

УДК 629.113

**В. П. САХНО**, д-р техн. наук, проф. НТУ, Київ  
**О. А. КОРПАЧ**, асистент НТУ, Київ

**МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ РЯДУ ПЕРЕДАТОЧНИХ ЧИСЕЛ  
КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ ЗА УМОВИ МІНІМАЛЬНОГО ШЛЯХУ  
РОЗГОНУ АВТОМОБІЛЯ**

Розроблено методику визначення передаточних чисел коробки передач, що забезпечують мінімальний шлях розгону автомобіля, та проведено її порівняння з іншими способами визначення ряду передаточних чисел коробки передач.

**Ключові слова:** автомобіль, двигун, трансмісія, коробка передач, оптимізація, передаточні числа.

**Вступ.** Сучасне автомобілебудування характерне тим, що для більш повного забезпечення потреби споживачів у транспортних засобах з оптимальними значеннями показників експлуатаційних властивостей, останні комплектуються як різними типами двигунів (бензиновими, газовими, дизелями), потужність яких змінюється у два і більше рази, так і різними типами трансмісій (автоматична та механічна коробка передач із різною кількістю ступенів, декілька типів головної передачі тощо). Для таких транспортних засобів актуальним є оптимізація параметрів тягово-швидкісних властивостей, паливної економічності та токсичності, на основі якої більш досконалішою стане оцінка ефективності автомобіля як на стадії проектування, так і при експлуатації.

З використанням методів оптимізації передаточних чисел трансмісії досягають кращої відповідності конструкції автомобіля умовам його експлуатації. Забезпечується така відповідність належним вибором цільової функції, алгоритму оптимізації, а також достовірністю інформації щодо найбільш вірогідних умов експлуатації.

**Мета роботи.** Визначення ряду передаточних чисел коробки передач автомобіля за умови мінімального шляху розгону автомобіля до максимальної швидкості.

Оптимізація конструктивних параметрів автомобіля є одним з найбільш важливих шляхів підвищення технічного рівня, продуктивності, економічності й ефективності використання автомобілів.

Взагалі, оптимізація являє собою сукупність математичних результатів і чисельних методів, орієнтованих на знаходження та ідентифікацію найкращих варіантів з безлічі альтернатив і дозволяє уникнути повного перебору і оцінювання можливих варіантів. Тобто, ще на етапі проектування можна визначити властивості механізму, агрегату чи системи, які будуть забезпечувати найкращі характеристики, для автомобілів - мінімальний час і шлях розгону, меншу витрату палива та токсичність відпрацьованих газів.

Будь-яка задача з оптимізації складається з певних етапів[1]:

- 1) Вибір критерія оптимальності і визначення цільової функції.
- 2) Встановлення необхідних обмежень.
- 3) Побудова математичної моделі об'єкта оптимізації.
- 4) Вибір методу оптимізації.
- 5) Проведення оптимізації.

**Матеріали досліджень.** Складність вибору цільової функції полягає в тому, що будь-який технічний об'єкт, автомобіль у тому числі, має векторний характер критеріїв оптимальності (багатокритеріальність). Причому, поліпшення одного з вихідних параметрів, як правило, призводить до погіршення іншого, тому що всі вихідні параметри в більшому або меншому ступені є функціями тих самих керованих параметрів і не можуть змінюватися незалежно один від одного [2]. Зважаючи на те, що цільова функція повинна бути тільки одна, то на кінцевий результат може вплинути спосіб об'єднання вихідних параметрів у скалярній цільовій функції. Тому, розрізняють часткові, адитивні, мультиплікативні, мінімаксні, статистичні цільові функції тощо, у зв'язку із чим необхідно розглянути доцільність застосування часткових, адитивних і мультиплікативних критеріїв при виборі оптимальних параметрів системи «двигун-трансмсія» при використанні двигунів різної потужності з однаковою трансмісією.

В якості цільової функції доцільно використовувати залежності показників експлуатаційних властивостей автомобіля від передаточного числа трансмісії. Так, для визначення показників тягово-швидкісних властивостей автомобіля доцільно використовувати залежність шляху розгону автомобіля до максимальної швидкості від передаточного числа на кожній з передач, тобто функцію виду:

$$S = f(U) \rightarrow \min \quad (1)$$

Визначивши мінімум даної функції можна визначити і значення передаточного числа трансмісії, що відповідає йому, яке і буде оптимальним.

Використовуючи диференціальне рівняння руху автомобіля, за умови руху його по горизонтальних ділянках дороги функцію (1) можна записати як [3]:

$$S = M_a \delta_{об} \int_{V_n}^{V_k} \frac{V dV}{a_i V^2 + b_i V + c_i} \quad (2)$$

де  $M_a$  – повна маса автомобіля, кг;  $\delta_{об}$  – коефіцієнт, який враховує обертові маси автомобіля;  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  - коефіцієнти диференціального рівняння руху автомобіля з бензиновим двигуном

Інтеграл у виразі (2):

$$S = M_a \delta_{БП} \left\{ \frac{1}{2a_i} \ln |a_i V^2 + b_i V + c_i| \Big|_{V_n}^{V_k} - \frac{b_i}{2a_i} \int_{V_n}^{V_k} \frac{dV}{a_i V^2 + b_i V + c_i} \right\} \quad (3)$$

Виконавши ряд перетворень, вираз (3) прийме вигляд:

$$S = \frac{M_a \delta_{БП}}{2a_i} \left\{ \ln |a_i V^2 + b_i V + c_i| \Big|_{V_n}^{V_k} - \frac{b_i}{\sqrt{b_i^2 - 4 \cdot a_i \cdot c_i}} \ln \left| \frac{2a_i V + b_i - \sqrt{b_i^2 - 4 \cdot a_i \cdot c_i}}{2a_i V + b_i + \sqrt{b_i^2 - 4 \cdot a_i \cdot c_i}} \right| \Big|_{V_n}^{V_k} \right\} \quad (4)$$

де  $a_i = A_i - K_B F$ ,  $b_i = B_i - K_f M_a g$ ,  $c_i = C_i - f_a M_a g$

$$A_i = a \cdot \frac{U_i^3 \cdot \eta_m}{r_\delta r_k^2}, B_i = b \cdot \frac{U_i^2 \cdot \eta_m}{r_\delta \cdot r_k}, C_i = c \cdot \frac{U_i \cdot \eta_m}{r_\delta}, \quad (5)$$

$$U_i = U_{КП} \cdot U_{ГП}, \delta_{об} = 1,04 + 0,04 \cdot U_{КП}^2,$$

$K_B$  – коефіцієнт обтічності,  $\text{H} \cdot \text{c}^2/\text{м}^4$ ;  $F$  – лобова площа,  $\text{м}^2$ ;  $f_0$  – коефіцієнт опору кочення при малих швидкостях руху;  $K_f$  – коефіцієнт, що враховує зміну коефіцієнту опору кочення при збільшенні швидкості руху;  $U_i$  – загальне передаточне число трансмісії автомобіля;  $U_{КП}$  – передаточне число коробки передач автомобіля;  $U_{ГП}$  – передаточне число головної передачі автомобіля;  $\eta_m$  – коефіцієнт корисної дії трансмісії;  $r_\delta$  та  $r_k$  – динамічний радіус та радіус кочення колеса, м;  $a, b, c$  – коефіцієнти рівняння, яким апроксимується залежність крутного моменту двигуна від частоти обертання колінчастого валу [3];  $V_{П}$  та  $V_K$  – початкова та кінцева швидкість руху автомобіля на передачі.

Після підстановки виразів (5) у (4) отримана кінцева залежність шляху розгону автомобіля від передаточного числа, що і є цільовою функцією.

Існує два підходи до рішення завдань оптимізації.

Перший підхід орієнтовано на пошук безумовного екстремуму функції, тобто визначення максимуму або мінімуму функції. Постановка завдання вибору оптимальних параметрів системи «двигун-трансмісія» при використанні двигунів різної потужності така, що його можна вирішувати тільки методами нелінійного програмування багатомірного пошуку. Це пояснюється тим, що цільова функція й обмеження описуються нелінійними залежностями від вектора керованих параметрів, для визначення яких застосовують методи безумовної оптимізації.

Другий підхід заснований на тому, що завдання оптимізації параметрів системи «двигун-трансмісія» при використанні двигунів різної потужності є завданням умовної оптимізації з обмеженнями. При цьому застосування методу штрафних функцій й інших методів дає можливість переходу від умовної оптимізації до завдання безумовної оптимізації.

У нашому випадку, доцільно використовувати другий підхід, адже цільова функція  $f(U)$  не є функцією однієї змінної. Вона залежить, як мінімум від передаточних чисел коробки передач  $U_{КПi}$  і початкової  $V_{П}$  та кінцевої швидкості руху  $V_K$  на передачі. Всі інші параметри, що входять в залежність (4), з певними припущеннями, можна вважати постійними.

Для приведення функції  $f(U)$  до вигляду неперервної унімодальної функції однієї змінної (залежності шляху розгону від передаточних чисел коробки передач  $U_{КПi}$ ) необхідно задати значення початкової та кінцевої швидкостей руху автомобіля на передачі  $V_{П}$  та  $V_K$ , тобто ввести обмеження.

Так, для ступінчастої коробки передач перша передача має забезпечувати задану умову подолання максимального опору руху і обмежується зчепленням ведучих коліс автомобіля з дорожнім полотном. Всі інші передачі визначаються через діапазони швидкостей від початкової  $V_{П}$  до кінцевої  $V_K$ , причому зі збільшенням передачі зростають і значення швидкостей. Інтервали швидкостей від  $V_{П}$  до  $V_K$  доцільно обирати, використовуючи за основу базовий ряд передаточних чисел автомобіля та ряди, отримані різноманітними методами, такими як геометрична прогресія, гармонічний, динамічний ряд та ін.[4,5]. Для автомобіля ГАЗ 31105 «Волга» з двигуном

ЗМЗ 40621.1 значення інтервалів швидкостей на передачах, визначених за допомогою різних методів, наведені в таблиці 1.

Проаналізувавши дані табл. 1, було обрано наступні значення інтервалів швидкостей від  $V_{II}$  до  $V_K$  по передачах: перша передача – 0 .. 11,994 м/с ; друга передача – 2 .. 20,0 м/с; третя передача – 4 .. 34,0 м/с; четверта передача – 6 .. 45,0 м/с; п'ята передача – 8 .. 53,5 м/с. У даному випадку включається весь швидкісний діапазон по передачах від мінімальної  $\omega_{min}$  до максимальної  $\omega_{max}$  частоти обертання колінчастого валу двигуна. Можливі і інші способи вибору швидкісних інтервалів по передачах, наприклад, від швидкості, що відповідає максимальному крутному моменту двигуна (при  $\omega_M$ ) до максимальної швидкості руху на передачі (при  $\omega_{max}$ ), від максимальної швидкості руху автомобіля на попередній передачі (при  $\omega_{max (i-1)}$ ), до максимальної швидкості руху на даній передачі(при  $\omega_{max i}$ ) та ін.

Таблиця 1 - Інтервали швидкостей по передачах при різних значеннях передаточних чисел коробки передач

Передача	Передаточні числа коробки передач, обрані за різними законами				
	Базова	Геометрична прогресія	Гармонічний ряд	Динамічний ряд	Методика Токарева
1-а	3,786	3,786	0,794	3,786	3,786
2-а	2,188	2,562	1,949	3,176	1,985
3-я	1,304	1,734	1,313	1,588	1,323
4-а	1,00	1,173	0,989	1,059	0,9993
5-а	0,794	0,794	0,794	0,794	0,794
Інтервали швидкостей, м/с					
1-а	1,713 – 11,994	1,713 – 11,994	1,713 – 11,994	1,713 – 11,994	1,713 – 11,994
2-а	2,965 – 20,754	2,532 – 17,725	3,329 – 23,2	3,268-22,877	3,353 – 23,468
3-я	4,975 – 34,824	3,741 – 26,188	4,941 – 34,586	4,903-34,324	4,99 – 34,931
4-а	6,487 – 45,411	5,53 – 38,713	6,559 – 45,916	6,533-45,731	6,626 – 46,385
5-а	8,17 – 57,192	8,17 – 57,192	8,17 – 57,192	8,17-57,192	8,264 – 57,848

Менше значення кінцевої швидкості на п'ятій передачі пояснюється відсутністю дійсного значення оптимуму передаточного числа при більших значеннях швидкості.

Підставивши значення  $V_{II}$  і  $V_K$  для кожної передачі у вираз (4), побудовано графіки залежності шляху розгону від значення передаточного числа коробки передач на кожній передачі (рис.1).

Після введення обмежень у функції  $f(U)$  залишається тільки одна змінна - передаточне число коробки передач  $U_{kpi}$ , що і є шуканим характеристичним критерієм (критерієм оптимальності). Для визначення цього критерію можна скористатися одним із методів теорії оптимізації для функції однієї змінної, такими як, методи виключення інтервалів (метод ділення інтервалу навпіл, метод золотого січення, метод рівномірного пошуку та ін.), методи поліноміальної апроксимації (квадратична апроксимація, метод Пауела), методи з використанням похідних (метод Ньютона-Рафсона, метод середньої точки, метод січень) тощо [6,7].

Метод «золотого січення» є достатньо ефективним і простим у порівнянні з іншими методами, оскільки він потребує найменшого числа оцінювань для досягнення однакової точності визначення оптимуму.

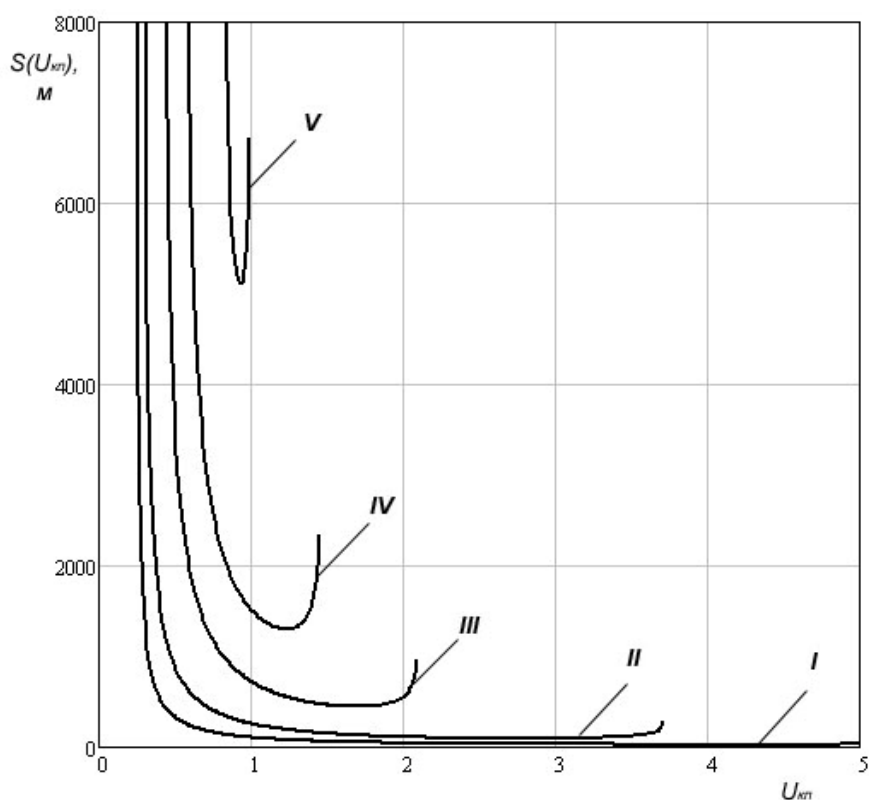


Рисунок 1 – Залежність шляху розгону автомобіля ГАЗ 31105 «Волга» з двигуном ЗМЗ 40621.10 від передаточних чисел коробки передач

Метод «золотого січення» полягає в наступному, рис.2 [7]. На початковому відрізку  $[a, b]$  обираються дві точки  $x_1$  і  $x_2$ , так, щоб виконувалося співвідношення «золотого січення» цього відрізка:

1. Якщо кількість пробних точок приймається рівним двом, то їх потрібно розміщувати на однакових відстанях відносно середини інтервалу
2. У відповідності з загальною мінімаксною стратегією пробні точки повинні розміщуватися в інтервалі по симетричній схемі таким чином, щоб відношення довжини підінтервала, що виключається, до величини інтервалу пошуку, залишалось постійним.
3. На кожній ітерації процедури пошуку повинно знаходитися тільки одне значення функції в отриманій точці.

Обчислюються значення цільової функції у цих точках –  $f(x_1)$  та  $f(x_2)$ . Вони порівнюються, і з подальшого розгляду виключається відрізок, прилеглий до точки, яка дає більше значення цільової функції (тут відрізок  $[x_2, b]$ ). Тобто вихідний відрізок  $[a, b]$  «стягується» до відрізка  $[a, b_1]$ . Для цього нового відрізка знаходиться середина, і відносно неї симетрично точці  $x_1$  ставиться точка  $x_3$ . Для неї розраховується значення цільової функції  $f(x_3)$  і порівнюється з  $f(x_1)$ . З подальшого розгляду знову виключається відрізок, прилеглий до точки з більшим значенням цільової функції, тут це відрізок  $[a, x_3]$ . Поточний відрізок «стягується» до нового відрізка, тут це  $[a_1, b_1]$  і т.д.

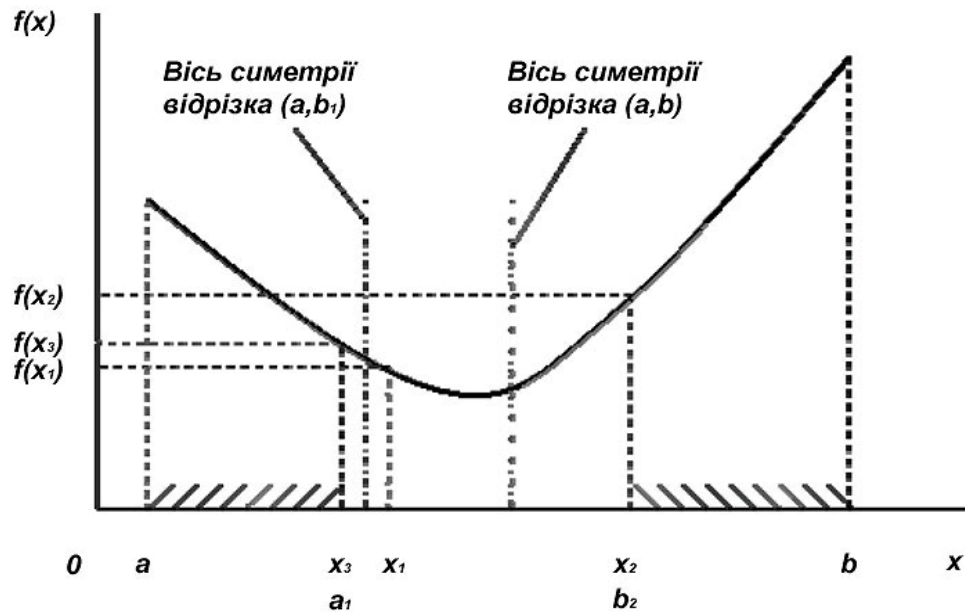


Рисунок 2 – Метод «золотого січення»

Пошук за допомогою метода «золотого січення» може бути закінчено, виходячи з заданої кількості обчислень значень функції або по досягненню заданої відносної точності значення функції, що розглядається. Проте найбільш доцільним є використання обох критеріїв.

Використовуючи наведений метод оптимізації, за допомогою програмного середовища Mathcad 15 було визначено ряд передаточних чисел за умови мінімального шляху розгону автомобіля до максимальної швидкості, на прикладі автомобіля ГАЗ 31105 «Волга» з двигуном ЗМЗ 40621.10.

Отриманий ряд передаточних чисел було використано для розрахунків часу і шляху розгону до максимальної швидкості руху автомобіля за технічною характеристикою (173 км/год), результати якого наведені у таблиці 2.

Таблиця 2 – Порівняння часу і шляху розгону до максимальної швидкості при різних рядах передаточних чисел коробки передач

Передаточні числа коробки передач, обрані за різними законами						
Номер передачі	Базова	Геометрична прогресія	Гармонічний ряд	Динамічний ряд	Методика Токарева	Розрахований ряд
1-а	3,786	3,786	3,786	3,786	3,786	3,786
2-а	2,188	2,562	1,949	3,176	1,985	2,79
3-я	1,304	1,734	1,313	1,588	1,323	1,7
4-а	1,00	1,173	0,989	1,059	0,993	1,24
5-а	0,794	0,794	0,794	0,794	0,794	0,93
Час/Шлях розгону до максимальної швидкості згідно з технічною характеристикою						
t, с	62,048	66,569	61,576	64,698	61,704	54,626
S, м	2162,531	2353,17	2144,005	2260,048	2150,312	1833,761

**Висновки.** Результати розрахунків показали, що ряд передаточних чисел, розрахований за методикою, що забезпечує мінімальний шлях розгону автомобіля до максимальної швидкості, дозволяє зменшити шлях розгону на 15,2% у порівнянні з базовим рядом передаточних чисел.

**Список літератури:** 1. Рейзлин В.И. Численные методы оптимизации/ В.И. Рейзлин. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011. – 105 с. 2. Кондрашкин А.С. Методика расчета передаточных чисел трансмиссии легкового автомобиля / А.С. Кондрашкин, В.А. Умняшкин, Н.М. Филькин // Автомобильная промышленность –1986. -№2. -С. 16-17. 3. Сахно В.П. Математична модель для визначення тягово-швидкісних властивостей автомобіля при використанні двигунів різної потужності. / В.П. Сахно, О.А. Корпач // Управління проектами, системний аналіз і логістика. – К.: НТУ – 2011. – Вип. 9. –С.165-171 4. Пилипчук М.М. Оптимизация ряда передаточных чисел трансмиссии грузового автомобиля средней грузоподъемности при переоборудовании его на дизель/ М.М. Пилипчук : Автореф. дис. канд техн. наук: 05.22.02 / Укр. трансп. ун-т. –К., 1997 –24 с. 5. Токарев А.А. Гиперболический ряд передаточных чисел трансмиссии/ А.А. Токарев // Автомобильная промышленность. – 1975. -№10. –С.16-18. 6. Реклейтис Г. Оптимизация в технике. Том 1./ Г. Реклейтис, А.Рейвиндран, К. Рэгсдел – М.: Мир, 1986. – 348 с. 7. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации/ Б.Ф. Харчистов. - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. - 140 с.

*Надійшла до редколегії 24.03.2013*

УДК 629.113

**Методика визначення ряду передаточних чисел коробки передач за умови мінімального шляху розгону автомобіля / В. П. Сахно, А. О. Корпач // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування, 2013. – № 29 (1002). – С. 3–9. – Бібліогр.: 7 назв.**

Разработана методика определения значений передаточных чисел коробки передач, обеспечивающие минимальный путь разгона автомобиля и проведено ее сравнение с другими способами определения ряда передаточных чисел коробки передач.

**Ключевые слова:** автомобиль, двигатель, трансмиссия, коробка передач, оптимизация, передаточные числа

The method for determining the gear ratios to ensure minimal path acceleration and held its comparison with other methods of determining the number of gear ratios.

**Key words:** automobile, engine, transmission, gear box, optimization, ratios