчет активного сопротивления первичной катушки производился приближенно, исходя из задаваемой плотности тока в номинальном режиме. В этом случае:

$$S_k = \frac{I_n}{j_n}; R_1 = \frac{\rho}{S_k} \cdot \frac{V_1}{S_1} \cdot w_1, \quad (3)$$

где S_k – сечение провода первичной катушки; j_n – плотность тока в но-

минальном режиме; R_1 – активное сопротивление первичной катушки; V_1 – объем катушки; S_1 – сечение катушки; ρ – удельное сопротивление катушки; w_1 – число витков первичной катушки.

Эквивалентная проводимость изотропного магнитопровода определяется с учетом потерь в шихтованном магнитопроводе:

$$R_r = \frac{E^2}{P}, \quad E = \frac{\omega \cdot B_m \cdot S_r}{\sqrt{2}}, \quad (4)$$

где R_r – эквивалентное сопротивление магнитопровода реактора; E – наводимая в магнитопроводе противо-ЭДС; P – мощность потерь в магнитопроводе; ω – круговая частота; B_m – усредненная максимальная индукция в магнитопроводе; S_r – сечение магнитопровода.

Если учесть, что:

$$R_r = \frac{1}{\sigma_r} \cdot \frac{V_r}{S_r^2}, \quad (5)$$

где σ_r – проводимость материала реактора; V_r – объем реактора.

Полные потери в стали можно принять равными:

$$P = p \cdot \frac{B_m^2}{B^2} \cdot V_r \cdot \gamma_r, \quad (6)$$

где p – справочное значение удельных потерь на единицу веса реактора; B – справочное значение магнитной индукции, для которой определены удельные потери; γ_r – плотность материала магнитопровода.

В этом случае:

$$\sigma_r = \frac{2 \cdot p \cdot V_r \cdot g}{B^2 \cdot \omega^2 \cdot S_r^4}. \quad (7)$$

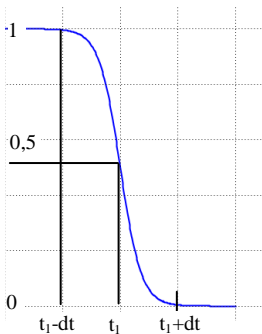


Рис. 2. Вид используемой единичной функции $f_1(t_1)$.

Задавшись геометрией магнитопровода и справочным значением индукции, можно определить проводимость изотропного материала.

Для имитационного моделирования режима короткого замыкания и последующего режима ограничения тока, нужно задать специальные функции, которые будут обеспечивать плавный переход от одних значений параметров цепи к другим. Задания таких функций обусловлено необходимостью обеспечения устойчивости и сходимости решения системы дифферен-

циальных уравнений электромагнитного поля и электрической цепи (использование ступенчатых функций Хэвсайда нежелательно). В программе использовалась функция, построенная на основе гиперболического тангенса (рис. 2).

Функции имитируют режим короткого замыкания цепи и увеличение проводимости вторичной обмотки реактора.

Математическая (или точнее мультифизическая) модель представляет собой систему уравнений электромагнитного поля и электрической цепи (рис. 3).

В качестве модели электрической цепи была выбрана трехфазная электрическая цепь с изолированной нейтралью.

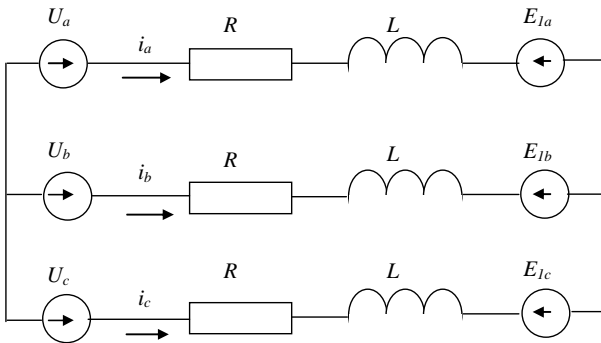


Рис. 3. Трехфазная сеть, где U – фазные напряжения; i – токи фаз; R – полное сопротивление каждой из фаз, включая сопротивление короткого замыкания, реактора и номинальное сопротивление; L – суммарная индуктивность, включающая индуктивность короткого замыкания и номинальную индуктивность; E – противо-ЭДС, наводимые в первичной катушке реактора.

Уравнения электрической цепи:

$$\begin{aligned}
 & L \cdot \frac{di_a}{dt} + R \cdot i_a - E_{1a} - \left(L \cdot \frac{di_b}{dt} + R \cdot i_b - E_{1b} \right); \\
 & -(U_a - U_b) = 0; \\
 & L \cdot \frac{di_b}{dt} + R \cdot i_b - E_{1b} - \left(L \cdot \frac{di_c}{dt} + R \cdot i_c - E_{1c} \right); \\
 & -(U_b - U_c) = 0; \\
 & i_c = -i_a - i_b.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В уравнениях (8):

$$E_{1k} = -\frac{w_1}{S_1} \cdot \int_{V_1} \frac{\partial(\vec{A}_{1k})_l}{\partial t} \cdot dV_1, \quad k = a, b, c$$

$$R = R_{kz} + R_n \cdot f(t_1) + R_1 \quad (9)$$

$$L = L_{kz} + L_n \cdot f(t_1)$$

где w_1 – число витков первичной катушки; S_1 – площадь первичной катушки; A_{1k} – проекция векторного магнитного потенциала на направление обхода контура внутри первичной катушки; R_1 – сопротивление первичной катушки реактора; V_1 – объем первичной катушки.

Система дифференциальных уравнений электромагнитного поля представлена в следующем виде с учетом системы координат и направления вектора \vec{A} .

1. Окружающая среда:

$$1 \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times A_\varphi \right) = 0, \quad (10)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость среды; A_φ – угловая составляющая векторного магнитного потенциала.

2. Магнитопровод:

$$\sigma_r \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r(|B|)} \cdot \nabla \times A_\varphi \right) = 0, \quad (11)$$

где σ_r – проводимость материала реактора; $\mu_r(|B|)$ – зависимость относительной магнитной проницаемости от модуля магнитной индукции.

3. Область первичной катушки:

$$\left\{ 1 \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times A_\varphi \right) = \frac{i_k \cdot w_1}{S_1}, \quad k = a; b; c. \right. \quad (12)$$

4. Область короткозамкнутого экрана:

$$(\sigma_0 \cdot f(t_2) + \sigma_{kon}) \cdot \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \cdot \nabla \times A_\varphi \right) = 0, \quad (13)$$

где σ_0 – начальное значение проводимости экрана; σ_{kon} – конечное значение проводимости экрана.

В системе уравнений поля подразумевается, что окружающая среда и первичная катушка имеют небольшую, но не нулевую проводимость. Это практически не влияет на результат, но значительно облегчает процесс решения задачи.

Значения тока в короткозамкнутом экране рассчитаны по формуле:

$$i_2 = -(\sigma_0 \cdot f(t_2) + \sigma_{kon}) \cdot \int_{S_2} \frac{\partial A_{\Phi}}{\partial t} \cdot dS_2, \quad (14)$$

где i_2 – ток в короткозамкнутом экране; S_2 – поперечное сечение экрана.

Исходные данные для расчета при действующем значении фазного напряжения 220 В.

1. Номинальный режим: номинальный ток – 600 А; коэффициент мощности – 0,8; $R_n=0,29$ Ом; $L_n=0,7$ мГн.

2. Режим короткого замыкания: кратность аварийного тока – 50; коэффициент мощности – 0,1; $R_{kz}=0,73$ мОм; $L_{kz}=23$ мкГн.

3. Реактор: плотность тока – 2 А/мм²; число витков первичной катушки – 5; сопротивление реактора – 1,1 мОм; эквивалентная проводимость материала реактора – 19,9 Сим/м; характеристика намагничивания – электротехническая сталь (рис. 4).

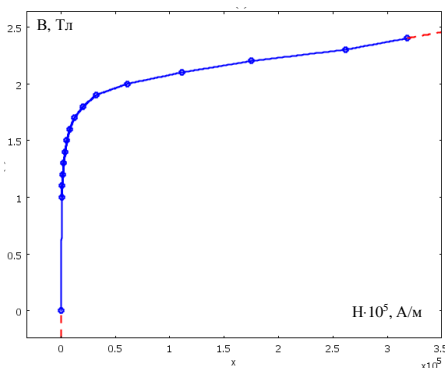


Рис. 4. Характеристика намагничивания материала реактора.

индивидуально – $t_{2a}=35$ мс; $t_{2b}=45$ мс; $t_{2c}=40$ мс.

На рис. 5 показано изменение токов в цепи первичной катушки.

Материал катушек реактора медь: начальная проводимость $5,9 \cdot 10^7$ Сим/м; конечная – $1 \cdot 10^3$ Сим/м.

Из данных следует, что благодаря реактору (только за счет его активного сопротивления), ток короткого замыкания будет меньше, чем теоретический.

Время начала короткого замыкания – $t_1=17$ мс; а начало ограничения тока для каждой из фаз задавалось

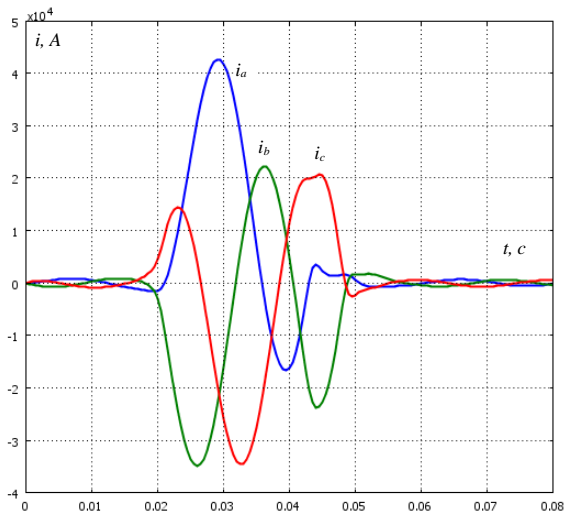


Рис. 5. Токи первичной катушки.

Из рис. 5 видно, что ограничение тока короткого замыкания достаточно эффективно – конечное значение практически не превышает номинального.

На рис. 6 показаны токи короткозамкнутого экрана.

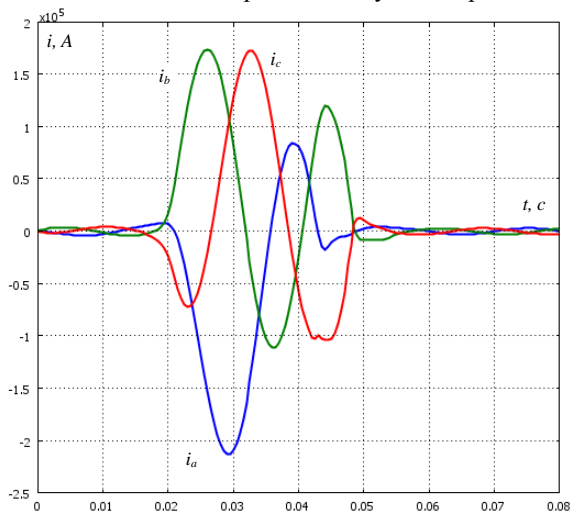


Рис.6. Токи короткозамкнутого экрана.

Значение токов короткозамкнутого экрана значительны, в номинальном режиме действующее значение – 3 кА. Однако тепловая мощность в номинальном режиме с учетом небольшого сопротивления экрана невелика:

$$P_2=3000^2 \cdot 3,55 \cdot 10^{-7}=3,2 \text{ Вт.}$$

При расчетах такого рода представляют интерес значения падения напряжения на первичной катушке и в экране.

На рис. 7 показано изменение мгновенных падений напряжения на первичных катушках реактора.

Из рис. 7 следует, что напряжение на первичной катушке существенно возрастает, что и снижает аварийный сверхток. Необходимо отметить, что максимальное значение падения напряжения на первичной катушке в номинальном режиме равно 3 В, что составляет менее 1 % от фазного напряжения ($220 \cdot \sqrt{2}$), причем, только 1 В приходится на активное сопротивление.

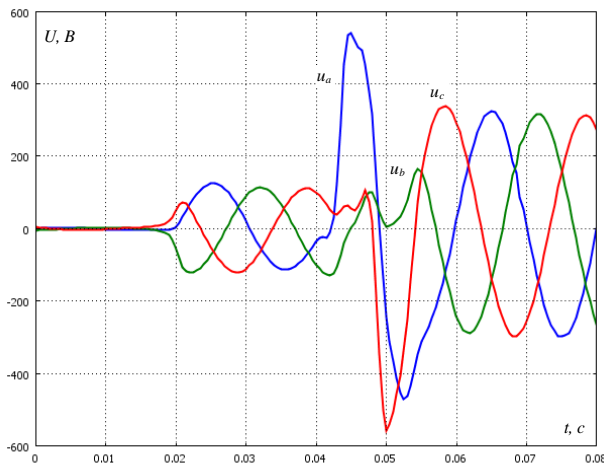


Рис. 7. Падение напряжения на первичной катушке реактора.

На рис. 8 показано падение напряжения на экране.

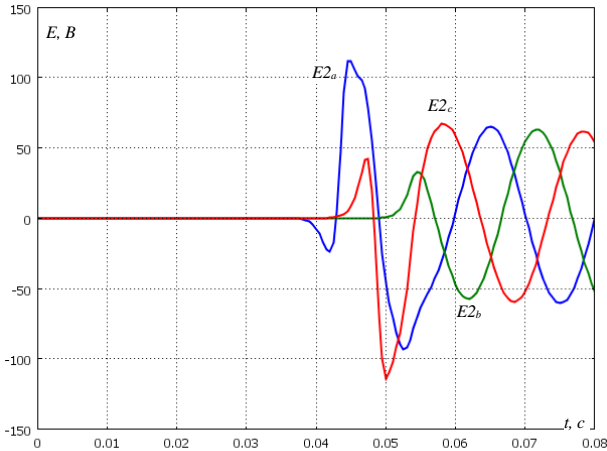


Рис. 8. График падения напряжения на короткозамкнутом экране.

В номинальном режиме падение напряжения составляет милливольты.

Выводы. Разработанная математическая модель, базирующаяся на уравнениях Максвелла, даёт возможность детально проанализировать процессы, происходящие в ограничителях токов трансформаторного типа, установить взаимосвязи между геометрическими, электрическими и физическими параметрами магнитопровода с параметрами катушек и параметрами электрической цепи. Применение таких устройств существенно ограничивает значения аварийного сверхтока, позволяя защищать электрическую сеть более эффективно.

Список литературы: 1. *Альтов В.А.* Токоограничивающие устройства трансформаторного типа / *В.А. Альтов, С.С. Иванов, В.В. Желтов, С.И. Копылов, М.В. Попова* // Электро. – Москва. – 2010. – № 5. – С. 46-54.

Поступила в редколлегию 20.12.2013

УДК 621.3.04: 621.316

Математическая модель индуктивного ограничителя аварийных сверхтоков трансформаторного типа / Бяйда Е.И. // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми удосконалення електричних машин і апаратів. Теорія і практика. – Х.: НТУ "ХПИ", 2013. – № 65 (1038). – С. 3-13. Бібліогр.: 1 назв.

Розглянуто математичну постановку задачі і наведені приклади роз-

рахунку пристрою, що обмежує струм та базується на зміні опору вторинної обмотки трансформатора струму.

Ключові слова: математична модель, індуктивний обмежувач аварійних надструмів.

The mathematical model of the inductive terminator of emergency over currents is observed. The mathematical statement of problem is presented and instances of calculation of the device of restriction of the current which is based on change of resistance of the secondary winding of the transformer of a current are resulted.

Keywords: fault current limiter inductive, mathematical model.