

ния 3 dBi, антенна проявила себя с худшей стороны по сравнению с четвертьволновой.

Применение для модулей сети ZigBee спиральных антенн определяется условиями развертывания сети и гарантирует в течение всей ее работы надежную связь, повышая качество приема по сравнению с другими антеннами.

**Список литературы:** 1 Новые антенны диапазона 2,4 ГГц для Wi-Fi, ZigBee и Bluetooth [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.compel.ru/2010/06/24/novye-antenny-diapazona-24-ggc-dlya-wi-fi-zigbee-i-bluetooth/> –30.04.2013 г. – Загл. с экрана. 2 Штыревые антенны *И.Григоров* (UZ3ZK), 308015, Белгород-15, а/я 68 (РЛ 7/92) 18 июня 2010 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.shema.ru/articles/category/editorial/> –30.04.2013 г. – Загл. с экрана. 3 Спиральные антенны EW8AU *Владимир Приходько* [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://ew8au.narod.ru/index.htm> –30.04.2013 г. – Загл. с экрана. 4 Направленные антенны для беспроводных устройств стандарта 802.11b/g. *Сергей Пахомов* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.compress.ru/Archive/CP/2006/4/49/#> –8.05.2013 г. – Загл. с экрана. 5. Расчет спиральной антенны [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://aerial.dxham.ru/onlajn-raschet/raschet-antenn/raschet-spiralnoj-antenny> –10.04.2013 г. – Загл. с экрана.

*Поступила в редколлегию 20.05.2013*

---

УДК 621.968: 519.6

**Моделирование и расчёт антенн для ZigBee сети / А. С. Борисенко // Вісник НТУ «ХПІ».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013. – №37 (1010). – С. 17 – 26. Бібліогр.: 5 назв.

Проведений огляд антен (для ZigBee мережі), моделювання і розрахунок роботи спіральної антени. Приведені результати експериментального дослідження і порівняння показників застосування різних антен в бездротовій мережі ZigBee.

**Ключові слова:** ZigBee, спіральна антена, спрямована антена, штирєва антена, зона покриття, моделювання.

In this article are conducted review of antennas, their simulation and calculation of spiral antenna for ZigBee network. There are given results of experimental measurements and comparison of application of antennas in the wireless network of ZigBee.

**Key words:** ZigBee, spiral aerial, directed aerial, pintle aerial, area of coverage, design.

УДК 621. 822

**А.В. ГАЙДАМАКА**, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПІ»

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ МЕЖДУ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ ОДНОРЯДНОГО РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА: УЧЁТ УГЛОВ КОНТАКТА**

Уточнено распределение радиальной нагрузки между телами качения идеального однорядного радиального подшипника с учётом углов контакта тел качения с кольцами. Выявлены касатель-

---

© А. В. Гайдамака, 2013

ные силы на дорожках качения колец, которые затрудняют движение одних тел качения и ускоряют движение других в зоне радиального нагружения подшипника.

**Ключевые слова:** подшипник, тела качения, нагрузка, угол контакта.

**Введение.** Для расчета ресурса подшипников качения по критерию контактной выносливости поверхностей трения чрезвычайно важной является задача о распределении радиальной нагрузки между телами качения. Чем точнее найдено это распределение, особенно для нагрузки на центральное тело качения подшипника, тем ближе к истинному будет результат расчета ресурса. Не менее важно знать величины, а также направление действующих радиальных сил на тела качения в окрестности границ зоны радиального нагружения подшипника. Силы по краям зоны радиального нагружения подшипника могут существенно влиять на усталостную прочность и износостойкость сепаратора, однако их определению ранее уделялось недостаточное внимание.

**Анализ известных исследований.** Для идеальных однорядных радиальных подшипников качения задача о распределении радиальной нагрузки между телами качения впервые была решена *Р. Штрибеком* [1]. В этой работе геометрические уравнения – уравнения связи радиального сближения колец в окрестности центрального тела качения  $\delta_0$  и радиальных сближений колец в окрестности остальных тел качения  $\delta_{i\gamma}$  зоны радиального нагружения подшипника – получены в предположении, во-первых, о справедливости оценки радиального сближения колец по контактной деформацией тел качения с внутренним кольцом, во-вторых, о равенстве вертикальных смещений точек контакта тел качения и, в-третьих, о совпадении центров внутреннего и наружного колец. На рис. 1 показано вертикальное смещение вниз внутреннего кольца на величину  $\delta_0$ , в результате которого, согласно [1],

$$a_0c_0 = a_1c_1 = a_2c_2 = \dots = \delta_0$$

Из треугольников  $a_1c_1d_1$ ,  $a_2c_2d_2$ , ... определяют  $\delta_1 = a_1d_1$ ,  $\delta_2 = a_2d_2$ , ... и связь радиальных сближений тел качения

$$\delta_{i\gamma} = \delta_0 \cdot \cos i\gamma. \quad (1)$$

Физические уравнения – уравнения связи для величин  $\delta_{iu}$  радиальных сближений колец, например колец шарикоподшипников, с радиальными силами  $F_{iu}$ , действующими на тела качения, определяются в соответствии с известным решением контактной задачи [2]

$$\delta_{iu} = C_u \cdot F_{iu}^{2/3}, \quad (2)$$

где  $C_{uu}$  – постоянная величина, зависящая от физико-механических свойств и геометрических параметров контактирующих деталей шарикоподшипников,

$$C_{uu} = 0,5 \cdot \sqrt[3]{18((1-\mu^2)/E)^2 \cdot (R_1 + R_2) / R_1 \cdot R_2};$$

$R_1, R_2$  – радиусы шара и дорожки качения кольца соответственно;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль упругости.

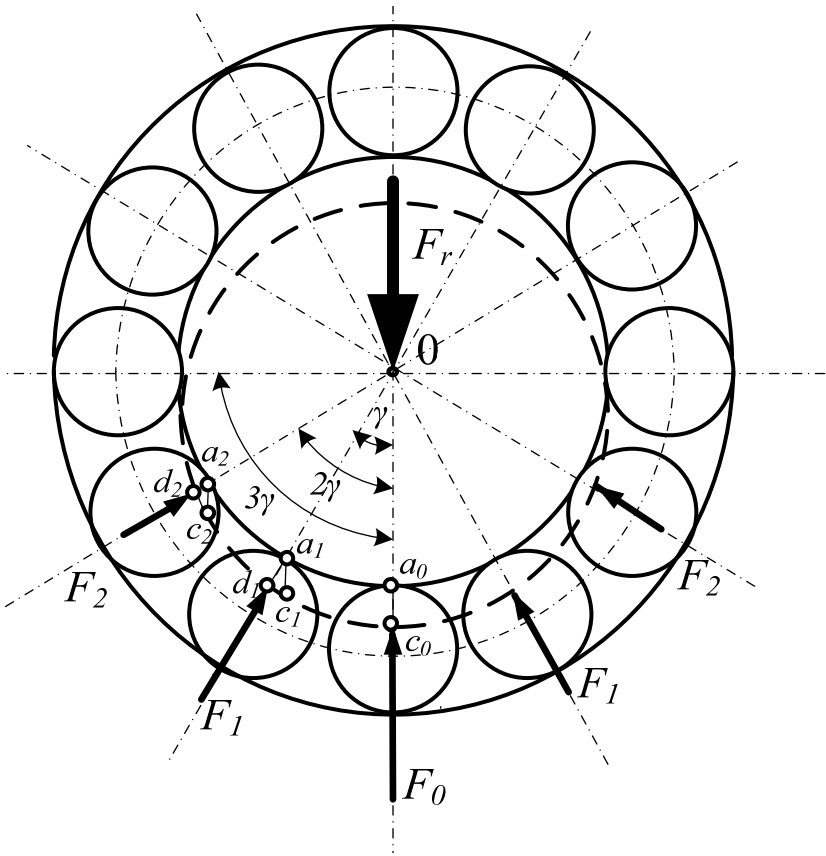


Рис. 1 – Деформации тел качения в контакте с внутренним кольцом (по работе [1]).

Из условия равновесия внутреннего кольца, находящегося под действием нагрузки  $F_r$  и сил  $F_i$ , находим выражение силы на наиболее нагруженный шарик:

$$F_{0uu} = F_r / (1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^{5/2} i\gamma). \quad (3)$$

В последующих работах, например [2 – 7], где рассматривается решение задачи о распределении радиальной нагрузки между телами качения *идеального радиального подшипника*, также не учитывается различие в положениях геометрических центров внутреннего и наружного колец при определении зависимости (1), что не позволяет исследовать особенности взаимодействия деталей подшипника по краям его зоны радиальной нагрузки.

С учётом вышеизложенного, задача по уточнению распределения радиальной нагрузки между телами качения идеального однорядного радиального подшипника является актуальной.

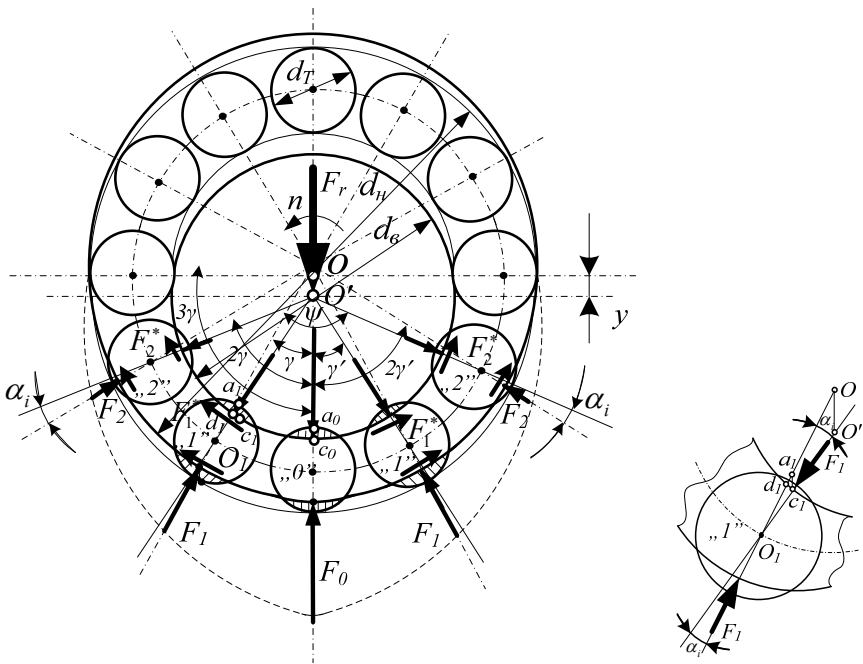


Рис. 2 – Деформации тел качения с кольцами с учётом углов контакта  $\alpha_i$  и распределение радиальной нагрузки между телами качения.

**Постановка задачи.** Задача по уточнению распределения радиальной нагрузки  $F_r$  между телами качения идеального однорядного радиального подшипника состоит в построении геометрических уравнений – уравнений связи радиальных сближений  $\delta_0$  колец в окрестности центрального тела качения и радиальных сближений  $\delta_{i_j}$  колец в окрестности остальных тел качения угловой зоны  $\psi$  радиального нагружения подшипника при упругом контактом деформировании с учётом различного положения центров колец  $O$

и  $O'$ , то есть на основе реальной картины взаимного расположения деталей (рис. 2).

**Математическая модель.** При решении задачи об уточнении распределения радиальной нагрузки между телами качения идеального однорядного радиального подшипника качения приняты следующие допущения:

- детали подшипника имеют идеальную геометрическую форму;
- радиальный зазор в подшипнике отсутствует;
- перекосы колец и повороты роликов не учитываются;
- внутреннее и наружное кольца не изгибаются;
- радиальные сближения наружного и внутреннего колец с телами качения за счёт контактной деформации одинаковы на заданном радиальном направлении;
- динамические эффекты, обусловленные вращением внутреннего кольца при неподвижном наружном, не влияют на работу деталей.

Пусть в исходном состоянии центры наружного и внутреннего колец совпадают. При смещении внутреннего кольца вертикально вниз на величину  $y = \delta_0$  между центрами колец образовалось расстояние  $OO'$  (рис 2). Тогда для  $\triangle OO'O_1$  ( $O_1$  – центр, например, первого тела качения) справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} O_1O &= \left[ 0,5d_n - (0,5d_T - 0,5\delta_\gamma) \right]; & O_1O' &= \left[ 0,5d_e + (0,5d_T - 0,5\delta_\gamma) \right]; \\ OO' &= \delta_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $d_n$  – диаметр дорожки качения наружного кольца;  $d_e$  – диаметр дорожки качения внутреннего кольца;  $d_T$  – диаметр тела качения;  $\delta_\gamma$  – радиальная деформация в контакте тела качения с наружным и внутренним кольцами.

Между отрезками  $O_1O$ ,  $O_1O'$  и  $OO'$  выполняется соотношение:

$$\begin{aligned} \left[ 0,5d_n - (0,5d_T - 0,5\delta_\gamma) \right]^2 &= \left[ 0,5d_e + (0,5d_T - 0,5\delta_\gamma) \right]^2 + \delta_0^2 + \\ &+ 2\delta_0 \left[ 0,5d_e + (0,5d_T - 0,5\delta_\gamma) \right] \cos \gamma', \end{aligned} \quad (5)$$

преобразовав которое, без учёта малых величин порядка выше второго, получим связь радиальных сближений колец в окрестности первого и центрального тел качения:

$$\delta_\gamma = \delta_0 \cdot \cos \gamma' \quad (6)$$

Связь радиальных сближений колец в окрестности любого тела качения и центрального тела качения с учётом (6) имеет вид:

$$\delta_{i\gamma} = \delta_0 \cdot \cos i\gamma' \quad (7)$$

Сопоставление радиальных контактных сближений деталей, определённых по предложенной методике (выражение (7)) и известной методике (вы-

ражение (1)), показывает их отличие в величинах углов между телами качения (вместо  $\gamma$  образуется  $\gamma'$ ,  $i\gamma' - i\gamma = \alpha_i$ ).

Физические уравнения связи для величин сближений шариков с кольцами и сил, действующих на шарики, имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= C_{u0} \cdot F_0^{2/3}; \\ \delta_1 &= \delta_0 \cos \gamma'_1 = C_{u1} \cdot F_1^{2/3}; \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_n &= \delta_0 \cos \gamma'_n = C_{un} \cdot F_n^{2/3}. \end{aligned} \quad (8)$$

Отношение левых и правых частей уравнений (8) даёт связь  $F_0$  с  $F_i$ :

$$\begin{aligned} \delta_0 / \delta_1 &= \delta_0 / (\delta_0 \cos \gamma'_1) = (F_0 / F_1)^{2/3}; \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_0 / \delta_n &= \delta_0 / (\delta_0 \cos \gamma'_n) = (F_0 / F_n)^{2/3}, \end{aligned} \quad (9)$$

откуда:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_0 (\cos \gamma'_1)^{3/2}; \\ &\dots\dots\dots \\ F_n &= F_0 (\cos \gamma'_n)^{3/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя условие равновесия внутреннего кольца, находящегося под действием радиальной нагрузки  $F_r$  и сил  $F_i$ , получим

$$F_r = F_0 + 2F_1 \cdot \cos \gamma'_1 + \dots + 2F_n \cdot \cos \gamma'_n,$$

откуда можно определить силу на наиболее нагруженный шар,

$$F_0 = F_r / (1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos^{5/2} \gamma'_i). \quad (11)$$

Физические уравнения связи для величин сближений роликов с кольцами и сил, действующих на ролики, имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= C_{p0} \cdot F_0; \\ \delta_1 &= \delta_0 \cos \gamma'_1 = C_{p1} \cdot F_1; \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_n &= \delta_0 \cos \gamma'_n = C_{pn} \cdot F_n, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $C_{pi}$  – функция от  $F_i$  [2],  $C_{pi} = \frac{0,579}{l \cdot E} \left[ \ln \frac{1,727l \cdot E \cdot (R_1 + R_2)}{F_i} + 0,814 \right]$ .

Отношение левых и правых частей уравнений (12) даёт связь  $F_0$  и  $F_i$  вида

$$\delta_0 / \delta_1 = \delta_0 / (\delta_0 \cos \gamma'_1) = c_{p01} (F_0 / F_1);$$



Величины сил  $F_i^*$  с учётом рис. 2 определяются выражением:

$$F_i^* = F_i \sin \left\{ \arccos \frac{0,25[d_n - (d_T - \delta_{i\gamma})]^2 + 0,25[d_g + (d_T - \delta_{i\gamma})]^2 - \delta_0^2}{0,5[d_n - (d_T - d_{i\gamma})][d_g + (d_T - d_{i\gamma})]} \right\} \quad (16)$$

Результаты расчёта сил  $F_i^*$  для идеального роликоподшипника типа 2726, находящегося под радиальной нагрузкой  $F_r = 50$  кН, приведены в таблице, а графики  $F_i^*(z)$ , где  $z$  – число роликов, показаны на рис. 3.

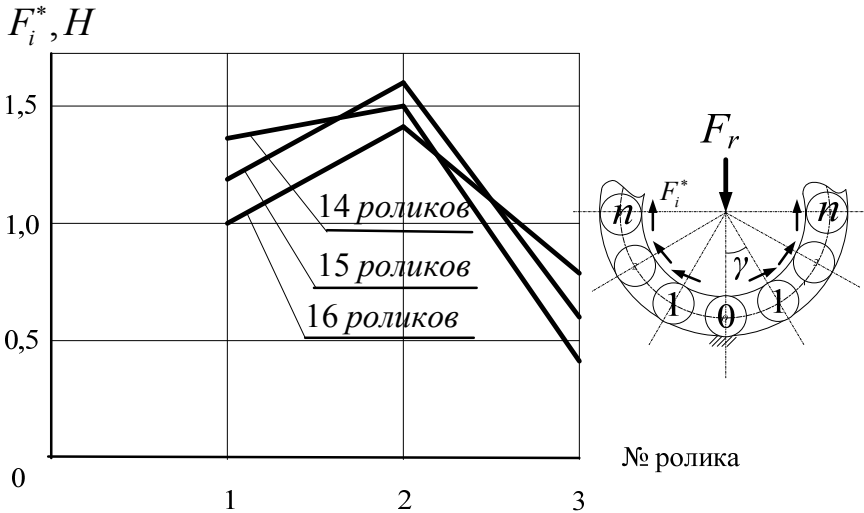


Рис. 3 – Зависимость касательной силы  $F_i^*$  в контакте роликов с дорожками качения колец от числа роликов и их положения в подшипнике.

**Перспективы дальнейших исследований.** Автор предполагает уточнить распределение радиальной нагрузки между телами качения идеального однорядного радиального подшипника с учётом углов контакта тел качения и радиального зазора.

#### Выводы.

- Геометрические уравнения сближений деталей подшипников качения (уравнения связи радиальных смещений тел качения в контакте с кольцами), определённые по известной методике, не учитывают различного положения центров наружного и внутреннего колец, что не соответствует реальной картине их взаимодействия.



- Учёт углов контакта тел качения с кольцами позволил выявить касательные силы по беговым дорожкам колец, которые во вращающемся подшипнике затормаживают движение тел качения, перемещающихся к центру зоны радиального нагружения, и ускоряют их выход из зоны нагружения.
- Расчёт касательных сил, действующих на дорожках качения колец на примере идеального роликоподшипника типа 2726, находящегося под радиальной нагрузкой, характерной для его условий эксплуатации, позволил установить, что, во-первых, наибольшие значения касательных сил отмечаются на некотором удалении от центрального ролика с последующим их уменьшением у границ зоны радиального нагружения, и, во-вторых, с увеличением числа роликов в подшипнике касательные силы в окрестности границ зоны радиального нагружения возрастают.

**Список литературы:** 1. *Трейер В.Н.* Теория и расчёт подшипников качения. – Л., ОНТИ, 1936. – 175 с. 2. *Макушин В.М.* Деформация и напряжённое состояние деталей в местах контакта. – М.: ГНТИ, 1952. – 62 с. 3. Подшипники качения. Справочное пособие/Под ред. *Н.А. Спицына, А.И. Спришевского.* – М.: Машгиз, 1981. – 828 с. 4. *Спришевский А.И.* Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1968. – 632 с. 5. Опоры осей и валов машин и приборов/Под ред. *Н.А. Спицына, М.М.Машинева.* – Л.: Машиностроение, 1970. – 520 с. 6. *Ковалёв М.П., Народецкий М.З.* Расчёт высокоточных шарикоподшипников. – М.: Машиностроение, 1975. – 280 с. 7. Расчёты на прочность в машиностроении/Под ред. *С.Д.Пономарёва.* – М.: Машгиз, 1958. – Т. 2. – 752 с. 8. *Проскурина Ю.М.* Проскальзывание тел качения в роликовом подшипнике. // Вестник ВНИИЖТ. – 1970. – №6. – с. 41 – 44. 9. *Поляков А.И.* Анализ характера повреждений и износа беззаклёпочных сепараторов.// Труды ВНИИЖТ. – 1979. – Вып. 583.– С. 68 – 78.

*Поступила в редколлегию 21.05.2013*

---

УДК 621.822

**Распределение радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиально-го подшипника: учёт углов контакта / А. В. Гайдамака // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2013. – №37 (1010). – С. 26 – 34. Бібліогр.: 9 назв.**

Уточнено розподіл радіального навантаження між тілами кочення ідеального однорядного радіального підшипника з урахуванням кутів контакту тіл кочення з кільцями. Виявлені дотичні сили на доріжках кочення кілець, які утруднюють рух одних тіл кочення і прискорюють рух інших в зоні радіального навантаження підшипника.

**Ключові слова:** підшипник, тіла кочення, навантаження, кут контакту.

Clarified the distribution of the radial load between the rolling elements of the ideal single-row radial bearing with account for the contact angle contact between the rolling elements with rings. Found shear forces on the raceways rings, which hinder the movement of some of the rolling elements and speed up the movement left in the area of radial bearing load.

**Key words:** bearing rolling elements, load, contact angle.