

*А.А. АТРОШЕНКО*, асп. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”

## **ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПЛАСТИН, СОЕДИНЕННЫХ БОЛТОВЫМ КРЕПЕЖЕМ, В ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОСТАНОВКЕ**

Данная работа посвящается анализу геометрически нелинейных контактных задач для системы пластин. Особенности представленной задачи заключаются в исследовании напряженно-деформированного состояния двух пластин, соединенных болтовым крепежом с зазором и нагруженных равномерно распределенным по верхней кромке поперечным усилием. В данной постановке задачи присутствуют геометрическая и структурная нелинейности.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, силос, метод конечных элементов, система пластин, реакции в опорах

Робота присвячується аналізу геометрично нелінійних контактних задач для системи пластин. Особливості представлені задачі полягають в дослідженні напружено-деформованого стану двох пластин, сполучених болтовим кріпленням із зазором і навантажених рівномірно розподіленим по верхній кромці поперечним зусиллям. У цій постановці задачі присутні геометрична і структурна нелінійності.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, силос, метод скінченних елементів, система пластин, реакції в опорах

The work is dedicated to analysis of geometrically nonlinear contact tasks for system of plates. The features of presented task consist in research of stressed-deformed state of two plates connected by bolted fixture with a gap and loaded by uniformly distributed transverse force along upper edge. Both geometrical and structural non-linearities are presented in this task setting.

**Keywords:** stressed-deformed state, silo, finite element method, system of plates, reactions in towers

**Введение.** Силосные установки (емкости для хранения зернопродуктов) имеют широкое применение в современном агрокомплексе. Как указывалось ранее в статье [1], установки такого типа имеют ряд преимуществ: простота сборки, надежность, малозатратность, легкообслуживаемость и др. Необходимо учитывать тот фактор, что силосные установки подвергаются большим нагрузкам. В связи с этим необходимо рассчитывать их напряженно-деформированное состояние (НДС) под действием внутреннего давления столба зерновой массы. Это влечет за собой использование той или иной расчетной модели элементов металлоконструкции исследуемого силоса.

Основными конструктивными элементами силосов обычно является гофрированные панели, соединенные между собой с вертикальными ребрами жесткости при помощи болтового крепления, выполняемого с зазором и предварительной затяжкой. В результате получается система пластин, подкрепленных стержнями (стойками), между которыми действуют усилия предварительного натяжения болтов, а также (в случае выборки зазоров) усилия контактного взаимодействия ци-

---

© А.А. Атрошенко, 2013

линдрической части болтов с внутренними поверхностями отверстий, под эти болты выполненных в сопрягаемых панелях.

Такая постановка задачи учитывает геометрическую, структурную и физическую нелинейности. Решение данного типа задач позволяет более детально рассмотреть поведение исследуемой конструкции силоса. В качестве начального тестового варианта в работе предложено исследовать контакт негофрированных панелей, а двух полос, соединенных внахлест и скрепленных болтом.

В итоге получаем модель контактного взаимодействия ряда тел с натягом, трением и контактом с зазором. Результаты решения задачи с использованием этой модели сравниваются с результатами, полученными для традиционно используемых моделей фрагмента конструкции силоса в виде сплошной полосы.

Цель данной работы заключается в разработке усовершенствованной расчетной модели для анализа геометрически нелинейных контактных задач для системы двух пластин, соединенных болтовым крепежом с зазором и нагруженных равномерно распределенным по верхней грани поперечным усилием. Кроме того, анализируется влияние учета геометрической и структурной нелинейности, использование болтового крепежа с различными компоновками и разными коэффициентами трения в соединениях между пластинами и пластиной/болтом, а также эффекта скольжения между контактирующими поверхностями пластин при различных способах нагружения на поведение исследуемой системы.

**Постановка задачи.** Данную задачу предлагается решить на базе тестовой системы. Рассматривается система пластин, соединенных внахлест болтовым крепежом с зазором (рис. 1).

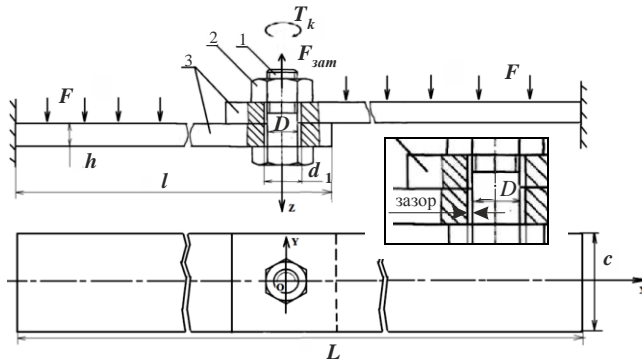


Рисунок 1 – Система пластин с болтовым соединением

Геометрические параметры данной системы: длина  $l = 500$  мм, ширина  $C = 50$  мм, толщина  $h = 2$  мм, общая длина соединенных пластин  $L = 960$  мм. Диаметр отверстия  $d_1 = 12$  мм, диаметр болта  $D = 10$  мм.

Болтовое соединение представляет собой следующую компоновку: болт 1 поставлен с зазором в отверстия пластин 3 и затянут гайкой 2 до момента затяжки, равного  $T_k$ . Растягивающая нагрузка, возникающая в местах заделки, уравнивается на начальных этапах нагружения силами трения в стыках, которые создаются силой затяжки болта  $F_{зам}$ . Если растягивающая сила превысит силы трения, произойдет сдвиг пластин вплоть до выборки зазора, когда вступают в работу контактирующие цилиндрические поверхности болта и отверстий пластин.

Схема нагружения модели показана на рис. 2. Рассматривается конструкция в рассеченном виде (симметричная относительно плоскости  $xOz$ ).

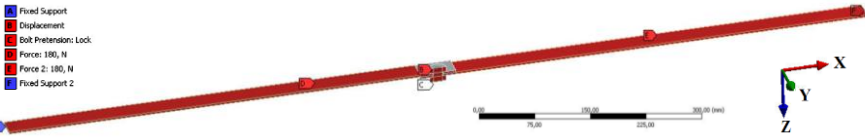


Рисунок 2 – Исследуемая модель с граничными условиями

Пластины по краям жестко закреплены. Вдоль плоскости симметрии  $xz$  задается ограничение перемещения вдоль оси  $y$ . Поперечное усилие, распределенное по верхней кромке пластин, задается силой  $F$  (нагружается система пошагово от 0 до 450 Н). Момент затяжки моделируется в виде силы затяжки болта  $F_{зам} = 1000$  Н. Болтовой крепеж моделировался в различных постановках: контакт пластин и болта, контакт пластины и болта через две шайбы и контакт пластины и болта через одну шайбу (рис. 3-5). Шайба изготовлена из податливого материала с низким модулем упругости (полиэтилен) для более равномерного распределения давления шляпки болта на поверхность пластины.

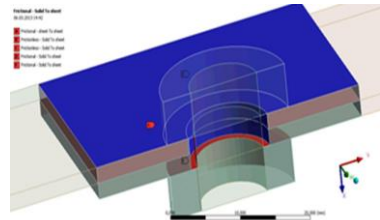


Рисунок 3 – Контакт пластин и болта

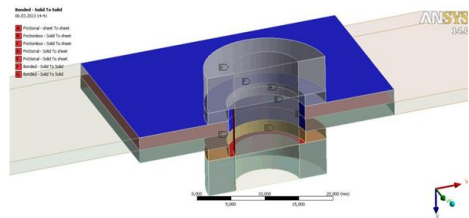


Рисунок 4 – Контакт пластин и болта через две шайбы

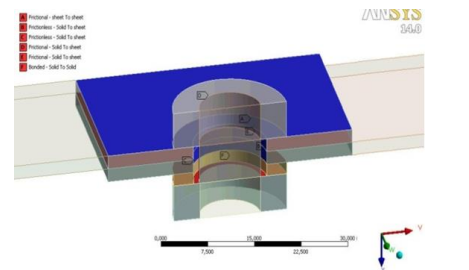


Рисунок 5 – Контакт пластины и болта через одну шайбу

С целью более детального анализа рассматривались варианты болтового крепежа с различными силами трения в контакте. В таблице приведены используемые типы контакта и коэффициенты трения, а также варианты реализации контактного взаимодействия с различными компонентами болтового крепежа. Первый, второй и третий варианты, показанные в таблице, относятся к болтовому соединению первого типа, в котором варьируется только коэффициент трения; четвертый и пятый относятся ко второму типу болтового соединения, в котором используются две шайбы и варьируется коэффициент трения; шестой вариант относится к третьему ти-

Таблица – Типы контакта и коэффициент трения

Величина коэффициента трения	Типы контакта				
	Friction – пластина – пластина	Friction – пластина – болт	Frictionless – отверстие – болт	Friction – пластина – шайба	Bonded – болт – шайба
0,2	0,2	+	-	-	
0,2	0,001	+	-	-	
0,0001	0,0001	+	-	-	
0,2	-	+	0,2	+	
0,2	-	+	0,001	+	
0,2	-	+	0,2	+	

пу соединения, в котором применяется одна шайба. При таком варьировании коэффициентов трения и различных компоновках болтового соединения открывается возможность более детально исследовать поведение рассматриваемой системы.

**Математическая модель.** Рассмотрим более детально расчетные зависимости болтового соединения, следуя работе [2]. При затя-

гивании болтового крепежа в стержне болта возникают напряжения растяжения от силы  $F_{зам}$  и силы кручения от момента завинчивания  $T_k$  (рис. 1). Силу сдвига в нашей системе будем рассматривать равной реакции в опоре вдоль оси  $X$  ( $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$ ) (рис. 6). Таким образом, при увеличении силы  $F$  реакции в опорах будут увеличиваться до тех пор, пока реакция не превысит силу трения покоя в болтовом крепеже, и затем, соответственно, произойдет сдвиг.

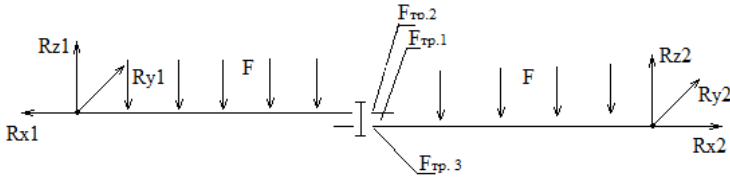


Рисунок 6 – Схема исследуемой задачи

Определим силу трения покоя на каждой стороне:  $F^* = R_x = F_{зам} \cdot f_0 \cdot i = 400$  Н, где  $f_0$  – коэффициент трения в стыке деталей,  $i$  – число стыков. Таким образом, сдвиг должен произойти в том случае, когда сила в опорах ( $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$ ) превысит 400 Н. В свою очередь, реакции, возникающие в опорах в направлениях  $R_{z1}$  и  $R_{z2}$ , будут соответственно суммарно равны распределенной силе  $F$ , действующей на пластины.

Поскольку в рассматриваемом случае предполагаются большие прогибы полос, нагруженных поперечной нагрузкой, то в первом приближении для оценки НДС можно применить геометрически нелинейные соотношения для связанного изгиба и растяжения стержней. При этом для вычисления деформаций  $\varepsilon_x$  при изгибе исполь-

зуется соотношения [3, 4]:  $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$ , где  $z$  – расстояние по тол-

пине от срединной линии стержня,  $u, w$  – компоненты перемещения точек стержня вдоль оси  $x$  и  $z$  соответственно. Кроме того, можно записать условия  $u_{II}^B - u_{II}^I \geq \delta, u_{II}^I - u_{II}^B \geq \delta$ , которые означают непроникновение левой контактирующей кромки пластины (вследствие перемещения вдоль оси  $x$ ) в левую часть тела болта (аналогично для правых частей).

При использовании пространственной постановки данные соотношения определяют геометрически нелинейное поведение исследуемой системы, дополняемое структурной нелинейностью (контакт), и, кроме того, дополнительным соединением с натягом (болт) и трением.

**Дискретная постановка задачи.** Исследуемая задача в численном виде сводится к анализу конечно-элементной модели, показанной на рис. 7, 8. Использовался метод разбиения конечно-элементной сетки «Sweep». Количество элементов в модели составляет около 44 тыс., количество узлов – 215,5 тыс.

При данном разбиении применяется конечный элемент классификации SOLID 186 (ANSYS). Данный элемент представляет собой трехмерный (3D) квадратичный элемент задач с двадцатью узлами. Элемент SOLID 186 имеет квадратичное представление перемещений и в состоянии использовать нерегулярную форму сетки (например, создаваемую на основе моделей, импортированных из различных комплексов CAD) [5, 6].

При определении контактного взаимодействия учитывались следующие настройки: контакт задавался симметричным, формулировка контакта определялась методом расширенного Лагранжа. В настройках решателя использовалась опция больших перемещений, которая позволяет учитывать большие перемещения, зависящие от деформаций и напряжений, возникающих при нагружении системы пластин.

**Результаты расчетов.** Для начала рассмотрим полученные результаты для первого варианта болтового крепежа, в котором компоновка болтового соединения представлена без шайбы и коэффициент трения равен 0,2. На рис. 9 показан график зависимости максимальных прогибов исследуемой системы вдоль оси  $z$  от нагрузки. На рис. 10-17 показаны изображения модели в моменты сдвигов пластин, с выведением максимальных эквивалентных напряжений по Мизесу, возникающих в

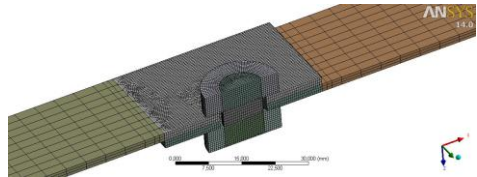


Рисунок 7 – Конечно-элементная сетка исследуемой системы пластин в общем виде

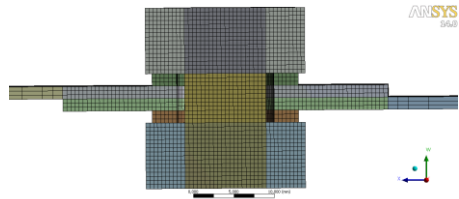


Рисунок 8 – Конечно-элементная сетка исследуемой системы пластин в зоне болтового соединения

контакте болта и пластины. Графики распределения эквивалентных напряжений по Мизесу и контактных давлений показаны на рис. 18, 19.

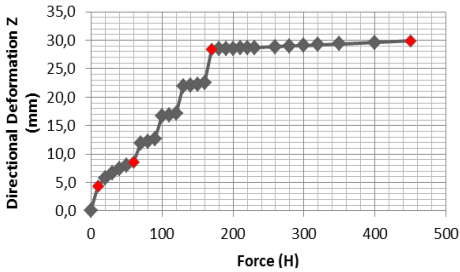


Рисунок 9 – Перемещение системы пластин вдоль оси z при первом варианте компоновки болтового соединения

При анализе полученных результатов видно, что наблюдается нелинейная зависимость перемещений пластин и выборки зазора в болтовом крепеже от действующей нагрузки. Также наблюдается нелинейная зависимость от нее величины смещения по оси x между контактирующими поверхностями. Максимальные эквивалентные напряжения, возникающие в системе, возрастают нелинейно. Для более детального анализа смещений

контактирующих поверхностей пластин рассмотрим зависимость перемещений пластин относительно друг друга вдоль оси x (рис. 20).

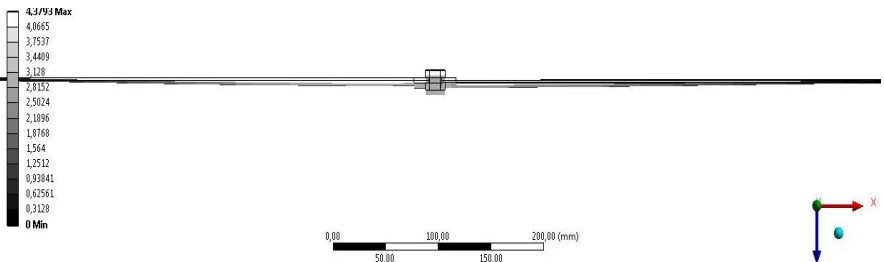


Рисунок 10 – Перемещение пластин вдоль оси Z (мм, при силе 10 Н)

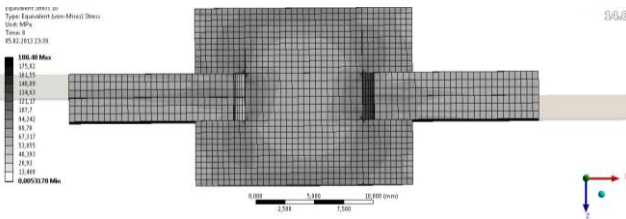


Рисунок 11 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (МПа, сдвиг пластин не наблюдается)

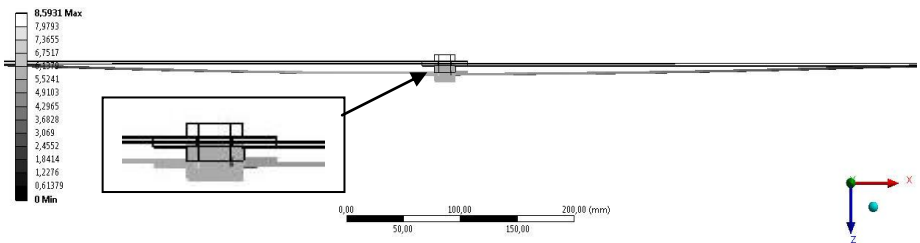


Рисунок 12 – Перемещение пластин вдоль оси Z (мм, при силе 60 Н)

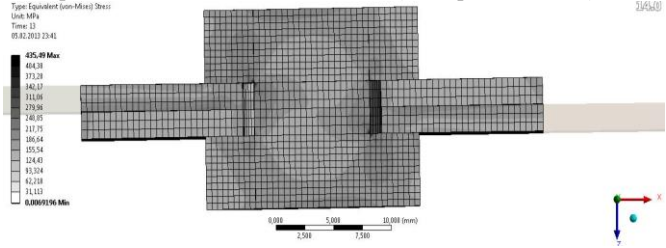


Рисунок 13 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (МПа, сдвиг пластин не наблюдается)

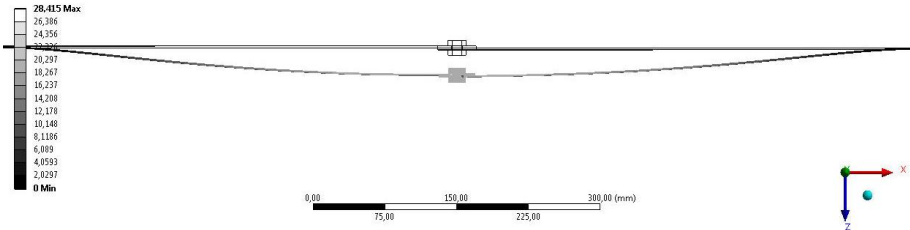


Рисунок 14 – Перемещение пластин вдоль оси z (мм, при силе 170 Н)

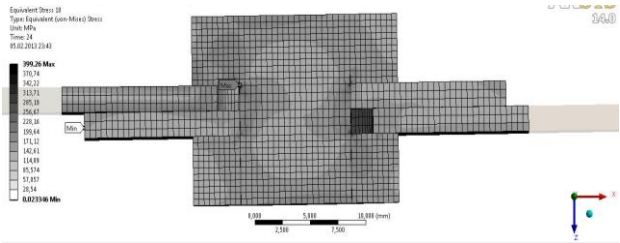


Рисунок 15 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (МПа, наблюдается сдвиг пластин и выборка зазора в болтовом соединении)

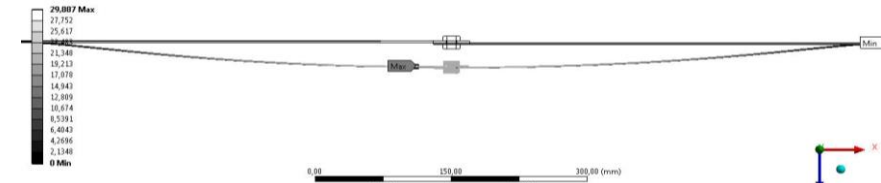
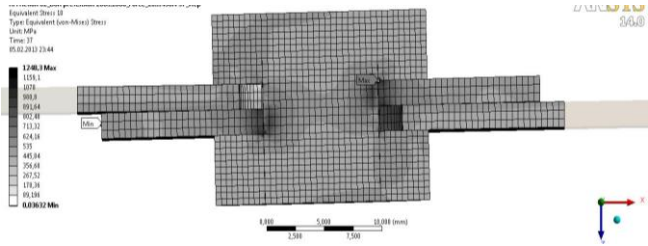


Рисунок 16 – Перемещение пластин вдоль оси z (мм, при силе 450 Н)

Рисунок 17 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (МПа, наблюдается выборка зазора и контактное взаимодействие болта с внутренней стенкой отверстия)





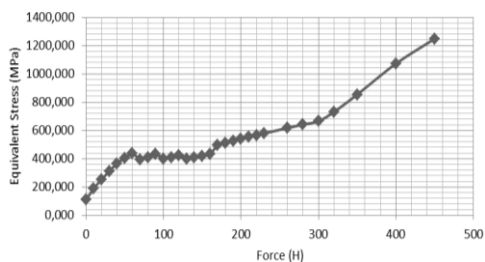


Рисунок 18 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу, возникающие в системе пластин

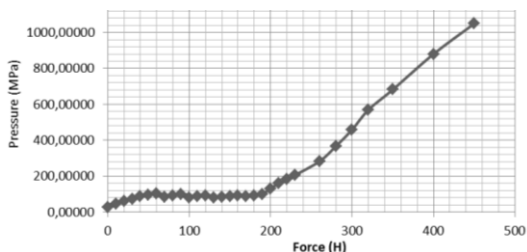


Рисунок 19 – Контактное давление, возникающее при росте нагрузки

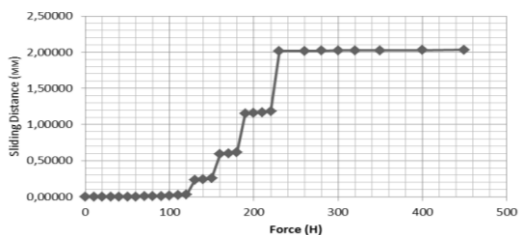


Рисунок 20 – Смещение контактирующих поверхностей пластин относительно друг друга

Из графика видно ступенчатое поведение смещения пластин относительно друг друга. В начальном нагружении смещение не происходит, при увеличении нагрузки до 120 Н возникает скачкообразное смещение пластин относительно друг друга, сопровождающееся частичной выборкой зазора. При дальнейшем увеличении нагрузки (после выборки зазора) наблюдается незначительное смещение в результате деформирования пластин и болта, вступающих в контакт.

Для сравнения полученных результатов рассмотрим также реакции в местах закрепления пластин (рис. 21-24). Как видно из рисунков, продольные компоненты реакции, в отличие от поперечных, изменяются существенно нелинейно, но с ростом нагрузки после наступления контакта компоненты реакции  $R_{x1}$  и  $R_{x2}$  увеличиваются примерно линейно. Рассмотрим причины возникновения нелинейного поведения компонент реакции опор. Во время

нагружения пластин, когда сила нагружения превышает силу трения в соединении, возникает сдвиг. Возрастание силы нагружения по отношению к силе трения связано с тем, что происходит деформация болта вследствие перекоса, тем самым увеличивается натяжка болтового крепежа.

Для более детального анализа рассмотрим реакцию, возникающую в болте (рис. 25). Из представленного графика следует, что реакция начинает возрастать из-за деформации болта и пластин, наблюдается нелинейное увеличение, которое сопровождается увеличением силы натяжки болтового крепежа. При выборке зазора поверхность болта начинает взаимодействовать с внутренней поверхностью отверстия в пластинах, таким образом, болт начи-

нает работать на срез. Для устранения данного эффекта предлагается рассмотреть варианты болтового соединения в других компоновках.

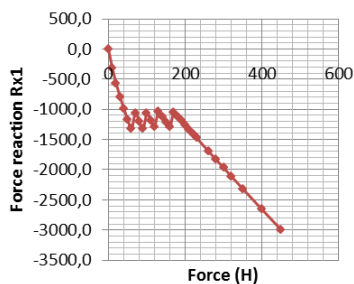


Рисунок 21 – Продольная реакция в опоре Rx1

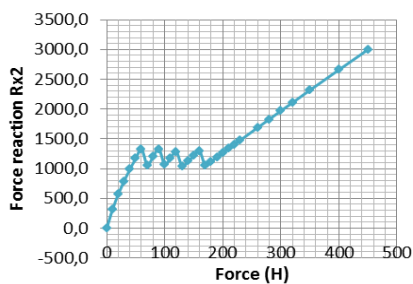


Рисунок 22 – Продольная реакция в опоре Rx2

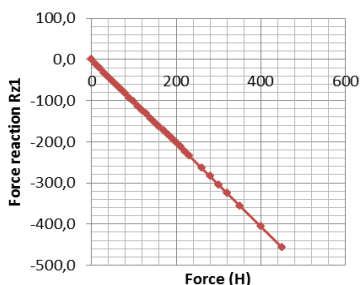


Рисунок 23 – Поперечная реакция в опоре Rz1

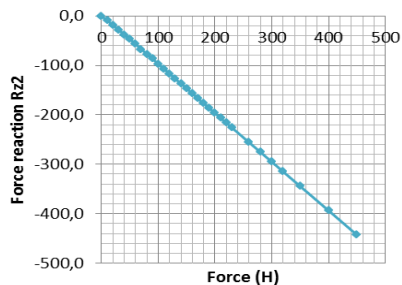


Рисунок 24 – Поперечная реакция в опоре Rz2

На рис. 26-29 показаны результаты вычислений перемещений системы пластин вдоль оси  $z$ , максимальные эквивалентные напряжения, продольные реакции в опорах, а также реакции, возникающие в болте при различных вариантах компоновки болтового соединения.

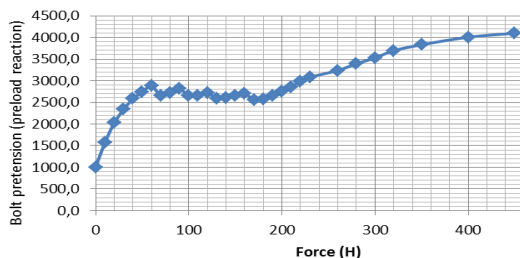
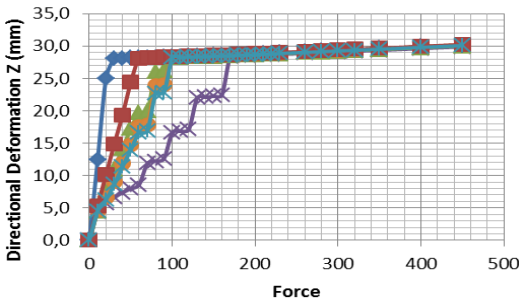


Рисунок 25 – Реакция, возникающая в болте

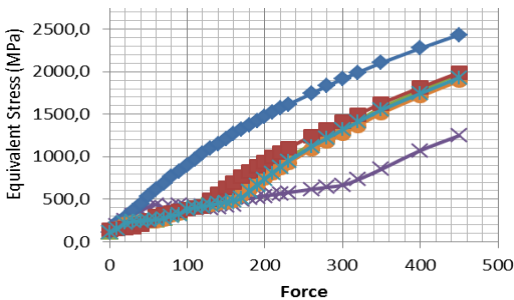
Полученные результаты свидетельствуют о том, что при использовании болтового соединения с разными компоновками проявляется различное поведение исследуемой системы пластин. В частности, исследуемая компоновка болтового соединения при контакте пластин и шляпки болта через две податливые шайбы (вариант 4) с коэффициентом трения, равным 0,2, дала возможность понять причины возникновения увеличения реакции в болте. Это увеличение тем больше, чем выше жесткость соединя-

мых деталей. При введении в систему податливых элементов ощутимого роста усилий затяжки по сравнению с начальной величиной не происходит.



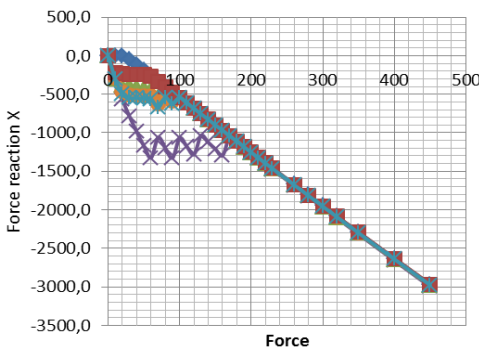
- (1) Friction 0.2
- (2) Friction 0.2\_bolt 0.001
- (3) Friction 0.0001
- (4) Friction 0.2\_disk 0.2
- (5) Friction 0.2\_disk 0.001
- (6) Friction 0.2\_disk1 0.2

Рисунок 26 – Перемещения системы пластин вдоль оси Z при различных вариантах компоновки болтового соединения



- (1) Friction 0.2
- (2) Friction 0.2\_bolt 0.001
- (3) Friction 0.0001
- (4) Friction 0.2\_disk 0.2
- (5) Friction 0.2\_disk 0.001
- (6) Friction 0.2\_disk1 0.2

Рисунок 27 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу



- (1) Friction 0.2
- (2) Friction 0.2\_bolt 0.001
- (3) Friction 0.0001
- (4) Friction 0.2\_disk 0.2
- (5) Friction 0.2\_disk 0.001
- (6) Friction 0.2\_disk1 0.2

Рисунок 28 – Продольные реакции в опоре Rx1 при различных вариантах компоновки болтового соединения

Проведем сравнение между исследуемой системой пластин в геометрически нелинейной постановке с общепринятой постановкой решения данного класса задач в виде сплошной пластины с учетом больших перемещений. Рассмотрим полученные результаты: перемещение пластины вдоль оси z, максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу и реакции в опорах (рис. 30-32).

Проанализировав полученные результаты, можно сделать следующий вывод: при сравнении результатов расчетов сплошной пластины и системы

пластин с болтовым крепежом (вариант 1) наблюдается большое отличие между перемещениями, эквивалентными напряжениями и компонентами реакции в опорах.

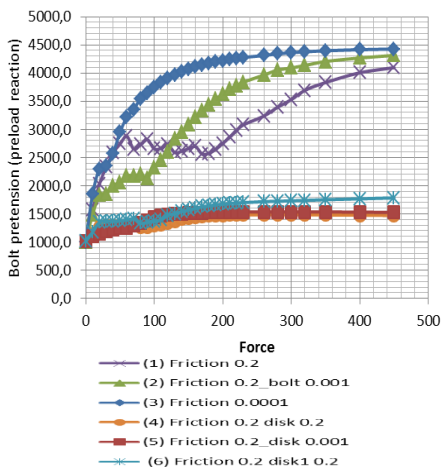


Рисунок 29 – Реакции, возникающие в болте

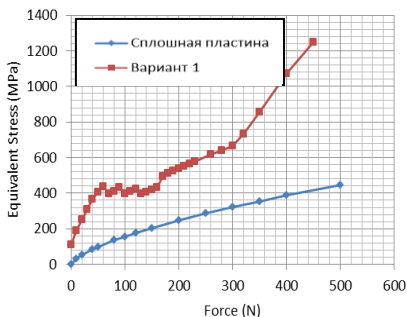


Рисунок 31 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу сплошной пластины и системы пластин с болтовым крепежом (вариант 1)

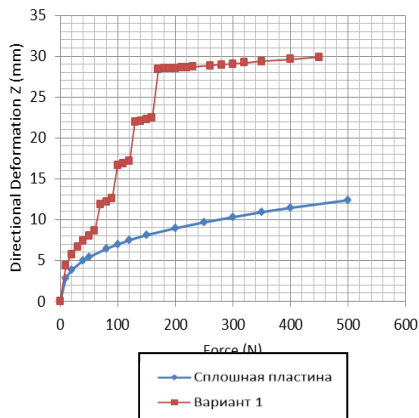


Рисунок 30 – Перемещения сплошной пластины и системы пластин с болтовым крепежом (вариант 1) вдоль оси Z

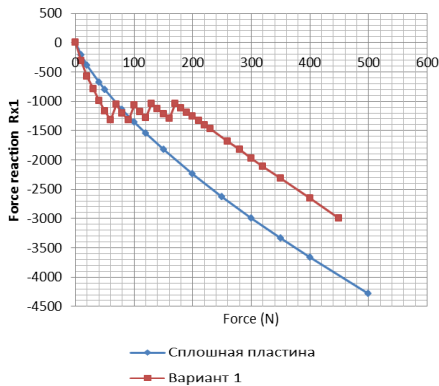


Рисунок 32 – Продольные реакции в опоре Rx1 сплошной пластины и системы пластин с болтовым крепежом (вариант 1)

Поведение компонент напряженно-деформированного состояния сплошной пластины отображается на графиках более плавно и линейно, в то время как в исследованной и описанной выше системе пластин проявляется существенно нелинейный характер их поведения. Во время нагружения

сплошной пластины перемещения более чем в два раза меньше прогибов в системе пластин с болтовым крепежом. Это связано с тем, что в системе пластин с болтовым крепежом присутствует структурная нелинейность, причем существуют значительные зазоры, соизмеримые с величинами перемещений точек пластин вследствие упругих деформаций. Таким образом, традиционная постановка решения данного класса задач с расчетной схемой в виде сплошной пластины, без учета болтового крепежа, зазоров, натяга и трения дает значительную неточность в полученных результатах.

**Выводы.** Основываясь на полученных результатах, можно сделать вывод, что геометрически нелинейная постановка задачи дает более точный результат при определении НДС пластин, соединенных болтовым крепежом с зазором, по сравнению с традиционной постановкой с применением расчетной схемы в виде сплошной пластины. Выявлены дополнительные факторы, влияющие на НДС исследуемой системы, а именно: возникновение перекоса болта, что ведет за собой увеличение растягивающего усилия в болте, тем самым увеличивая силу затяжки болтового крепежа. Во время нагружения системы пластин проявляется нелинейный сдвиг с трением между поверхностями контактирующих пластин. Определены большие продольные и поперечные перемещения при выборке зазора в болтовом крепеже, соизмеримые с соответствующими перемещениями, наблюдаемыми в сплошной пластине только вследствие упругих ее деформаций.

При решении данного типа задач необходимо использовать предложенную методику, которая позволяет рассматривать решения для более широкого диапазона действующих нагрузок. Решение же подобных задач с использованием геометрически линейной и нелинейной постановок для исследуемого объекта, представленного в виде сплошной пластины, не дает достоверных результатов.

В дальнейшем планируется более детальное изучение данной задачи в аналитическом виде, численно и экспериментально.

**Список литературы:** 1. Обґрунтування розрахункових моделей елементів силосу / В.Б. Третьяков, И.И. Иванов, О.В. Веретельник, О.О. Атрошенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. – 2013. – № 1. – С. 139-154. 2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3-х т. / В.И. Анурьев – М.: Машиностроение, 2006. – 928 с. 3. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности: Пер. с англ. / К. Васидзу – М.: Мир, 1987. – 542 с. 4. Биргер И.А. Сопrotивление материалов: учебное пособие / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов/ – М.: Наука. Гл. Ред. физ.-мат. лит., 1986 – 560 с. 5. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – М. ДМК Прессе, 2005. – 640с. 6. Каплун А.Б. ANSYS в руках инженера / А.Б. Каплун. – М.: Единотриал, 2003. – 272 с.

*Надійшла до редколегії 08.04.13*